Min. o. 80 b

ANFANGSGRÜNDE

DER

KRYSTALLOGRAPHIE.

Min
0 6
80

ANFANGSGRÜNDE

DER

KRYSTALLOGRAPHIE.

VON

DR. CARL FRIEDRICH NAUMANN,
PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT ZU LEIPZIG.

ZWEITE VERMEHRTE UND VERBESSERTE AUFLAGE.

Mit 26 Steindrucktafeln.

Dr. Haupt.

LEIPZIG,
ARNOLDISCHE BUCHHANDLUNG.
1854.

434.

BIBLIOTHECA
CIVITATIS
BABENBERGENSIS.

Vorrede zur ersten Auflage.

In diesen Anfangsgründen der Krystallographie übergebe ich den Mineralogen, Chemikern, Pharmaceuten und allen Denen, welche es mit der wissenschaftlichen Betrachtung von Krystallen zu thun haben, eine Auswahl derjenigen krystallographischen Lehren, welche mir für das praktische Bedürfniss der Erkennung, Bestimmung und repräsentativen Darstellung der Krystallformen besonders wichtig zu sein scheinen. Während ich dabei den, in meinem Lehrbuche der Krystallographie*) befolgten Grundsätzen im Allgemeinen treu geblieben bin, musste ich doch Vieles verändern und Manches hinzufügen.

Da es nur Anfangsgründe sein sollen, so wird wohl Niemand jene allgemeinere und gelehrtere Behandlung der Sache vermissen, welche nicht

*) Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie in zwei Bänden; Leipzig, bei Brockhaus. 1830.

sowohl eine anschauliche und concrete Kenntniss der Krystallformen selbst, als vielmehr eine abstracte und schematische Darstellung der zwischen ihren Flächen bestehenden Maass- und Richtungsverhältnisse bezweckt. Wenn ich auch übrigens bemüht gewesen bin, die ganze Krystallographie auf die analytisch-geometrische Bestimmungsmethode der Ebene, als ihre naturgemässe und rationelle Basis, zu gründen, so hoffe ich doch dem Vorwurfe zu entgehen, über den Flächen die von ihnen gebildeten Gestalten, und über dem geometrischen Skelete den eigentlichen Körper aus den Augen verloren zu haben.

Carl Friedrich Naumann.

Vorrede zur zweiten Auflage.

In dieser neuen Auflage sind gehörigen Ortes die nöthigen Verbesserungen und Zusätze angebracht worden. Eine ausführlichere, oder auch eine mehr mathematische Behandlung des Gegenstandes, als sie in der ersten Auflage gegeben worden ist, schien mir unvereinbar mit dem Zwecke eines Buches, welches ja, wie sein Titel besagt, nur die Elemente oder Anfangsgründe der Krystallographie geben soll. Dass aber diese Anfangsgründe, obwohl frei von weitschweifigen mathematischen Betrachtungen und Constructionen, dennoch die wichtigsten, d. h. die in der gewöhnlichen Praxis unentbehrlichen Resultate der sogenannten rechnenden Krystallographie bieten, davon wird man sich bei ihrem Gebrauche überzeugen.

Einige unwesentliche Punkte ausgenommen, habe ich in der Ableitung und Bezeichnung der Formen nichts geändert. Beide beruhen auf der zuerst von Weiss so glücklich eingeführten Methode einer analytisch-geometrischen Bestimmung der Krystall-

flächen; die grössere Einfachheit aber, welche ich der Bezeichnung zu geben versuchte, scheint sich eines so vielseitigen Beifalles zu erfreuen, dass ich von ihr nicht abgehen zu dürfen glaubte. Eben so wenig aber konnte ich mich entschliessen, diese Vereinfachung noch weiter zu treiben, und das Grund-Element der Bezeichnung, d. h. das Symbol der Grundform, in den Zeichen wegfallen zu lassen; was neuerdings als eine Verbesserung in Vorschlag und zur Ausführung gebracht worden ist. Denn dieses Symbol ist die Copula, welche alle Zeichen zusammenhält; es bildet ein gemeinschaftliches Substrat, gleichsam den Rumpf derselben, ohne welchen die Zeichen ihre Consistenz und ihren repräsentativen Charakter einbüssen, und es lässt uns in den meisten Fällen das Krystallsystem erkennen, mit welchem wir es zu thun haben.

Auch in der Nomenclatur der Krystallsysteme und ihrer verschiedenen Formen habe ich keine Aenderungen eintreten lassen, da mir manche in dieser Hinsicht gemachte Vorschläge keine sonderliche Verbesserung, andere dagegen (wie z. B. monometrisch statt isometrisch oder tesseral) geradezu eine Unrichtigkeit im Ausdrucke zu bieten scheinen.

Leipzig, den 18. October 1853.

Carl Friedrich Naumann.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

Einleitung 1

Präparativer Theil.

§. 1. Begränzungs-Elemente 3
§. 2. Flächen 3
§. 3. Kanten 4
§. 4. Ecke 5
§. 5. Flächensysteme, Zonen 5
§. 6. Coordinat-Ebenen und Coordinat-Axen 5
§. 7. Parameter der Flächen 8
§. 8. Krystall-Axen 9
§. 9. Krystallsysteme 10
§. 10. Hauptaxen, Nebenaxen und was damit zusammenhängt . . 12
§. 11. Einfache und zusammengesetzte Formen, Partialformen . . 14
§. 12. Holoëdrische und hemiëdrische Formen 15
§. 13. Parallelflächige und geneigtflächige Hemiëdrie; Gegenkörper . 16
§. 14. Benennung der Krystallformen 17
§. 15. Krystallreihe. Ableitung der Krystallformen 19
§. 16. Bezeichnung der Krystallformen 20
§. 17. Combinationen 22
§. 18. Abstumpfung, Zuschärfung, Zuspitzung 23
§. 19. Entwickelung der Combinationen; Zonengleichung . . . 25
§. 20. Zwillingskrystalle 26
§. 21. Unvollkommenheiten der Krystallformen 28
§. 22. Berechnung der Krystallformen 30
§. 23. Messung der Krystalle; Contact-Goniometer 30
§. 24. Beschreibung des Reflexions-Goniometers 32
§. 25. Gebrauch des Reflexions-Goniometers 34
§. 26. Zeichnung der Krystallformen 37

Applicativer Theil.

Erster Abschnitt.

Tesseral-System

I. Einzelne Formen des Systemes.

Seite

§. 27. Grundgestalt, Zwischenaxen 40
§. 28. Tetraëder, Hexaëder, Oktaëder 41
§. 29. Die Dodekaëder 42
§. 30. Die Ikositetraëder 44
§. 31. Fortsetzung 46
§. 32. Die Hexakisoktaëder oder Sechsmalachtflächner . . . 47
§. 33. Holoëdrische und hemiëdrische Formen 48

II. Ableitung und Bezeichnung der tesseralen Formen.

§. 34. Ableitung der plenotesseralen Formen 50
§. 35. Uebersicht der plenotesseralen Formen 51
§. 36. Ableitung der semitesseralen Formen 53
§. 37. Fortsetzung 55

III. Berechnung der tesseralen Formen aus den Ableitungszahlen.

§. 38. Berechnung der plenotesseralen Formen 57
§. 39. Berechnung der geneigtflächig-semitesseralen Formen . . 60
§. 40. Berechnung der parallelflächig-semitesseralen Formen . . 62

IV. Zeichnung der tesseralen Formen.

§. 41. Zeichnung des tesseralen Axensystemes 64
§. 42. Zeichnung des Oktaëders und des Systemes der Zwischenaxen 65
§. 43. Zeichnung eines Hexakisoktaëders mOn 66
§. 44. Zeichnung der übrigen plenotesseralen Formen 67
§. 45. Zeichnung der tetraëdrisch-semitesseralen Formen . . . 68
§. 46. Zeichnung der dodekaëdrisch-semitesseralen Formen . . 71

V. Combinationen der tesseralen Gestalten.

§. 47. Eintheilung dieser Combinationen 73

A. Holoëdrische oder plenotesserale Combinationen.

§. 48. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Oktaëder . . 74
§. 49. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Hexaëder . . 75
§. 50. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Rhomben-Dodekaëder 76
§. 51. Entwickelung einer vielzähligen Combination mittels der Zonengleichung 77

B. Hemiëdrische, und zwar tetraëdrisch-semitesserale Combinationen.

§. 52. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Tetraëder . . 79
§. 53. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Rhomben-Dodekaëder oder Hexaëder 82
§. 54. Entwickelung einer mehrzähligen Combination mittels der Zonengleichung 83

Seite

C. Dodekaëdrisch-semitesserale Combinationen.
§. 55. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Hexaëder oder Oktaëder 86
§. 56. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Pentagon-Dodekaëder $\frac{\infty O2}{2}$ 88
§. 57. Entwickelung einer vielzähligen Combination mittels der Zonengleichung 90
§. 58. Berechnung der Combinationskanten 91

VI. Berechnung der Ableitungszahlen der tesseralen Formen aus den gemessenen Kantenwinkeln.
A. Holoëdrische Gestalten.
§. 59. Welche Kanten besonders zu berücksichtigen sind 93
§. 60. Berechnung der Hexakisoktaëder mOn 96
§. 61. Berechnung der Hexakisoktaëder $mO\frac{m}{m-1}$ u. $mO\frac{2m}{m+1}$. . 99
§. 62. Berechnung der Ikositetraëder, Triakisoktaëder und Tetrakishexaëder 101
B. Geneigtflächig hemiëdrische Gestalten.
§. 63. Welche Kanten besonders zu berücksichtigen sind . . . 102
§. 64. Berechnung des Hexakistetraëders mOn 103
§. 65. Berechnung der Hexakistetraëder von der Form $mO\frac{m}{m-1}$ und $mO\frac{2m}{m+1}$ 106
§ 66. Berechnung der Trigon-Dodekaëder und Deltoid-Dodekaëder 106
C. Parallelflächig-hemiëdrische Gestalten
§. 67. Welche Winkel vorzüglich zu berücksichtigen sind . . . 107
§. 68. Berechnung des Dyakisdodekaëders $[mOn]$ 108
§. 69. Berechnung der Pentagon-Dodekaëder 111

VII. Zwillingskrystalle des Tesseralsystems.
§. 70. Zwillinge mit parallelen Axensystemen 112
§. 71. Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen 113
§. 72. Fortsetzung 114
§. 73. Fortsetzung 115

Zweiter Abschnitt.

Tetragonal-System.

I. Einzelne Formen des Systemes.
§. 74. Grundcharakter, Zwischenaxen 117
§. 75. Tetragonale Pyramiden 118
§. 76. Ditetragonale Pyramiden 119
§. 77. Tetragonale Skalenoëder 119
§. 78. Tetragonale Trapezoëder 120

Seite
§. 79. Tetragonale Sphenoide 121
§. 79a. Prismen und Pinakoid 121
§. 80. Holoëdrische und hemiëdrische Formen des Tetragonalsystems 122

II. Ableitung und Bezeichnung der tetragonalen Formen.
§. 81. Ableitung der holoëdrischen Formen 123
§. 82. Fortsetzung 124
§. 83. Uebersicht der holoëdrischen Formen des Tetragonalsystems 125
§. 84. Ableitung der hemiëdrischen Formen des Tetragonalsystems . 127
§. 85. Fortsetzung 129

III. Berechnung der tetragonalen Formen.
§. 86. Berechnung der holoëdrischen Formen 131
§. 87. Berechnung der hemiëdrischen Formen 133
§. 88. Berechnung der Ableitungszahlen der holoëdrischen Formen aus ihren Kantenwinkeln 134

IV. Zeichnung der tetragonalen Gestalten.
§. 89. Zeichnung des Axensystems und der Grundgestalt . . . 135
§. 90. Zeichnung der Pyramiden mP, mPn und mP∞ . . . 136
§. 91. Zeichnung der Sphenoide und Skalenoëder 137
§. 92. Zeichnung der tetragonalen Pyramiden der dritten Art . . 138
§. 93. Zeichnung der tetragonalen Trapezoëder 138

V. Combinationen der tetragonalen Gestalten.
§. 94. Eintheilung dieser Combinationen 139
A. Holoëdrische oder tetragonale Combinationen.
§. 95. Binäre Combinationen mit vorherrschendem mP . . . 140
§. 96. Binäre Combinationen mit vorherrschendem mP∞ . . 142
§. 97. Einige allgemeine Regeln für binäre und ternäre Combinationen 143
§. 98. Entwickelung einer vielzähligen Combination 144
§. 99. Berechnung der Ableitungszahlen von mPn aus einigen Combinationskanten 147

VI. Zwillingskrystalle des Tetragonalsystems.
§. 100. Zwillinge mit parallelen Axensystemen 148
§. 101. Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen 149

Dritter Abschnitt.

Hexagonal-System.

I. Einzelne Formen des Systemes.
§. 102. Grundcharakter, Zwischenaxen 152
§. 103. Trigonale Pyramiden 153
§. 104. Hexagonale Pyramiden 154
§. 105. Dihexagonale Pyramiden 155
§. 106. Rhomboëder 155
§. 107. Hexagonale Skalenoëder 156

Seite

§. 108. Trigonale und hexagonale Trapezoëder 156
§. 108a. Prismen und Pinakoid 157
§. 109. Holoëdrische und hemiëdrische Formen des Hexagonalsystems 158

II. Ableitung und Bezeichnung der hexagonalen Formen

§. 110. Ableitung der holoëdrischen Formen 159
§. 111. Fortsetzung 160
§. 112. Uebersicht der holoëdrischen Formen des Hexagonalsystems 161
§. 113. Ableitung der hemiëdrischen Formen 163
§. 114. Fortsetzung 164
§. 115. Secundäre Ableitung und Bezeichnung der Rhomboëder und Skalenoëder 165
§. 116. Tetartoëdrie des Hexagonalsystems 169
§. 117. Fortsetzung 170

III. Berechnung der hexagonalen Formen.

§. 118. Berechnung der holoëdrischen Formen 171
§. 119. Berechnung der hemiëdrischen Formen 174
§. 120. Berechnung der Skalenoëder und Rhomboëder nach der secundären Bezeichnung 175
§. 121. Berechnung der Ableitungszahlen der holoëdrischen Formen aus ihren Kantenwinkeln 178
§. 122. Berechnung der Ableitungszahlen der Skalenoëder und Rhomboëder 179

IV. Zeichnung der hexagonalen Formen.

§. 123. Zeichnung des Axensystems und der Grundform . . . 180
§. 124. Zeichnung der Pyramiden mP, mPn und mP2 . . . 182
§. 125. Zeichnung der Rhomboëder und Skalenoëder 183
§. 126. Zeichnung der hexagonalen Pyramiden der dritten Art und der Trapezoëder 184

V. Combinationen der hexagonalen Gestalten.

§. 127. Eintheilung dieser Combinationen 186

A. Holoëdrische oder hexagonale Combinationen

§. 128. Binäre Combinationen mit vorherrschendem mP . . . 187
§. 129. Binäre Combinationen mit vorherrschendem mP2 . . . 189
§. 130. Regelmässigste Combinationen zweier Pyramiden aus der Haupt- und Nebenreihe 190
§. 131. Einige allgemeine Regeln für ternäre und mehrzählige Combinationen 192
§. 132. Anwendung der Zonengleichung im Hexagonalsysteme . . 193
§. 133. Entwickelung einer vielzähligen holoëdrischen Combination 194

B. Pyramidal-hemiëdrische Combinationen.

§. 134. Hemiëdrische Combination des Apatites 197

C. Skalenoëdrisch-hemiëdrische Combinationen.

§. 135. Binäre Combinationen mit vorherrschend. Skalenoëder mRn 198

Seite

§. 136. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Rhomboëder mR 200
§. 137. Combinationen mit vorherrschender Pyramide mP2 . . 202
§. 138. Entwickelung einiger mehrzähliger Combinationen . . . 202

D. Tetartoëdrische Combinationen.

§. 139. Combinationen des Quarzes und Titaneisens . . . 204

VI. Zwillingskrystalle des Hexagonalsystems.

§. 140. Zwillinge mit parallelen Axensystemen beider Individuen . 205
§. 141. Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen beider Individuen 206

Vierter Abschnitt.

Rhombisches System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 142. Grundcharakter, Hauptaxe 209
§. 143. Rhombische Pyramiden 210
§. 144. Rhombische Sphenoide 210
§. 144 a. Prismatische Formen und Pinakoide des Systems . . . 211
§. 145. Holoëdrische und hemiëdrische Formen des Systems . . 211

II. Ableitung und Bezeichnung der rhombischen Formen.

§. 146. Ableitung der holoëdrischen Formen; Vorbereitung . . 212
§. 147. Ausführung 213
§. 148. Uebersicht der holoëdrischen Formen des rhombischen Systems 215
§. 149. Hemiëdrische Formen 217

III. Berechnung der rhombischen Formen.

§. 150. Berechnung der Kantenwinkel aus den Axen 217
§. 151. Berechnung der Axen aus den Kantenwinkeln . . . 220

IV. Zeichnung der rhombischen Gestalten.

§. 152. Zeichnung der Grundform einer rhombischen Krystallreihe . 222
§. 153. Zeichnung der abgeleiteten Formen 223

V. Combinationen der rhombischen Gestalten.

§. 154. Grundform, aufrechte Stellung, allgemeine Orientirung . . 224
§. 155. Combination mit einer vorherrschenden Pyramide der Hauptreihe 225
§. 156. Einige allgemeine Regeln für binäre und ternäre Combinationen 228
§. 157. Entwickelung einer vielzähligen Combination des Antimonglanzes 229
§. 158. Entwickelung einer Combination des Barytes 231

VI. Zwillinge des rhombischen Systems.

§. 159. Zwillinge nach ∞P mit parallelen Hauptaxen 232
§. 160. Fortsetzung 233
§. 161. Zwillinge mit geneigten Hauptaxen 235

Fünfter Abschnitt.

Monoklinoëdrisches System.

I. Einzelne Formen des Systems.

Seite

§. 162. Grundcharakter, Axen, Hauptschnitte 237
§. 163. Monoklinoëdrische Pyramide 238
§. 164. Hemipyramiden und übrige Formen 240

II. Ableitung und Bezeichnung der monoklinoëdrischen Formen.

§. 165. Grundreihe oder Hauptreihe des Systems 241
§. 166. Zwischenreihen und Gränzreihen des Systems 242
§. 167. Uebersicht des Systems 243

III. Berechnung der monoklinoëdrischen Formen.

§. 168. Berechnung der Winkel aus den Axen 244
§. 169. Winkel der Prismen und Domen 246
§. 170. Berechnung der Axen aus den Winkeln 247

IV. Zeichnung der monoklinoëdrischen Formen.

§. 171. Vordere und seitliche Ansicht; Grundform 248
§. 172. Zeichnung anderer Gestalten; Horizontal- und Klinodiagonal-Projection 250

V. Combinationen der monoklinoëdrischen Formen.

§. 173. Allgemeine Regeln der Entwickelung 251
§. 174. Einige Specialregeln, zumal für ternäre Combinationen . . 253
§. 175. Entwickelung einer Combination des Orthoklases . . . 254
§. 176. Entwickelung einer Combination der Hornblende . . . 255

VI. Zwillingskrystalle des monoklinoëdrischen Systems.

§. 177. Zwillinge mit parallelen Hauptaxen 257
§. 178. Zwillinge mit geneigten Hauptaxen 258

Sechster Abschnitt.

Triklinoëdrisches System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 179. Geometrischer Grundcharakter 261
§. 180. Triklinoëdrische Pyramiden, Prismen und Domen . . . 262

II. Ableitung und Bezeichnung der triklinoëdrischen Formen.

§. 181. Grundform, Hauptreihe 264
§. 182. Makrodiagonale und brachydiagonale Formen 265

III. Berechnung der triklinoëdrischen Formen.

§. 183. Berechnung der Kantenwinkel aus den Axen 266
§. 184. Berechnung der Axen aus den Kantenwinkeln 269

IV. Zeichnung der triklinoëdrischen Formen.

§. 185. Zeichnung einer triklinoëdrischen Pyramide 271

Seite

V. Combinationen der triklinoëdrischen Formen

§. 186. Wahl der Coordinatebenen und der Grundform . . . 272
§. 187. Regeln bei der Entwickelung der Combinationen . . . 274
§. 188. Betrachtung einiger Combinationen 274

VI. Zwillingskrystalle des triklinoëdrischen Systems.

§. 189. Zwillinge des Albites 276
§. 190. Zwillinge des Periklins und Labradors 278

Anhang.

Ueber die allgemeine Entwickelung und graphische Darstellung der Zonen.

§. 191. Einleitende Bemerkung 279
§. 192. Charakterisirung der Zone durch die projicirenden Ebenen der Zonenlinie 280
§. 193. Zonengleichung 282
§. 194. Allgemeine Entwickelung der Zonen 283
§. 195. Graphische Darstellung der Zonen, nach Neumann. . . 286
§. 196. Graphische Darstellung der Zonen, nach Quenstedt . . 288
§. 197. Beispiel einer graphischen Darstellung 290

Einleitung.

Jeder starre anorganische Körper hat eine mehr oder weniger beharrliche äussere Form, welche entweder eine wesentliche oder eine zufällige, entweder eine ursprüngliche oder eine secundäre ist.

Eine ursprüngliche Form ist nämlich jede, welche von der Natur selbst, unmittelbar bei der Entstehung des Körpers, als dessen räumliche Begränzung ausgeprägt wurde; eine secundäre Form dagegen, welche durch irgend spätere, die ursprüngliche Form gänzlich oder theilweise zerstörende Einwirkungen hervorgebracht wurde. Eine wesentliche Form steht mit der Gesammtheit oder doch wenigstens mit der Mehrzahl der physischen Eigenschaften des Körpers im genauesten Zusammenhange, während eine zufällige Form gar keinen dergleichen Zusammenhang erkennen läst.

Die verschiedenen Formen der anorganischen Körper sind ferner theils ebenflächig oder polyëdrisch, theils krummflächig, die polyëdrischen Formen aber entweder regelmässig oder unregelmässig gestaltet, je nachdem sie bestimmten Maass- und Symmetrie-Verhältnissen unterworfen sind oder nicht.

Mit dem Namen Krystall wird nun ein jeder starre anorganische Körper bezeichnet, welcher eine ursprüngliche und wesentliche, regelmässig-polyëdrische Gestalt besitzt. Die Krystalle sind die vollkommen ausgebildeten Individuen der anorganischen Natur; sie sind dasjenige für das Mineralreich, was die einzelnen Pflanzen für das Pflanzenreich, was die einzelnen Thiere für das Thierreich sind. Die Krystallologie, als die Wissenschaft von der Gesetzmässigkeit der natürlichen Eigenschaften der Krystalle, ist daher auch als die eigentliche Physiologie des Mineralreiches zu betrachten. Diese Wissenschaft zerfällt nun, nach den drei wesentlichen Verschiedenheiten der natürlichen Eigenschaften, in drei Hauptabschnitte, nämlich in Krystallographie, Krystallophysik und Krystallochemie, von welchen sich der erstere lediglich mit der Untersuchung der Gestaltungsgesetze der Krystalle beschäftigt. Die Krystallographie ist sonach die Morphologie der Krystalle, und bildet als solche die unentbehrliche Grundlage für alle übrigen Untersuchungen der Krystallologie.

Die Lehren der Krystallographie lassen sich in einen präparativen und einen applicativen Theil sondern; der erstere beschäftigt sich mit gewissen allgemeinen Erklärungen, Erörterungen und Eintheilungen, während der zweite die verschiedenen Classen oder Systeme der Krystallformen nach ihren besondern Eigenthümlichkeiten in Betrachtung zieht.

Präparativer Theil.

§. 1. Begränzungs-Elemente.

Die Krystallformen sind die mehr oder weniger regelmässig gebildeten polyëdrischen Gestalten der Krystalle oder vollkommenen anorganischen Individuen, und lassen daher Flächen, Kanten und Ecke als ihre verschiedenen Begränzungs-Elemente unterscheiden. Gleichnamige Begränzungs-Elemente von gleicher Figur und Grösse, sowie von ähnlicher Lage heissen gleichwerthig; sie sind jedenfalls von einem Punkte innerhalb der Krystallform gleichweit entfernt, welcher der Mittelpunkt genannt wird. Schnitt heisst allgemein derjenige Theil einer durch eine Krystallform gelegten Ebene, welcher innerhalb derselben enthalten ist.

§. 2. Flächen.

Die Flächen der Krystallformen sind, bei völlig normaler Ausbildung, stets ebene Flächen; sie werden zunächst nach der Zahl ihrer Seiten unterschieden und benannt. Die drei- und vierseitigen Figuren erhalten im Allgemeinen die bekannten Namen der Geometrie. Ein Trapezoid, welches durch eine seiner Diagonalen *aa* in zwei congruente Dreiecke getheilt wird, heisst ein symmetrisches Trapezoid oder ein Deltoid; ein Trapezoid oder Trapez aber, welches zwei gleiche Nebenseiten *ab* hat, ein gleichschenkeliges Trapezoid oder Trapez. Fig. 1. Sechsseitige, achtseitige und zwölfseitige Figuren, welche

zwar gleiche Seiten, aber nur abwechselnd gleiche Winkel haben, heissen Ditrigone, Ditetragone und Dihexagone. Fig. 2. An jedem Rhombus und Rhomboïd unterscheidet man die beiden Diagonalen als Makrodiagonale und Brachydiagonale.

Nebenfläche einer gegebenen Fläche heisst jede, die mit ihr eine Kante bildet. Eine Reihe von Nebenflächen heisst jede stetige Folge von Nebenflächen, und was in einer solchen Reihe die ersten, zweiten, dritten u. s. w. Nebenflächen einer gegebenen Fläche sind, diess bedarf keiner Erklärung. Nachbarfläche einer gegebenen Fläche heisst jede zweite Nebenfläche derselben, die mit ihr noch einen Eckpunkt gemeinschaftlich hat. Gegenfläche einer gegebenen Fläche heisst die ihr parallele, auf der entgegengesetzten Seite der Gestalt.

§. 3. Kanten.

An jeder Kante unterscheidet man die beiden Kantenflächen, die Kantenlinie und den Kantenwinkel. Der Kantenwinkel ist der Neigungswinkel beider Kantenflächen, oder derjenige Winkel, welchen zwei, von irgend einem Punkte der Kantenlinie in beiden Flächen errichtete Normalen bilden. Kanten sind gleich, wenn sie gleiche Kantenlinien und Kantenwinkel haben. Eine symmetrische Kante ist diejenige, deren Flächen nicht nur gleich und ähnlich, sondern auch symmetrisch verbunden sind; werden die Flächen noch ausserdem durch die, aus dem Mittelpunkte der Kantenlinie errichteten Normalen in zwei congruente Hälften getheilt, so heisst die Kante eine regelmässige Kante. Alle übrigen Kanten sind unregelmässig. Zur Erläuterung dieses Unterschiedes denke man sich in Fig. 3. je zwei Flächen in der Linie *a b* zu einer Kante verbunden. Eine ausspringende Kante ist diejenige, deren Winkel nach dem Mittelpunkte der Krystallform kleiner als 180°, eine einspringende Kante diejenige, deren Winkel nach derselben Richtung grösser als 180°, ist. Gegenkante einer gegebenen Kante heisst die ihr gleiche und parallele auf der entgegengesetzten Seite der Gestalt.

§. 4. Ecke.

An jedem Eck unterscheidet man die Flächenwinkel, die Kantenwinkel und den Eckpunkt. Im Allgemeinen benennt man die Ecke nach der Zahl ihrer Flächen, und unterscheidet sie demgemäss als dreiflächige, vierflächige Ecke u. s. w. Trigonale, tetragonale oder hexagonale Ecke sind solche drei-, vier- oder sechsflächige Ecke, die gleiche Flächenwinkel und gleiche Kantenwinkel haben. Rhombische, ditrigonale, ditetragonale und dihexagonale Ecke sind solche vier-, sechs-, acht- und zwölfflächige Ecke, die gleiche Flächenwinkel, aber nur abwechselnd gleiche Kantenwinkel haben. Gegeneck eines gegebenen Eckes heisst das gleiche und parallelflächige auf der entgegengesetzten Seite der Gestalt.

§. 5. Flächensysteme, Zonen.

Bei vielen Krystallformen gruppiren sich die Flächen zu Flächensystemen, welche man nach der Zahl ihrer Flächen Flächenpaare, oder drei-, vier-, sechszählige Flächensysteme nennt. Fig. 4. Jedes solche Flächensystem hat seine Neben- und Nachbar-Systeme, auch in der Regel sein Gegensystem.

Eine Zone von Flächen heisst jeder Inbegriff von dreien oder mehren Flächen, welche einer und derselben Linie, der Zonenlinie, parallel sind, wie z. B. die Flächen *a* in den vorgenannten Figuren; wenn sich also die Flächen einer Zone schneiden, so bilden sie unter einander lauter parallele Kanten, und geben sich dadurch sehr leicht als Glieder einer und derselben Zone zu erkennen; was nicht mehr der Fall ist, wenn sie durch zwischenliegende Flächen von einander getrennt werden.

§. 6. Coordinat-Ebenen und Coordinat-Axen.

Eine wissenschaftliche und für die Theorie wie für die Praxis gleich brauchbare Betrachtungsweise der Krystallformen erfordert nothwendig eine mathematische Grundlage. Dieselbe ist jedoch so einfach, lässt sich so leicht verständ-

lich machen, und gewährt eine so harmonische und elegante Behandlungsweise der Krystallographie, dass das Studium dieser Wissenschaft durch solche mathematische Begründung selbst für Diejenigen, welche an mathematische Betrachtungen weniger gewöhnt sind, eher erleichtert als erschwert, eher anziehend als abstossend gemacht wird.

Wenn man bedenkt, dass mancher Krystall von mehr als 100 verschiedenen Flächen gebildet wird, so begreift man recht wohl, dass es einer wohlgeordneten Uebersicht dieser Flächen und ihrer gegenseitigen Verhältnisse bedarf, um zu einem klaren und deutlichen Verständnisse des gegebenen Krystalles zu gelangen. Das wichtigste Verhältniss der Flächen einer und derselben Krystallform ist aber das ihrer gegenseitigen Lage. Wie nun die Lage gegebener Punkte, Linien und Flächen überhaupt nicht absolut, sondern nur relativ, d. h. beziehungsweise auf gewisse, dabei zu Grunde gelegte und gleichsam zum Anhalte dienende andere Punkte, Linien oder Flächen bestimmt werden kann*), so gilt diess natürlicherweise auch von den Krystallflächen. Wir werden daher innerhalb einer jeden Krystallform ein System von Linien oder Ebenen annehmen müssen, in Bezug auf welches die Lage aller ihrer Flächen bestimmt werden soll. Da nun in der Mathematik dergleichen, zur Lagenbestimmung dienende Ebenen mit dem Namen Coordinat-Ebenen, und ihre gegenseitigen Durchschnittslinien mit dem Namen Coordinat-Axen belegt werden, so wollen wir dieselben Namen auch in der Krystallographie beibehalten. Ein solches System von Coordinat-Ebenen, oder ein solches Axensystem muss nun aber 1.) möglichst einfach, und 2.) den Symmetrie-Verhältnissen der Krystallform möglichst angemessen gewählt werden.

Weil die Krystallformen eine körperliche, also eine nach drei Dimensionen sich erstreckende Ausdehnung besitzen, so bedürfen wir auch für eine jede wenigstens

*) Man denke nur z. B. an die geographischen Ortsbestimmungen u. dergleichen.

dreier Coordinat-Ebenen, welche nicht einer und derselben Linie parallel sind. Eine grössere Zahl von Coordinat-Ebenen einzuführen, würde zwar vom blos mathematischen Gesichtspunkte aus unzweckmässig sein, kann aber desungeachtet bei gewissen Krystallformen durch die Symmetrie-Verhältnisse derselben geboten werden. Wie aber auch das System der Coordinat-Ebenen beschaffen sein möge, so wird man jedenfalls den Mittelpunkt desselben, d. h. den gemeinschaftlichen Durchnittspunkt der Coordinat-Ebenen, in den Mittelpunkt der Krystallform verlegen. Nächst der Zahl der Coordinat-Ebenen sind auch die gegenseitigen Neigungswinkel derselben von grosser Wichtigkeit. Vom blos mathematischen Gesichtspunkte aus würde nur das Princip der möglichsten Einfachheit geltend zu machen und daher jederzeit gegenseitige Rechtwinkeligkeit der Coordinat-Ebenen vorauszusetzen sein. Allein vom krystallographischen Gesichtspunkte aus werden uns die Symmetrie-Verhältnisse gewisser Krystallformen für sie die Einführung schiefwinkeliger Axensysteme empfehlenswerth machen. Das Neigungsverhältniss der Coordinat-Ebenen kann übrigens als ein allgemeines und als ein besonderes aufgefasst werden; im ersten Falle berücksichtigt man nur die Rechtwinkeligkeit oder Schiefwinkeligkeit überhaupt, oder die Zahl der vorhandenen rechten und schiefen Winkel, und schreibt daher zweien Krystallformen dasselbe allgemeine Neigungsverhältniss der Coordinat-Ebenen zu, wenn jede derselben z. B. lauter schiefe oder lauter rechte Winkel, oder einen schiefen gegen zwei rechte Winkel besitzt, wie verschieden auch die besonderen Werthe der schiefen Winkel sein mögen, deren Angabe das besondere Neigungsverhältniss bestimmt.

§. 7. Parameter der Flächen.

Die Art und Weise, wie die Lage der Flächen einer Krystallform von den Elementen des gewählten Axensystems abhängig gemacht und in Bezug auf dieselben bestimmt wird, ist nun sehr einfach. Weil nämlich die Coordinat-Axen nach drei Dimensionen ausgedehnt und von indefini-

ter Länge sind, so muss nothwendig eine jede Krystallfläche entweder mit allen dreien, oder mit zweien, oder doch wenigstens mit einer derselben zum Durchschnitte kommen. Die dadurch sich ergebenden Axen-Abschnitte nennt man die Parameter der Fläche, und es ist offenbar, dass jede Krystallfläche durch Angabe der Grösse und der Richtung ihrer Parameter vollständig bestimmt werde. Auch in denjenigen Axen, mit welchen eine gegebene Fläche gar nicht zum Durchschnitte kommt, lassen sich Parameter annehmen. Denn, weil die Fläche einer solchen Axe parallel ist, so liegt ihr Durchschnittspunkt mit derselben unendlich weit vom Mittelpunkte des Axensystems entfernt; man kann daher sagen, dass der betreffende Parameter unendlich gross sei, was durch das Zeichen ∞ ausgedrückt wird. Im Allgemeinen aber ist es nicht sowohl die absolute Grösse, als vielmehr das Verhältniss der Parameter, worauf es bei der Lagenbestimmung einer Fläche ankommt, weil eine Krystallform keine wesentliche Veränderung erfährt, wenn ihre Flächen sich selbst parallel dem Mittelpunkte genähert oder von ihm entfernt werden. Da jede Coordinat-Axe vom Mittelpunkte des Axensystems in zwei Halbaxen getheilt wird, welche nach entgegengesetzten Richtungen ausgedehnt sind, so bedient man sich zur Unterscheidung je zweier Halbaxen und der in ihnen liegenden Parameter der Vorzeichen $+$ (positiv) und $-$ (negativ), mit welchen in der Mathematik überhaupt entgegengesetzte Grössen bezeichnet werden. Doch wird das Zeichen $+$ gewöhnlich weggelassen, wo solches, ohne Verwechselung herbeizuführen, geschehen kann.

Sobald also für eine Krystallfläche das Verhältniss ihrer Parameter mit gleichzeitiger Berücksichtigung der Richtung derselben angegeben wird, so ist ihre Lage völlig bestimmt.

Beispiel. Die Figur 5 stellt eine 4-seitige Pyramide dar, deren Coordinat-Axen die Linien XX', YY' und ZZ' sind. Für alle 8 Flächen dieser Pyramide gilt dasselbe Grössenverhältniss der Parameter, $a : b : c$, aber die Richtung derselben ist verschieden, und bedingt

die verschiedene Lage der Flächen. So hat die vorn, oben, rechts liegende Fläche das Verhältniss

$$+ a : + b : + c$$

die vorn, unten, links liegende Fläche das Verhältniss

$$- a : - b : + c$$

u. s. w.

§. 8. Krystall-Axen.

Indem die sämmtlichen Flächen einer Krystallform den Raum um den Mittelpunkt des Axensystems gänzlich oder theilweise umschliessen, so setzen sie der Ausdehnung der Coordinat-Axen bestimmte Gränzen; eine jede derselben erhält eine gewisse Länge, und die vorher indefiniten Coordinat-Axen treten nun als Krystall-Axen oder als Axen schlechthin mit einem bestimmten Grössen-Verhältnisse hervor. Dieses Grössen-Verhältniss der Axen ist nun zwar in vielen Fällen identisch mit dem Verhältnisse der Parameter, in anderen Fällen aber auch verschieden davon, und es ist daher sehr wichtig, den Unterschied der Axen und der Parameter niemals aus den Augen zu verlieren; denn selbst bei gleichem Verhältnisse beider bleibt immer der Begriff derselben ein verschiedener. Die Parameter sind vom Mittelpunkte aus einseitig ausgedehnt; sie sind bestimmte Abschnitte der halben Coordinat-Axen welche durch eine einzelne Fläche bedingt werden. Die Axen dagegen sind vom Mittelpunkte aus zweiseitig ausgedehnt; sie sind bestimmte Abschnitte der ganzen Coordinat-Axen, welche sich durch das Zusammentreffen mehrer Flächen ergeben.

Das Grössen-Verhältniss der Axen kann als ein allgemeines und als ein besonderes betrachtet werden; im ersteren Falle achtet man nur auf die gegenseitige Gleichheit oder Ungleichheit der Axen überhaupt, und schreibt daher zweien Krystallformen dasselbe allgemeine Grössen-Verhältniss der Axen zu, wenn jede derselben z. B. drei ungleiche Axen, oder eine ungleiche neben zwei gleichen Axen besitzt, wie verschieden auch die numerischen Verhältnisse der beiderseitigen Axen sein mögen, durch deren

Angabe das besondere Grössen-Verhältniss derselben ausgedrückt wird.

§. 9. Krystallsysteme.

Durch die bisherigen Betrachtungen sollte der Begriff des Krystallsystems vorbereitet werden. Die Gesammtheit der bis jetzt bekannten Krystallformen gruppirt sich nämlich nach gewissen sehr ausgezeichneten Verschiedenheiten ihrer Gestaltungsgesetze in sieben verschiedene Abtheilungen, welche Krystallsysteme genannt worden sind. Die Verschiedenheit der ihnen zu Grunde liegenden Gestaltungsgesetze lässt sich aber auf gewisse Verschiedenheiten ihrer Axensysteme zurückführen, und daher der Begriff des Krystallsystems folgendermaassen aussprechen:

Ein Krystallsystem ist der Inbegriff aller derjenigen Krystallformen, welche, bei gleicher Zahl und gleichem allgemeinen Neigungsverhältnisse der Coordinat-Ebenen, dasselbe allgemeine Grössenverhältniss der Axen besitzen.

Wenn man es nämlich versucht, die verschiedenen Krystallformen auf Axensysteme zurückzuführen, so findet man, dass zwar die meisten derselben auf 3 Coordinat-Ebenen bezogen werden können, während dagegen gewisse Formen auf 4 dergleichen Ebenen bezogen werden müssen, sobald man nicht ihre Symmetrie-Verhältnisse gänzlich vernachlässigen will. Diese wesentliche Verschiedenheit führt daher zuvörderst auf eine Eintheilung aller Krystallformen in zwei grosse Gruppen, welche man füglich, nach der ihnen zu Grunde liegenden Anzahl von Coordinat-Ebenen oder, was gleichgiltig ist, von Coordinat-Axen, mit dem Namen der trimetrischen und tetrametrischen Formen belegen kann. Die trimetrischen Formen lassen nun weitere Unterschiede zuvörderst nach den allgemeinen Neigungsverhältnissen ihrer Coordinat-Ebenen erkennen, deren überhaupt vier möglich und auch bereits in der Wirklichkeit nachgewiesen worden sind. Hiernach zerfallen die trimetrischen Formen in folgende vier Abtheilungen:

1.) orthoëdrische Formen; die Coordinat-Ebenen bilden lauter rechte Winkel;
2.) monoklinoëdrische Formen; die Coordinat-Ebenen bilden zwei rechte und einen schiefen Winkel;
3.) diklinoëdrische Formen; die Coordinat-Ebenen bilden zwei schiefe und einen rechten Winkel, und
4.) triklinoëdrische Formen; die Coordinat-Ebenen bilden lauter schiefe Winkel.

Die tetrametrischen Krystallformen lassen nur das einzige, sehr bestimmte Neigungsverhältniss ihrer Coordinat-Ebenen erkennen, dass sich nämlich drei derselben in einer Linie unter 60° schneiden, während die vierte Ebene auf ihnen rechtwinkelig ist.

Im Bereiche der orthoëdrischen Formen wird nun endlich eine abermalige Eintheilung durch die verschiedenen allgemeinen Grössenverhältnisse der Axen herbeigeführt, deren überhaupt drei möglich und auch in der Wirklichkeit nachgewiesen sind. Demgemäss zerfallen die orthoëdrischen Formen in folgende drei Abtheilungen, welche wir unter doppelten Namen aufführen, von denen allemal der erstere das Grössenverhältniss der Axen ausdrückt, der zweite, im Gebrauche bequemere aber von anderen, später zu erläuternden Verhältnissen entlehnt ist:

1.) Isometrische oder tesserale Formen; alle drei Axen sind gleich;
2.) monodimetrische oder tetragonale Formen; es giebt eine ungleiche gegen zwei gleiche Axen, und
3.) anisometrische oder rhombische Formen; alle drei Axen sind ungleich.

Im Bereiche der klinoëdrischen Formen scheint für die Axen allgemein das Verhältniss der durchgängigen Ungleichheit zu herrschen, daher auch für sie keine weiteren Eintheilungen geltend zu machen sind.

Bei den tetrametrischen Formen endlich findet immer das Verhältniss Statt, dass die drei, in einer Ebene liegenden Axen einander gleich sind, während die vierte, auf ihnen rechtwinkelige Axe einen verschiedenen Werth hat. Man kann sie daher füglich mit Hausmann monotrime-

trische Formen nennen, wofür wir uns jedoch häufiger des Namens hexagonale Formen bedienen werden, der aus einem später zu erwähnenden Verhältnisse abgeleitet ist.

Solchergestalt gelangen wir denn überhaupt auf folgende Uebersicht der Krystallformen und der bis jetzt nachgewiesenen sieben Krystallsysteme.

A) Trimetrische Formen.

a) Orthoëdrische Formen.

1) Isometrisches oder tesserales System.
2) monodimetrisches oder tetragonales System,
3) anisometrisches oder rhombisches System.

b) Klinoëdrische Formen.

4) monoklinoëdrisches System,
5) diklinoëdrisches System,
6) triklinoëdrisches System.*)

B) Tetrametrische Formen.

7) Monotrimetrisches oder hexagonales System.**)

§. 10. Hauptaxen, Nebenaxen und was damit zusammenhängt.

Bei der wissenschaftlichen Betrachtung der Krystallformen pflegt man dieselben in einer solchen Stellung zu denken, dass eine der Axen vertical ist. Diejenige Axe

*) Einige Krystallographen bedienen sich statt der Worte monoklinoëdrisch, diklinoëdrisch u. s. w. der Worte monoklinisch, diklinisch, welche freilich z. Th. schon in der Botanik in einem ganz anderen Sinne eingeführt, übrigens aber weniger bestimmt sind, weil sie es nicht ausdrücken, ob sich die schiefen Winkel auf die Coordinat-Ebenen oder die Axen beziehen.

**) Miller in seinem Treatise on Crystallography, und neuerdings auch Pettko, beziehen die Formen des hexagonalen Systems auf ein trimetrisches Axensystem, dessen drei gleich grosse aber schiefwinkelige Axen gleiche Neigung zu einander haben. Diese Methode ist vom mathematischen Standpunkte aus recht wohl zulässig, hat aber für die anschauliche Erfassung der Formen manchen Nachtheil zur Folge, weshalb sie für die praktische Krystallographie, für das Bedürfniss des Mineralogen und Chemikers nicht zu empfehlen sein dürfte.

nun, nach welcher diese aufrechte Stellung einer Krystallform bestimmt wird, nennt man die Hauptaxe. Für die Wahl der Hauptaxe sind in einigen Krystallsystemen sehr bestimmte Argumente gegeben, während solche in anderen Systemen mehr oder weniger willkürlich ist; (absolute und relative Hauptaxen). Wo nämlich, wie im tesseralen Systeme, alle drei Axen völlig gleichwerthig sind, da wird auch eine jede in völlig gleicher Weise und mit gleichem Rechte zur Hauptaxe dienen können, da giebt es also auch drei, absolut gleichwerthige Hauptaxen. Wo dagegen, wie im tetragonalen und hexagonalen Systeme, eine der Axen durch ihre Grösse vor den übrigen Axen hervortritt, da wird ihr allein der Rang einer Hauptaxe gebühren. In dem monoklinoëdrischen Krystallsysteme wird allemal eine von denjenigen beiden Axen, welche mit einander einen schiefen Winkel bilden, zur Hauptaxe gewählt; im diklinoëdrischen Systeme ist diejenige Axe, welche als die Durchschnittslinie der beiden rechtwinkeligen Coordinat-Ebenen hervortritt, als Hauptaxe zu betrachten, und in dem rhombischen und triklinoëdrischen Systeme wird irgend eine der drei vorhandenen Axen zur Hauptaxe gewählt.

Im Tesseralsysteme giebt es also drei Hauptaxen; in jedem der übrigen Systeme nur eine Hauptaxe, und hiernach pflegt man wohl auch die tesseralen Formen als vielaxige den übrigen Formen als einaxigen entgegen zu stellen; in diesen letzteren erhalten die anderen Axen den Namen der Nebenaxen. Die durch die Nebenaxen gehende Coordinat-Ebene nennt man auch die Basis des Axensystems, und die Figur dieser Basis ist es, von welcher die Benennungen tetragonales, rhombisches und hexagonales Axensystem entlehnt worden sind.

Die Endpunkte einer Hauptaxe heissen Pole; fallen solche in Ecke, so werden dieselben Polecke, und die von ihnen auslaufenden Kanten Polkanten genannt. Die Flächen einer Krystallform sind entweder obere oder untere Flächen, je nachdem sie (unmittelbar oder gehörig verlängert) entweder die obere oder die untere Hälfte der verticalen Hauptaxe schneiden. Mittelkanten sind dieje-

nigen, die von einer obern und einer untern Fläche gebildet werden; Mittelecke solche, in welchen Mittelkanten zusammentreffen.*) Querschnitte heissen die auf der Hauptaxe rechtwinkeligen, und basische Schnitte die der Basis parallelen Schnitte. Unter der parallelen Stellung versteht man diejenige Stellung zweier oder mehrer Exemplare einer und derselben Krystallform, bei welcher die Axen und Flächen der einen den Axen und Flächen der andern parallel sind.

§. 11. Einfache und zusammengesetzte Formen; Partialformen.

Zwei oder mehre Flächen, welche um ein und dasselbe vollständig bestimmte Axensystem gegeben sind, heissen isoparametrisch, wenn ihre, in gleichwerthigen Axen gelegenen Parameter gleich gross, und nur der Richtung nach verschieden sind; z. B. die Pyramidenflächen in Fig. 5.

Jede einzelne oder besondere Krystallform ist nun ein Inbegriff von lauter isoparametrischen Flächen, und es ist daher in der Folge bei dem Worte Form oder Gestalt lediglich ein solcher Inbegriff zu denken, welche Bestimmungen auch ausserdem noch hinzutreten mögen.

Eine einfache Form ist diejenige, deren Flächen alle gleich und ähnlich sind; eine zusammengesetzte Form dagegen diejenige, deren Flächen zwar isoparametrisch, aber nicht alle gleich und ähnlich sind. Diese letzteren Formen finden sich blos in den klinoëdrischen Krystallsystemen. Vermöge der verschiedenen Figur und Grösse ihrer Flächen zerfallen die zusammengesetzten Formen entweder in zwei oder in vier Theilgestalten oder Partialformen, indem man unter einer Theilgestalt den Inbegriff aller gleichwerthigen Flächen einer zusammengesetzten Form versteht.

*) Viele Krystallographen sagen Endkante und Seitenkante statt Polkante und Mittelkante; für die Kanten der verschiedenen prismatischen Formen der einaxigen Systeme werden wir uns gleichfalls des Wortes Seitenkante bedienen.

Dergleichen Partialformen bestehen entweder aus zwei Gegenflächenpaaren, oder aus zwei einzelnen Gegenflächen, welche sich nicht nur durch dieselbe Lage, Figur und Grösse, sondern auch durch dieselbe physische Beschaffenheit (Art und Stärke des Glanzes, Glätte oder Rauhheit und dergl.) als zusammengehörige oder correlate Flächen zu erkennen geben.

Eine geschlossene Form ist diejenige, deren Flächen den Raum allseitig umschliessen; eine offene Form diejenige, deren Flächen den Raum nicht allseitig umschliessen. Die Partialformen sind immer offene Formen.

§. 12. Holoëdrische und hemiëdrische Formen.

Eine holoëdrische Form ist der vollzählige Inbegriff sämmtlicher Flächen, welche rings um ein vollständig bestimmtes Axensystem für ein gegebenes Parameter-Verhältniss möglich sind. Sie besitzt jedenfalls Flächen-Parallelismus, d. h. für jede einzelne ihrer Flächen ist eine Gegenfläche vorhanden. Eine hemiëdrische Form ist die symmetrisch vertheilte Hälfte sämmtlicher Flächen, welche rings um ein vollständig bestimmtes Axensystem für ein gegebenes Parameter-Verhältniss möglich sind, und eine tetartoëdrische Form eben so das symmetrisch vertheilte Viertel dieser Flächen. Die hemiëdrischen und tetartoëdrischen Formen lassen sich daher gewissermaassen als die Hälften und Viertel derjenigen holoëdrischen Formen betrachten, welche die vollzähligen Inbegriffe derselben isoparametrischen Flächen darstellen, und aus welchen, als ihren Stammformen, sie durch das Verschwinden der halben oder Dreiviertel-Flächenzahl abzuleiten sind. Man sagt dann, die Stammform erscheine hemiëdrisch oder tetartoëdrisch, und bezeichnet das Verhältniss selbst mit dem Namen der Hemiëdrie oder Tetartoëdrie.

Die Hemiëdrie kann sowohl bei einfachen als bei zusammengesetzten Formen Statt finden; ja, bei den letzteren ist sie ein, durch die verschiedene Beschaffenheit der Partialformen nothwendig und in eigenthümlicher Weise her-

beigeführtes, daher auch fast jederzeit Statt findendes Verhältniss. Aber auch in den einfachen Formen spielt die Hemiëdrie nicht selten eine wichtige Rolle, und da in der Beschaffenheit dieser Formen keine Disposition zu einer solchen Entzweiung hervortritt, so ist über ihre Hemiëdrie vorläufig Folgendes zu bemerken. Es kann dieselbe sowohl nach einzelnen Flächen, als auch nach Flächensystemen eintreten, d. h. es kann an einer holoëdrischen Gestalt nicht nur die Hälfte der einzelnen Flächen, sondern auch, wenn anders Flächensysteme vorhanden sind, die Hälfte dieser Flächensysteme verschwinden, während die andere Hälfte allein ausgebildet ist. Hiernach bestimmen sich die verschiedenen Modalitäten der Hemiëdrie, welche aus einer und derselben holoëdrischen Form auf sehr verschiedene hemiëdrische Formen gelangen lassen. Nur findet jedenfalls das Gesetz Statt, dass die bleibenden Flächen oder Flächensysteme eine ringsum symmetrische Vertheilung haben müssen; ein Gesetz, welches sich in den meisten Fällen auch folgendermaassen aussprechen lässt: für jede bleibende Fläche oder für jedes bleibende Flächensystem verschwinden die Neben- und bleiben die Nachbar-Flächen oder Flächensysteme.

§. 13. Parallelflächige und geneigtflächige Hemiëdrie; Gegenkörper.

Jede holoëdrische Form ist nothwendig mit Flächenparallelismus begabt; auch viele hemiëdrische Formen besitzen dieselbe Eigenschaft, während solche in anderen Formen der Art vermisst wird.

Aus dem, zu Ende des vorigen Paragraphes mitgetheilten Gesetze der Hemiëdrie folgt nämlich, dass, wenn man an einer holoëdrischen Form, von irgend einer bleibenden oder verschwindenden Fläche, oder von einem dergleichen Flächensysteme ausgehend, durch die Reihe der Nebenflächen oder Nebensysteme fortzählt, alle geradzähligen Nebenflächen oder Nebensysteme dem gleichnamigen, alle ungeradzähligen dem ungleichnamigen Verhältnisse unterworfen sind. Ist also in der holoëdrischen

Form die Gegenfläche einer bleibenden Fläche eine ungeradzählige in der Reihe der Nebenflächen, so wird solche verschwinden, und die entstehende hemiëdrische Form nothwendig des Flächen-Parallelismus ermangeln müssen. So kann also die Hemiëdrie auf Formen führen, welche gar keinen Flächenparallelismus besitzen, und sich dadurch auf den ersten Blick als nicht-holoëdrische Formen zu erkennen geben. Wenn aber die Gegenfläche jeder bleibenden Fläche eine geradzählige in der Reihe der Nebenflächen ist, so wird sie gleichfalls zurückbleiben, und folglich die hemiëdrische Form, eben so wohl wie ihre Stammform, mit Flächen-Parallelismus begabt sein. Nach diesem Verhältnisse pflegt man die hemiëdrischen Formen in parallelflächige und geneigtflächige Formen einzutheilen.

Weil übrigens jede einfache holoëdrische Form zwei, an sich völlig gleichwerthige und nur durch ihre gegenseitige Lage verschiedene Flächenhälften hat, so wird sie auch zwei, rücksichtlich ihrer Begränzungselemente völlig gleiche und ähnliche, und nur durch ihre Stellung, oder auch durch die Verknüpfung dieser Begränzungselemente verschiedene hemiëdrische Formen liefern, welche man dieses Gegensatzes wegen hemiëdrische Gegenkörper, auch wohl, weil sie sich beide zur Stammform ergänzen, complementäre Formen oder hemiëdrische Complemente genannt hat.

§. 14. Benennung der Krystallformen.

Die verschiedenen Krystallformen müssen natürlich durch angemessene Benennungen unterschieden werden. Da nun einige derselben auch in der Geometrie zur Betrachtung kommen, und in dieser Wissenschaft seit langer Zeit mit bestimmten Namen belegt worden sind, so haben wir auch die Nomenclatur der Geometrie möglichst zu berücksichtigen.

Die Formen des vielaxigen oder Tesseral-Systemes, welche in der Geometrie betrachtet zu werden pflegen, sind nach der Zahl ihrer Flächen benannt worden, wie die Namen Tetraëder, Hexaëder und Oktaëder beweisen; wir

werden daher auch für die übrigen tesseralen Formen dasselbe Princip der Nomenclatur befolgen und sie demnach als Dodekaëder, Ikositetraëder u. s. w. bezeichnen. Die wenigen von der Geometrie betrachteten Formen dagegen, welche den einaxigen Krystallsystemen angehören, sind nicht nach der Zahl ihrer Flächen benannt worden, wie z. B. die Namen Pyramide und Prisma lehren. Desshalb wollen wir auch in diesen Krystallsystemen die Namen nicht von der Zahl der Flächen, sondern von der Figur derselben oder von anderen Gestaltverhältnissen entlehnen. Man kennt aber in diesen Systemen überhaupt folgende, wesentlich verschiedene Arten von einfachen Formen.

1) Pyramiden, sind von 6, 8, 12, 16 oder 24 Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen. Fig. 6. Sie stellen allemal zwei, in ihren Grundflächen verbundene Pyramiden der Geometrie vor, und würden daher, streng genommen, Dipyramiden genannt werden müssen, was jedoch insofern nicht nöthig ist, weil in der Krystallwelt, mit Ausnahme des Tetraëders, keine einfachen Pyramiden vorkommen.

2) Skalenoëder, sind von 8 oder 12 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen. Fig. 7.

3). Sphenoide, sind doppelt-keilförmige, von 4 gleichschenkeligen oder ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Gestalten. Fig. 8.

4) Rhomboëder, sind von 6 Rhomben umschlossene Gestalten. Fig. 9.

5) Trapezoëder, sind von 6, 8 oder 12 gleichschenkeligen Trapezoiden umschlossene Formen, deren Mittelkanten im Zickzack auf- und absteigen. Fig. 10.

6) Prismen, sind Inbegriffe von 3, 4, 6, 8 oder 12 gleichwerthigen Flächen, welche sämmtlich einer der Axen parallel laufen. Diejenige Axe, in Bezug auf welche dieser Parallelismus Statt findet, wird auch die Axe des Prisma's genannt, und nach der verschiedenen Lage derselben giebt es sowohl verticale, als auch horizontale und geneigte Pris-

men. Fig. 11. Für diese horizontalen und geneigten Prismen hat Breithaupt den Namen Doma vorgeschlagen, dessen wir uns auch für sie bedienen werden.

7) Pinakoide, sind Inbegriffe von 2 parallelen Flächen, welche entweder der Basis (§. 10.) oder einer der anderen Coordinat-Ebenen parallel sind.

Sowohl die Prismen als auch die Pinakoide sind offene Formen (§. 11.) von indefiniter Ausdehnung und können daher als solche nicht selbstständig, sondern nur zugleich mit anderen Formen vorkommen.

§. 15. Krystallreihe, Ableitung der Krystallformen.

Unter einer Krystallreihe versteht man den Inbegriff aller, an einer und derselben Species (z. B. an einem und demselben Minerale) möglicherweise vorkommenden Krystallformen. Die Formen einer Krystallreihe gehören nicht nur immer demselben Krystallsysteme an, sondern sie lassen auch noch einen weit innigeren gegenseitigen Zusammenhang darin erkennen, dass die gleichnamigen Parameter ihrer verschiedenen Flächen zu einander in rationalen Verhältnissen stehen.

Gesetzt also, eine Krystallreihe enthalte die verschiedenen Formen G, G', G'' u. s. w., so wird zuvörderst die Verschiedenheit dieser Formen wesentlich darin begründet sein, dass die Flächen der einzelnen verschiedene Lagen und folglich verschiedene Werthe der Parameter haben. Drücken wir nun diese Parameter allgemein durch

$$a : b : c$$
$$a' : b' : c'$$
$$a'' : b'' : c'' \text{ u. s. w.}$$

aus, so würden wir, weil es ja (nach §. 7) lediglich auf das Verhältniss und keineswegs auf die absolute Grösse derselben ankommt, unter Zugrundelegung eines dieser Verhältnisse, z. B. des Verhältnisses $a : b : c$, alle übrigen Verhältnisse dadurch ableiten können, dass wir, mit willkürlicher Beibehaltung eines der Parameter (z. B. des Parameters c) die beiden anderen mit gewissen Zahlen m und n multipliciren, so dass

$$ma : nb : c = a' : b' : c'$$
$$m'a : n'b : c = a'' : b'' : c'' \text{ u. s. w.}$$

Die so eingeführten Factoren *m* und *n* heissen die Ableitungszahlen, und es ist einleuchtend, dass diese Ableitung, als eine bloss arithmetische Operation, immer möglich sein muss. Das Merkwürdige bei der Sache ist nun aber, wie bereits erwähnt, dass die so gefundenen Ableitungszahlen jedenfalls rationale Zahlen, irrationale Werthe derselben aber gänzlich ausgeschlossen sind. Dieses Naturgesetz der Krystallreihen, welches in der Abhängigkeit ihrer Formen von gewissen Zonen-Verhältnissen begründet zu sein scheint, wird dadurch noch merkwürdiger, dass die Ableitungszahlen auch meistentheils von sehr einfachem numerischen Ausdrucke sind, wie denn z. B. die Werthe $1/2$, 2, 3, und ∞ am häufigsten vorzukommen pflegen.

Auf diese einfache Ableitbarkeit der Parameter-Verhältnisse lässt sich nun auch eine eben so einfache Construction gründen, mittels welcher sämmtliche Formen einer und derselben Krystallreihe aus einer derselben, welche die Grundform genannt wird, entweder durch Umschreibung oder durch Einschreibung abgeleitet, werden können. Man nennt diese Construction die krystallographische Ableitung, und hat allemal eine solche Form zur Grundform zu wählen, deren Parameter-Verhältniss dem allgemeinen Grössenverhältnisse (§. 8.) der Axen in dem betreffenden Krystallsysteme entspricht. Uebrigens wird diese auf die Parameter-Verhältnisse gegründete Ableitung zunächst nur für die holoëdrischen Formen geltend gemacht, eine jede hemiëdrische Form aber aus der betreffenden holoëdrischen Stammform durch Vergrösserung ihrer einen Flächenhälfte abgeleitet.

§. 16. Bezeichnung der Krystallformen und Krystallflächen.

Die gegenseitige Ableitbarkeit aller Formen einer und derselben Krystallreihe begründet auch eine sehr einfache Bezeichnung der Krystallformen, welche nicht füglich

entbehrt werden kann, sobald die Anzahl der in einer Krystallreihe beobachteten Formen etwas gross ist. Denn wenn z. B. in einer und derselben Krystallreihe 20 verschiedene Rhomboëder und 30 verschiedene Skalenoëder vorkommen, so würde eine blos namentliche Unterscheidung derselben sehr schwerfällig werden, und dabei immer noch jener Präcision ermangeln, welche erfordert wird, dafern alle Verwechselungen vermieden, zugleich aber auch die Elemente zu den nöthigsten Rechnungen gegeboten werden sollen.

Beiden diesen Anforderungen wird nun auf eine sehr einfache Weise durch folgendes Verfahren Genüge geleistet. Man bezeichne die Grundform der betreffenden Krystallreihe mit dem Anfangsbuchstaben ihres Namens, z. B. mit *P*, wenn sie eine Pyramide ist. Da nun der wesentliche Unterschied einer jeden andern Form in der verschiedenen Lage ihrer Flächen oder in dem verschiedenen Grössen-Verhältnisse ihrer Parameter liegt, und diese letztere Verschiedenheit (nach §. 15.) immer auf die zwei Ableitungszahlen *m* und *n* zurückgeführt werden kann, so wird die einfachste Bezeichnung derselben dadurch gewonnen werden, dass man vor und hinter das Zeichen der Grundform die beiden Ableitungszahlen *m* und *n* schreibt. Demnach ist *mPn* das allgemeine Zeichen irgend einer, aus der Grundform *P* abgeleiteten Form. Weil die hemiëdrischen Formen aus den respectiven holoëdrischen Stammformen abgeleitet werden (§. 15.), so erhalten sie auch das Zeichen derselben mit einer, nach Art eines Divisors untergeschriebenen 2 (z. B. $\frac{mPn}{2}$); die beiden Gegenkörper aber werden durch die Stellungszeichen + und — (von denen jedoch das erstere gewöhnlich unterdrückt wird) oder auch bisweilen durch die Buchstaben *r* (rechts) und *l* (links) unterschieden.*)

*) Da die hier, nach dem Vorgange von Mohs vorgeschlagene Bezeichnungsart der hemiëdrischen Formen bisweilen in typographischer Hinsicht unbequem wird, so liesse sich auch als Zeichen einer hemiëdrischen Form das in Klammern eingeschlossene Zeichen ihrer holoëdrischen Stamm-

Die einzelnen Flächen einer Krystallform können nicht einfacher und bestimmter bezeichnet werden, als durch das Verhältniss ihrer Parameter, wobei natürlich nicht nur auf die Grösse, sondern auch ganz besonders auf die Vorzeichen (§. 7.) dieser Parameter Rücksicht zu nehmen ist. Diese, von Weiss schon längst eingeführte Bezeichnung der Krystallflächen entspricht allen Anforderungen sowohl der descriptiven als auch der rechnenden Krystallographie, weil sie eben so repräsentativ als calculativ ist*)

§. 17. Combinationen.

In den meisten Krystallen finden sich zwei oder mehre Formen der betreffenden Krystallreihe zugleich ausgebildet, weshalb denn auch die meisten Krystallformen als Inbegriffe mehrer einzelner Formen erscheinen, deren Flächen nach gewissen Symmetrie-Gesetzen combinirt sind, indem die Flächen der einen Form symmetrisch zwischen den Flächen, und folglich an der Stelle gewisser Kanten oder Ecke der anderen Form auftreten. Man nennt daher auch einen solchen Inbegriff zweier oder mehrer Formen, deren Flächen in symmetrischer Anordnung um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt ausgebildet sind, eine Combination. Auch in den Combinationen erkennt man (bei regelmässiger Ausbildung) die correlaten oder zusammengehörigen, d. h. die zu einer und derselben einfachen Form oder Partialform gehörigen Flächen an ihrer gleichen und ähnlichen Figur und Lage, sowie an ihrer gleichen physischen Beschaffenheit.

form gebrauchen. Dann würde (mPn) als das Zeichen irgend einer hemiëdrischen Form zu betrachten sein. Auch könnte man die beiden Gegenkörper dadurch unterscheiden, dass der Buchstabe der Grundform mit oder ohne einen Accent geschrieben würde; also ($mP'n$) und ($mP''n$).

*) Weiss und seine Schüler bedienen sich auch dieser Parameter-Verhältnisse ohne Weiteres zur Bezeichnung der Krystallformen selbst. Doch scheint eine solche Signatur der gehörigen Kürze und der Fähigkeit zu ermangeln, auch im wörtlichen Ausdruck leicht anwendbar zu sein.

Gewöhnlich sind die Flächen einer Form oder einiger wenigen Formen in weit grösserer Ausdehnung vorhanden als die Flächen der übrigen Formen, so dass sie die Totalform oder allgemeine Physiognomie der ganzen Combination bestimmen, während die anderen Flächen nur unbedeutende Modificationen dieser Totalform verursachen. Hiernach unterscheidet man vorherrschende und untergeordnete Formen.

Eine Combination heisst eine zwei-, drei-, vierzählige (oder eine binäre, ternäre, quaternäre Combination u. u. w.), je nachdem sie von 2, 3, 4 u. s. w. Formen zusammengesetzt, und eine holoëdrische oder hemiëdrische Combination, je nachdem sie von lauter holoëdrischen, oder auch von hemiëdrischen Formen gebildet wird. Die Kanten und Ecke, in denen sich die Flächen der combinirten Formen schneiden, heissen Combinationskanten und Combinationsecke, und die ersteren werden in den einaxigen Krystallsystemen als heteropolare, oder amphipolare Combinationskanten unterschieden, je nachdem ihre Flächen zu einer und derselben Hälfte der verticalen Hauptaxe (zu einem und demselben Pole) gehören, oder nicht.

§. 18. Abstumpfung, Zuschärfung, Zuspitzung.

Weil in den Combinationen die Flächen der einen Form symmetrisch zwischen denen der anderen vertheilt sind, so müssen sie nothwendig an der Stelle der Kanten und Ecke auftreten, welche ausserdem zwischen diesen letzteren Flächen vorhanden sein würden. Es werden daher insbesondere die Kanten und Ecke der vorherrschenden Formen durch die Flächen der untergeordneten Formen gleichsam weggeschnitten oder auf andere Weise modificirt erscheinen. Zur näheren Beschreibung dieser Modificationen bedient man sich folgender Ausdrücke.

Eine Kante heisst abgestumpft, wenn an ihrer Stelle eine einzige, ihr selbst parallele Fläche vorhanden ist, welche die Abstumpfungsfläche genannt wird. Fig. 12. Diese Abstumpfung heisst symmetrisch (gerade) oder unsymmetrisch (schief), je nachdem die Abstumpfungs-

fläche gegen beide Kantenflächen gleich oder ungleich geneigt ist.

Eine Kante heisst zugeschärft, wenn an ihrer Stelle zwei, ihr selbst parallele Flächen vorhanden sind, welche die Zuschärfungsflächen genannt werden. Fig. 13. Diese Zuschärfungen sind in der Regel immer symmetrisch, d. h. beide Zuschärfungsflächen haben gleiche Neigung gegen die unmittelbar anliegenden Kantenflächen. Die von den Zuschärfungsflächen selbst gebildete Kante heisst die Zuschärfungskante.

Ein Eck heisst abgestumpft, wenn an seiner Stelle eine einzige Fläche vorhanden ist. Fig. 14. Diese Abstumpfung ist symmetrisch, wenn die Abstumpfungsfläche gegen die gleichwerthigen Begränzungselemente des Eckes gleiche Neigung hat; ausserdem unsymmetrisch.

Ein Eck heisst zugeschärft, wenn an seiner Stelle zwei gleichwerthige Flächen vorhanden sind, welche die Zuschärfungsflächen heissen und eine Zuschärfungskante bilden. Fig. 15. Die Zuschärfungsflächen sind auf die Flächen oder auf die Kanten aufgesetzt, je nachdem die in ihnen, von der Mitte der Zuschärfungskante und rechtwinkelig von derselben auslaufenden Linien eine Fläche, oder eine Kante treffen.

Ein Eck heisst zugespitzt, wenn an seiner Stelle drei oder mehre gleichwerthige Flächen vorhanden sind, welche die Zuspitzungsflächen heissen, und zwischen sich die Zuspitzungskanten und das Zuspitzungseck bilden. Nach der Zahl der Zuspitzungsflächen unterscheidet man drei-, vier-, sechsflächige Zuspitzungen u. s. w. Fig. 16. Die Zuspitzungsflächen sind auf die Flächen, oder auf die Kanten aufgesetzt, je nachdem die in ihnen, von dem Zuspitzungsecke aus, mitten zwischen beiden Zuspitzungskanten auslaufenden Linien eine Fläche, oder eine Kante des zugespitzten Eckes treffen. Nicht selten sind die Zuspitzungsflächen nur auf die abwechselnden Kanten eines Eckes aufgesetzt, oder auch wohl paarweise gruppirt, in welchem letzteren Falle die Aufsetzung für die einzelnen

Paare auf ähnliche Weise bestimmt wird, indem man jedes Paar wie eine einzelne Fläche beurtheilt.

§. 19. Entwickelung der Combinationen; Zonengleichung.

Eine Combination entwickeln heisst, die Namen und die krystallographischen Zeichen aller in ihr enthaltenen Formen bestimmen. Diese Entwickelung der Combinationen bildet eine der wichtigsten Aufgaben der Krystallographie, bei welcher zuvörderst die allgemeinen Resultate der Ableitung, und nächstdem die besonderen Regeln binärer Combinationen zu berücksichtigen sind, weil sich jede mehrzählige Combination auf binäre Combinationen zurückführen lässt.

In sehr vielen Fällen, besonders aber bei allen Abstumpfungen und Zuschärfungen von Kanten und Combinationskanten, beruht die Bestimmung der Form auf einer gehörigen Benutzung der vorliegenden Zone. Denn offenbar fällt in jedem solchen Falle die Abstumpfungs- oder Zuschärfungsfläche mit den beiden Flächen der abgestumpften oder zugeschärften Kante selbst in eine und dieselbe Zone (§. 4). Nun giebt es aber eine allgemeine Formel oder Bedingungsgleichung, die zwischen den Parametern irgend dreier Flächen erfüllt sein muss, welche in eine Zone fallen, oder von welchen die eine F, die von den beiden anderen, F' und F'', gebildete Kante abstumpft. Setzen wir nämlich allgemein, es seien diese Parameter

a, b und c für F,
a', b', und c' für F',
a'', b'' und c'' für F'',

so gilt nothwendig die Gleichung:

$$\frac{1}{ab'c''} + \frac{1}{bc'a''} + \frac{1}{ca'b''} = \frac{1}{ab''c'} + \frac{1}{bc''a'} + \frac{1}{ca''b'}$$

Diese Formel, welche man füglich die Zonengleichung nennen kann, findet bei Entwickelung der Combinationen eine sehr häufige Anwendung, und lässt uns oft ohne alle weitere Hilfsmittel auf die Ableitungszahlen der gesuchten Formen gelangen, wie weiter unten an Beispielen

gezeigt werden soll. Nur ist bei ihrem Gebrauche sorgfältig auf die Vorzeichen der einzuführenden Parameter zu achten, indem solche hier durchgängig positiv vorausgesetzt wurden.

In manchen Fällen endlich ist die Bestimmung einer Form nicht anders, als durch Messung entweder ihrer eigenthümlichen Kanten, oder ihrer Combinationskanten zu erlangen, indem man aus den gemessenen Kanten die Ableitungszahlen berechnen kann. Es werden daher bei den einzelnen Krystallsystemen die wichtigsten Formeln zu solcher Berechnung mitgetheilt werden.

§. 20. Zwillingskrystalle.

Nicht selten sind zwei gleichgestaltete Krystalle oder Individuen einer und derselben Species in nicht paralleler Stellung (§. 10), jedoch nach einem sehr bestimmten Gesetze mit einander verwachsen. Dergleichen Doppel-Individuen nennt man Zwillingskrystalle. Fig. 17. Man hat bei ihrer Beschreibung zweierlei Verhältnisse, nämlich die gegenseitige Stellung beider Individuen, und die Art und Weise ihrer Verwachsung zu berücksichtigen.

Was nun zuvörderst die Stellung der Individuen betrifft, so lässt sich in dieser Hinsicht für die Zwillingskrystalle ein doppelter Unterschied geltend machen, indem sie in Zwillinge mit parallelen, und in Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen der beiderseitigen Individuen zerfallen.

Zwillinge mit parallelen Axensystemen (Fig. I u. III.) können nur bei hemiëdrischen Formen und Combinationen vorkommen, indem zwei Individuen von complementären Formen (§. 13.) in derjenigen Stellung mit einander verbunden sind, in welcher sich ihre beiderseitigen hemiëdrischen Formen wirklich zur holoëdrischen Stammform ergänzen. Dieses Stellungsgesetz kommt in den hemiëdrischen Krystallreihen sehr häufig verwirklicht vor.

Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen (Fig. II) finden sich sowohl bei holoëdrischen, als auch bei hemiëdrischen Formen und Combinationen, und lassen ihr Stell-

ungsgesetz allgemein dahin aussprechen, dass beide Individuen in Bezug auf eine bestimmte Krystallfläche (die Zwillingsfläche oder den Zwillingsäquator) zu einander vollkommen symmetrisch gestellt sind; oder auch, dass das eine Individuum gegen das andere aus der parallelen Stellung um eine, auf der Zwillingsfläche normale Linie (die Umdrehungslinie oder Zwillingsaxe) durch 180° verdreht ist.

Bei Betrachtung der einzelnen Krystallsysteme werden wir Gelegenheit finden, diese beiden Stellungsgesetze an Beispielen zu erläutern.

Was das zweite Verhältniss, nämlich die Art und Weise der Verwachsung betrifft, so sind die beiden Individuen entweder bloss an einander, oder durch einander gewachsen, entweder durch Juxtaposition (Fig. I u. II.) oder durch Penetration verbunden, wesshalb man auch Berührungszwillinge und Durchkreuzungszwillinge unterscheiden kann. Bisweilen sind sich die beiden Individuen eines Zwillings gegenseitig dergestalt einverleibt, dass sie einen scheinbar einfachen Krystall bilden, dessen zusammengesetzte Natur nur an der eigenthümlichen Vertheilung gewisser Krystallflächen, oder an gewissen, auf den Flächen hinlaufenden Demareationslinien erkannt werden kann.

Die Kanten und Ecke, in welchen die Flächen der beiden Individuen eines Zwillingskrystalles zusammentreffen, werden Zwillingskanten und Zwillingsecke genannt; sie sind sehr häufig einspringend (§. 3.) Endlich ist noch zu erwähnen, dass sich die Zwillingsbildung gar nicht selten wiederholt, indem ein drittes Individuum mit dem zweiten Individuo nach demselben Gesetze verwachsen ist, wie dieses mit dem ersten Individuo u. s. w. Daher hat man denn auch dergleichen mehrfache Verwachsungen mit dem Namen Drillingskrystalle, Vierlingskrystalle u. s. w. belegt.

Diese Wiederholung der Zwillingsbildung findet, bei Juxtaposition der Individuen, sehr häufig in der Weise Statt, dass alle successiven Zusammensetzungsflächen ein-

ander (so wie der Zwillingsfläche) parallel sind. Da solchenfalls die einzelnen Individuen in der Richtung der Zwillingsaxe meist ausserordentlich verkürzt, und wie blose Lamellen ausgebildet zu sein pflegen, so sind sie oft in grosser Anzahl mit einander verwachsen, und stellen in dieser Verwachsung polysynthetische Krystalle dar, welche nicht selten aus hundert und mehr Individuen zuzusammengesetzt sind.

§. 21. Unvollkommenheiten der Krystallformen.

Da es sich in der Krystallographie zunächst darum handelt, die Gesetzmässigkeit in der Ausbildung der Krystallformen kennen zu lernen, so ist freilich in den vorhergehenden, wie in den nachfolgenden Betrachtungen von den Unvollkommenheiten zu abstrahiren, welchen diese Formen sehr häufig unterworfen sind. Indessen muss wenigstens auf das Vorhandensein solcher Unvollkommenheiten, und auf die wichtigsten Arten derselben aufmerksam gemacht werden.

Sie sind besonders in der unvollkommenen Beschaffenheit der Krystallflächen, in der ungleichen Centraldistanz und Unvollzähligkeit derselben und in der, nur theilweisen Ausbildung der Krystalle selbst begründet.

Die Krystallflächen sind zwar gewöhnlich eben und glatt, lassen aber doch nicht selten Abweichungen von dieser Regel bemerken. Oft sieht man sie uneben im Allgemeinen, (gekrümmt, geflossen), oder unstetig ausgedehnt, (zerhackt, löcherig, zerfressen), oder auch mit partiellen Unebenheiten, mit abwechselnden Erhöhungen und Vertiefungen besetzt (gereift, gestreift, drusig und rauh). Die wichtigste von diesen Abweichungen ist die Reifung und Streifung der Flächen, welche allemal aus der oscillatorischen, oder unstetig ausgebildeten Combination zweier Gestalten zu erklären, und theils einfach, theils federartig, trigonal, rhombisch u. s. w. ist. Fig. 18.

Aus der ungleichen Centraldistanz gleichwerth-

iger Flächen gehen viele Unregelmässigkeiten der Krystallformen hervor, indem dadurch wesentliche Veränderungen in der Grösse und Figur der Flächen herbeigeführt werden. Diese Erscheinung ist übrigens so häufig, dass man erwarten kann, sie mehr oder weniger fast an jedem Krystalle anzutreffen; wenn sie in hohem Grade ausgebildet ist, so kann sie sehr auffallende Entstellungen und Verzerrungen der wahren Form zur Folge haben, wie solches namentlich in manchen Zwillingskrystallen vorzukommen pflegt.

Andere Unregelmässigkeiten der Configuration werden durch die Unvollzählichkeit der Flächen einzelner Gestalten, zumal in den Combinationen, herbeigeführt. Da in solchen Fällen von gewissen Gestalten nicht alle, sondern nur einige (oft nur sehr wenige) Flächen zur Ausbildung gelangt sind, so muss man sich hüten, die Erscheinung nicht mit der Hemiëdrie zu verwechseln, und da eine Gesetzmässigkeit zu suchen, wo eigentlich keine vorhanden ist.

Dass endlich der aufgewachsene Zustand der meisten Krystalle, dass ihre Vereinigung zu Zwillingskrystallen, Drusen und Krystallgruppen, dass ihre Verwachsung zu stängeligen, körnigen und schaligen Aggregaten eine unvollständige Ausbildung der äusseren Form zur Folge haben müsse, ist einleuchtend, weil in solchen Fällen jeder einzelne Krystall entweder durch seine Unterlage, oder durch seine Nachbarn in der freien Entwickelung beschränkt und gestört wurde.

Da nun alle diese Unvollkommenheiten sehr häufig vorkommen, so muss man sich bei Zeiten daran gewöhnen, sie richtig zu beurtheilen und die, mehr oder weniger unregelmässig und unvollständig gebildeten Krystalle auf ihre vollständigen und regelmässigen Gestalten zurückzuführen. Uebrigens lässt sich im Allgemeinen behaupten, dass kleine Krystalle gewöhnlich regelmässiger ausgebildet sind, als grosse Krystalle derselben Species und Varietät.

Bei allen Veränderungen der Configuration, welchen

die Krystalle sonach unterworfen sind, bleibt doch die relative Lage der Flächen und die davon abhängige Grösse der Kantenwinkel ein sehr constantes Verhältniss*), wesshalb denn auch diese Winkel vorzugsweise bei den Messungen der Krystalle benutzt werden.

§. 22. Berechnung der Krystallformen.

Die Kantenwinkel und die Ableitungszahlen (§. 15.) bilden für die gewöhnliche krystallographische Praxis die wichtigsten Gegenstände der Berechnung. Wir müssen also die Kantenwinkel aus den Ableitungszahlen, und diese aus jenen zu berechnen im Stande sein. Ausserdem sind auch gewisse Linien (die wir später unter dem Namen der Zwischenaxen kennen lernen werden) aus den Ableitungszahlen zu berechnen, weil man ihre Grösse, sowohl bei der Beurtheilung vieler Combinationen, als auch bei der Zeichnung der Krystallformen bedarf. Diese Rechnungen werden nun theils nach analytisch-geometrischer, theils nach trigonometrischer Methode ausgeführt, indem bei verschiedenen Problemen und in verschiedenen Krystallsystemen bald diese, bald jene Methode schneller zum Ziele gelangen lässt. Weil jedoch die Benutzung der Resultate dieser Rechnungen von der Kenntniss und Darlegung der Rechnungsoperationen selbst durchaus unabhängig ist, so sollen auch im Folgenden nur die für die gewöhnliche Praxis unentbehrlichsten Resultate des Calculs mitgetheilt werden.

§. 23. Messung der Krystalle; Contact-Goniometer.

Die Kantenwinkel der Krystalle bilden den eigentlichen Gegenstand der Messung, weil ihre Grösse in der Regel unveränderlich ist, wie schwankend und unbeständig auch

*) Die von Mitscherlich nachgewiesenen Veränderungen durch erhöhte Temperatur sind, wenigstens bei den gewöhnlichen Beobachtungen, zu vernachlässigen.

die übrigen Gestalt-Verhältnisse sein mögen. Die Instrumente, mittels welcher die Kantenwinkel gemessen werden, heissen Goniometer, und sind entweder Contact- oder Reflexions-Goniometer, je nachdem die Messung durch zwei, unmittelbar auf die Kantenflächen aufgesezte Lineale, oder mit Hilfe der Reflexion des Lichtes vollzogen wird.

Die Einrichtung des gewöhnlichen, von Carangeau angegebenen Contact-Goniometers ist im Wesentlichen die von Fig. 19.

Mit dem, in 180° eingetheilten und durch die beiden Speichen *CM* und *CN* gestüzten Halbkreise *ADB* ist ein Lineal *AB* über der einen Speiche durch die beiden Zapfen in *C* und *M* dergestalt verbunden, dass seine Kanten dem, durch die Punkte 0° und 180° gehenden Durchmesser des Halbkreises parallel sind. Ein zweites Lineal, oder die Alhidade *EF* ist mit dem Halbkreise nur mittels des einen, durch seinen Mittelpunkt gehenden Zapfens *C* beweglich verbunden, zugleich aber in demjenigen Schenkel, welcher auf dem Limbus des Kreises aufliegt, nach einer durch den Mittelpunkt gehenden Linie zu einem dünnen Rande (der inneren Kante) zugeschärft.

Man begreift nun leicht, dass das Winkelmaass einer jeden Krystallkante, welches mit den Schenkeln *CA* und *CF* beider Lineale durch genaues Auflegen ihrer äusseren Kanten *AH* und *FG* auf beide Krystallflächen abgenommen worden ist, sofort und unmittelbar durch die innere Kante der Alhidade auf dem Limbus des Kreises angezeigt wird und abgelesen werden kann.

Weil aber die Krystalle oft klein und aufgewachsen sind, und in solchem Falle die Anlegungsschenkel der Lineale bei unveränderter Länge ihren Dienst versagen würden, so sind solche ihre Länge nach ausgeschnitten, um sie an dem Zapfen der Drehungsaxe zurückschieben und beliebig verkürzen zu können. Diese und andere auf denselben Zweck abzielende Einrichtungen sind theils aus dem vorstehenden Bilde ersichtlich, theils an einem jeden Exemplare des Instrumentes leicht zu erkennen.

Der Gebrauch des Contact-Goniometers setzt voraus, dass die Flächen der zu messenden Krystallkanten eben und nicht zu klein sind; übrigens hat man bei jeder Messung darauf zu sehen, dass die Ebene des Instrumentes genau rechtwinkelig auf der Kantenlinie und die Ränder der Lineale genau anliegend auf den Kantenflächen der zu messenden Krystallkante sind.

§. 24. Beschreibung des Reflexions-Goniometers.

Weit vorzüglicher als die Contact-Goniometer sind die Reflexions-Goniometer, nicht nur wegen der grösseren Genauigkeit, welche sie gewähren, sondern auch wegen ihrer allgemeineren Brauchbarkeit, indem sie auch bei sehr kleinen Krystallen und für solche Kanten benutzt werden können, deren Flächen getrennt sind. Da der Gebrauch des Reflexions-Goniometers auch ohne Erklärung seiner Theorie verständlich gemacht werden kann, so wollen wir nur die wesentliche Einrichtung desselben und das, bei seiner Anwendung zu beobachtende Verfahren in Betrachtung ziehen.

Das von Wollaston angegebene Reflexions-Goniometer besteht wesentlich aus drei verschiedenen Theilen: aus dem Stative, aus dem eingetheilten Kreise und dem Krystallträger*).

Das Stativ besteht aus einer runden gewöhnlich hölzernen Fussplatte, die auf drei Stellschrauben ruht, durch welche sie selbst horizontal, und folglich der Kreis vertical gestellt werden kann. Diese Fussplatte trägt einen starken messingenen Bock, in dessen Rücken sich das Axenlager des Kreises befindet.

Der Kreis *mm* ist, zur bequemeren Ablesung, nicht auf seiner Fläche, sondern auf seiner Kante in zweimal

*) In der Beschreibung und Abbildung des Krystallträgers ist auf eine kleine Veränderung Rücksicht genommen worden, die mir für die richtige Einstellung des Krystalles sehr zweckmässig erscheint.

180° getheilt, wie solches die Figur zeigt; die Theilung geht gewöhnlich bis auf halbe Grade, indem ein Nonius die einzelnen Minuten bestimmt. Die Axe des Kreises ruht auf dem Rücken des messingenen Bockes, und endigt auf der Rückseite des Kreises in eine, zur leichteren Drehung dienende Scheibe *tt*. Sie muss sich in ihrem Lager mit etwas starker Friction bewegen.

An den einen Fuss des Bockes ist der Nonius *hh*, an den andern eine Feder angeschraubt, deren umgebogenes Ende *k* sich an den ersten Fuss anlegt, und den Kreis (durch zwei, an der Innenseite des Limbus angebrachte Gestämme) bei seiner Drehung nach der einen Richtung arretirt, sobald die Punkte 0 oder 180° der Theilung mit dem Nullpunkte des Nonius zusammenfallen, während es dagegen nachgiebt und überspringt, wenn der Kreis nach der andern Richtung gedreht wird, und jene Punkte den Nullpunkt des Nonius passiren. Das bei dem Ueberspringen der Feder erregte Geräusch zeigt im letzteren Falle dem Beobachter den Uebergang aus einem Halbkreise in den andern an.

Die Axe des Kreises ist ihrer Länge nach durchbohrt, um die Axe *aa* des Krystallträgers aufzunehmen, welche sich in ihr nur mit so viel Friction drehen lässt, dass bei ihrer Drehung der Kreis unverrückt bleibt, während sie dagegen allen Drehungen des Kreises mit unterworfen ist. Sie trägt an ihrem einen Ende die zur leichteren Drehung dienende Scheibe *ss*, am andern Ende das Knie *bc*, welches an seinem Ende so durchbohrt ist, dass die Axe des Bohrloches auf der Axe des Krystallträgers und folglich auch auf jener des Kreises rechtwinkelig ist. Diese Durchbohrung dient zur Aufnahme der Axe *d* eines zweiten Kniees *de*, welches an seinem andern Ende gleichfalls durchbohrt ist, um die Axe *f* eines dritten Kniees *fg* aufzunehmen, das endlich die kleine Axe *pq* trägt, die an ihrem oberen Ende in eine kleine, als Unterlage des Krystalles dienende Scheibe endigt. Die drei Axen *d*, *f* und *p* sind eine jede mit einem Knopfe versehen, dessen Rand gekerbt ist, um ihn mit den Fingern leicht drehen zu

können; ich will sie als die zweite, dritte und vierte Axe des Krystallträgers unterscheiden, indem ich die, in der Axe des Kreises selbst liegende Axe als die erste betrachte.

Wesentlich ist bei dieser Einrichtung des Krystallträgers:

1) dass die Axe *dc* rechtwinkelig auf den beiden Axen *ab* und *fo* sei;
2) dass ein Merkmal angebracht sei, an welchem man sich nach Einstellung des Kniees *de* in die Ebene des Kniees *bc* versichern kann, dass die dritte Axe *fo* der ersten Axe *ab* parallel ist, und
3) dass alle Axen mit hinreichender Friction gehen, um in jeder ihnen ertheilten Lage zu verharren.

§. 25. Gebrauch des Reflexions-Goniometers.

Jede Messung mit dem Reflexions-Goniometer erfordert dreierlei Operationen, nämlich die Aufstellung des Instrumentes, die Einstellung des Krystalles und die eigentliche Messung.

1) Aufstellung des Goniometers. Man stellt das Instrument in einem Zimmer auf einem kleinen aber festen Tische einem Fenster gegenüber, etwa 8 bis 10 Ellen davon entfernt, dergestalt auf, dass die Ebene des Kreises vertical und rechtwinkelig auf der Ebene des Fensters, und folglich die Axe des Kreises allen horizontalen Linien des Fensters parallel ist.

2) Einstellung des Krystalls. Hierbei kommt Alles darauf an, dass die zu messende Kante der Axe des Kreises parallel gemacht oder genau justirt werde, und sich nicht zu weit von dieser Axe entferne, also auch wenigstens einigermaassen centrirt werde.

Man befestigt den Krystall mit etwas Wachs auf der kleinen Scheibe *q* dergestalt, dass beide Flächen der zu messenden Kante der vierten Axe *pq* ungefähr parallel zu liegen kommen. Hierauf macht man durch gehörige Einstellung des Kniees *de* die dritte Axe *fo* der ersten Axe

ab parallel, und setzt sich hinter das Instrument dergestalt, dass die rechte Hand an der ersten Axe des Krystallträgers drehen kann, während die linke Hand die vierte Axe desselben bewegt, und sich das rechte Auge ganz nahe über dem Krystalle befindet, um das, auf der einen (ersten) Krystallfläche reflectirte Bild des Fensters zu suchen. Durch zweckmässige Bewegungen der genannten beiden Axen wird man sehr bald dahin gelangen, dieses Bild zu erblicken. Sobald man es erfasst hat, dreht man nur noch die vierte Axe des Krystallträgers so lange, bis die verticalen Theile des Fensterrahmens scheinbar vertical, und die horizontalen Theile wirklich horizontal gesehen werden. Dann ist die Krystallfläche der Axe des Kreises, daher auch der dritten Axe des Krystallträgers parallel, und folglich eine Linie in ihr (nämlich ihre Streichlinie) auf der zweiten Axe des Krystallträgers normal gemacht worden. Bei allen Bewegungen der zweiten und dritten Axe des Krystallträgers wird diese Linie ihre normale Lage gegen die zweite Axe unverändert behaupten.

Hierauf drehe man die zweite Axe durch einen Winkel von 90° und darüber gegen sich zu, so dass das Knie *de* weit aus seiner anfänglichen Lage gebracht und dem Auge das Bild des Fensters entrückt wird. Um nun dieses Bild wieder zu gewinnen, drehe man die dritte Axe des Krystallträgers so lange, bis dasselbe erscheint; bringt man es dann genau wieder in die vorige Stellung, so ist dadurch die Krystallfläche abermals der Drehungsaxe des Kreises parallel, und folglich eine zweite Linie derselben auf der zweiten Axe des Krystallträgers normal gemacht worden. Folglich sind jetzt zwei Linien in der ersten Krystallfläche, oder, es ist diese Fläche selbst auf der zweiten Axe des Krystallträgers normal geworden, und sie wird bei allen ferneren Bewegungen dieser Axe ihre (der Axe des Kreises parallele) Lage ganz unverändert behaupten.

Dreht man nun diese zweite Axe, indem man auch auf der anderen (zweiten) Krystallfläche das Bild des Fensters aufsucht, und bringt man solches Bild durch alleinige

Bewegung dieser Axe in die richtige Lage, so ist auch die zweite Krystallfläche der Drehungsaxe des Kreises parallel geworden, ohne dass sich in der Lage der ersten Krystallfläche etwas Wesentliches geändert hat. Folglich sind nun beide Flächen dieser Axe parallel, oder die zu messende Kante ist justirt.

Eine besondere Centrirung derselben ist nicht nöthig, sobald nur das Instrument in der angegebenen Entfernung vom Fenster aufgestellt, und der Krystall nicht zu gross ist.*)

3) Messung. Man wähle eine der obersten horizontalen Leisten, oder auch die oberste (Hell und Dunkel begränzende) Randlinie des Fensters, und eine untere, ihr parallele Linie, welche entweder an der Fensterbrüstung oder auf der Diele nahe vor dem Fenster angebracht ist, als die beiden Gegenstände der Beobachtung; ich will sie kurz als die obere und untere Horizontale bezeichnen. Nächstdem stelle man den Kreis so ein, dass der Nullpunkt des Nonius mit einem der Nullpunkte der Kreiseintheilung zusammenfällt, und drehe nun die erste Axe des Krystallträgers so lange, bis auf der einen, vom Beobachter entfernter liegenden Krystallfläche das Bild der oberen Horizontale erscheint. Nachdem dieses erreicht worden, so bewege man das Auge gleichzeitig mit der ersten Axe, bis das Bild dieser oberen Horizontale mit der direct gesehenen unteren Horizontale genau zusammenfällt; dann ist die erste Krystallfläche richtig eingestellt. Nun lasse man das Auge in seiner Stellung, während man den Kreis selbst mittels seiner äusseren Axe

*) Auch stehen uns immer einige sehr einfache Hilfsmittel zu Gebote, um die aus der Excentricität der Kantenlinie so wie aus dem Spielraume der Reflexion entspringenden Fehler zu eliminiren. Nur darf man freilich nicht, wie wohl bisweilen geschieht, zu dem unteren Objecte bei der Messung eine nahe vor dem Goniometer oder wohl gar auf der Fussplatte desselben gezogene Linie wählen, wodurch selbst die genaueste Centrirung zu einer Illusion werden würde.

(und ohne die mindeste Verrückung der inneren Axe Statt finden zu lassen) von sich weg nach vorn dreht, bis das Bild der oberen Horizontale auch auf der zweiten Krystallfläche erscheint, und wiederum mit der unteren Horizontale zur genauen Coincidenz gebracht worden ist. Dann zeigt der Nullpunkt des Nonius unmittelbar die Anzahl der Grade und Minuten an, welche dem gemessenen Winkel zukommen.

Diese Messungsmethode ist für das gewöhnliche Bedürfniss ausreichend. Will man sehr genau verfahren, so kann man die Messung mehrfach hinter einander repetiren, oder sie auch nur ein zweites Mal anstellen, nachdem zuvor der Kreis um seine Verticale durch 180° gedreht worden, endlich auch die untere Horizontale durch das, ganz nahe am Instrumente angebrachte Spiegelbild der oberen Horizontale ersetzen.

§. 26. Zeichnung der Krystallformen.

Eines der wichtigsten Hilfsmittel bei dem Studio der Krystallographie bilden die Zeichnungen der Krystallformen, indem gute Krystallbilder die unmittelbare Anschauung ersetzen, und zur Verbreitung und Sicherstellung unserer, im Bereiche der Krystallwelt bereits gewonnenen Kenntnisse wesentlich beitragen.

Den eigentlichen und nächsten Gegenstand der Krystallzeichnung bildet das Kantennetz der zu zeichnenden Krystallform. Da nun aber wiederum dieses Kantennetz durch seine Eckpunkte bestimmt wird, so läuft die wesentliche Aufgabe darauf hinaus, das System der Eckpunkte einer gegebenen Krystallform richtig zu entwerfen. Man befolgt dabei die Methode der Projectionslehre, indem man sich von sämmtlichen Eckpunkten der Krystallform Normalen auf die Constructionsfläche (die Ebene des Papieres) gefällt denkt, und dadurch eine orthographische Projection derselben gewinnt. Wenn man hierauf die einzelnen Punkte dieser Projection nach derselben Regel durch gerade Linien verbindet, nach welcher sie in

der Wirklichkeit durch Kanten verbunden sind, so erhält man ein vollständiges Bild des Kantennetzes der Krystallform. Um nun das körperliche Hervortreten dieses Bildes einigermaassen zu steigern, dazu gelangt man durch eine verschiedene Darstellung der vorderen (dem Beobachter zugewendeten) und der hinteren (von ihm abgewendeten) Kanten, von welchen jene durch etwas stark ausgezogene, diese durch zart punktirte Linien ausgedrückt werden*). Auch wendet man wohl bisweilen zu demselben Zwecke eine Schattirung oder Schraffirung der Flächen an. In manchen Fällen endlich ist es zweckmässig, eine und dieselbe Krystallform von verschiedenen Seiten zugleich darzustellen, um die eine Ansicht durch die andere zu ergänzen. Wie aber das System der Eckpunkte einer Krystallform, unter Zugrundelegung ihres Axensystems, am genauesten und bequemsten zu projiciren sei, darüber soll bei den einzelnen Krystallsystemen das Nöthige gesagt werden.

Bei der wirklichen Ausführung der Zeichnung werden zuvörderst alle, zur Projection der Eckpunkte erforderlichen Constructionen auf etwas starkem Zeichnenpapiere mittels einer feinen Stahlspitze vollzogen, um das System dieser Punkte mit möglichster Genauigkeit zu Papiere zu bringen. Von dem so erhaltenen Brouillon werden nun die Eckpunkte durch feine Nadelstiche auf das, zur Darstellung bestimmte Papier übergetragen. Hierauf verbindet man erst diejenigen Eckpunkte, welche vordere Kanten zwischen sich haben, aus freier Hand durch zarte Bleistiftlinien, und zieht dann diese letzteren mit Lineal und Reissfeder stetig aus. Nachdem diess beendigt, legt man auf dieselbe Weise die hinteren Kanten erst mit Bleistift an, bevor man sie mit Lineal und Reissfeder als

*) Linien innerhalb der Krystallform, wie z. B. die Axen, werden, wenn es nöthig ist, durch gestrichelt-punktirte Linien, und solche Linien, die in einer Krystallfläche liegen, durch gestrichelte Linien ausgedrückt.

punktirte Linien ausführt. Auf solche Weise vermeidet man die sonst sehr leicht vorkommenden Fehler, entweder ganz falsche Kantenlinien einzutragen, oder eine hintere Kante stetig auszuziehen, statt sie nur zu punktiren. Die Flächen der einzelnen Formen werden, anderweiter Erläuterungen wegen, gewöhnlich noch mit Buchstaben bezeichnet.

Applicativer Theil.

Erster Abschnitt.

Tesseral - System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 27. Grundgestalt, Zwischenaxen.

Der Name Tesseralsystem ist von dem lateinischen Worte *tessera* entlehnt, weil der Würfel oder das Hexaëder eine der häufigsten und wichtigsten Formen dieses Systemes bildet. Man nennt es auch das reguläre System, weil seine Formen den höchsten Grad der Regelmässigkeit besitzen. Zur Grundform wird nach §. 15 diejenige Form gewählt werden müssen, deren Parameter, eben so wie die Axen, das Verhältniss 1 : 1 : 1 haben; construirt man sämmtliche isoparametrische Flächen, so resultirt eine von 8 gleichseitigen Dreiecken umschlossene Form, das Oktaëder der Geometrie; Fig. 20. Das Oktaëder ist daher die Grundform des Tesseralsystemes. Ausser den drei Hauptaxen, welche die Eckpunkte des Oktaëders verbinden, spielen in den Gestalten des Tesseralsystemes noch zwei Arten von Linien eine wichtige Rolle, welche wir die Zwischenaxen nennen wollen. Die einen, TT', verbinden die Mittelpunkte je zweier Gegenflächen des Oktaëders, sind also zu vier vorhanden, und heissen trigonale Zwischen-

axen; die anderen, *RR'*, verbinden die Mittelpunkte je zweier Gegenkanten des Oktaëders, sind also zu sechs vorhanden, und heissen rhombische Zwischenaxen. Nach der Zahl der Flächen überhaupt gruppiren sich die bekannten Formen des Tesseralsystemes in sechs Arten, indem ausser dem Vierflächner, Sechsflächner und Achtflächner, auch noch Zwölfflächner, Vierundzwanzigflächner und Achtundvierzigflächner vorkommen.

§. 28. Tetraëder, Hexaëder, Oktaëder.

Das Tetraëder oder der Vierflächner ist eine von 4 gleichseitigen Dreiecken umschlossene Form, mit 6 Kanten und 4 Ecken. Die Kanten (*B'*) sind regelmässig und gleich, die Ecke trigonal. Fig. 21.

Die Hauptaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegenden Kanten, die trigonalen Zwischenaxen die Mittelpunkte der Flächen mit den gegenüberliegenden Eckpunkten; die rhombischen Zwischenaxen treten nicht hervor.

Die Kantenwinkel messen sehr nahe 70° 32'.

Das Hexaëder oder der Sechsflächner ist eine von 6 Quadraten umschlossene Form, mit 12 Kanten und 8 Ecken. Fig. 22.

Die Kanten (*C*) sind regelmässig und gleich, die Ecke trigonal.

Die Hauptaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier Gegenflächen, die trigonalen Zwischenaxen je zwei Gegenecke, die rhombischen Zwischenaxen die Mittelpunkte je zweier Gegenkanten.

Die Kantenwinkel messen genau 90°.

Das Oktaëder oder der Achtflächner ist eine von 8 gleichseitigen Dreiecken umschlossene Form, mit 12 Kanten und 8 Ecken. Fig. 23.

Die Kanten (*B*) sind regelmässig und gleich, die Ecke tetragonal.

Die Lage der Axen wurde bereits im vorhergehenden §. angegeben.

Die Kanten des Oktaëders messen sehr nahe 109° 28'.

§. 29. Die Dodekaëder.

Man kennt bis jetzt viererlei Dodekaëder, indem einige von Dreiecken, eines von Rhomben, andere von Deltoiden und noch andere von Pentagonen umschlossen werden, wesshalb man sie auch füglich durch die Namen Trigon-, Rhomben-, Deltoid- und Pentagon-Dodekaëder unterscheiden kann*)

Die Trigon-Dodekaëder sind von 12 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, mit 18 Kanten und 8 Ecken. Fig. 24.

In ihrer Totalform nähern sie sich entweder dem Tetraëder oder dem Hexaëder, je nachdem sich ihre Flächen in 4 dreizählige oder in 6 zweizählige Systeme gruppiren; doch treten immer nur die Kanten des Tetraëders und niemals jene des Hexaëders hervor, worauf sich auch die Namen Pyramiden-Tetraëder und Triakistetraëder gründen.

Die Kanten sind zweierlei: 6 regelmässige, längere (*B'*) in den Kanten, und 12 symmetrische, kürzere (*C'*) zu drei über den Flächen des eingeschriebenen Tetraëders.

Die Ecke sind zweierlei: 4 sechsflächige in den Eckpunkten, und 4 trigonale über den Flächen des eingeschriebenen Tetraëders.

Die Hauptaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegenden regelmässigen Kanten, die trigonalen Zwischenaxen die trigonalen mit den sechsflächigen Eckpunkten; die rhombischen Zwischenaxen treten nicht hervor.

Es kann viele Varietäten von Trigon-Dodekaëdern geben.

Das Rhomben-Dodekaëder ist eine von 12 Rhomben umschlossene Form mit 24 Kanten und 14 Ecken; Fig. 25.

*) Es ist noch eine fünfte, von unregelmässigen Fünfecken begränzte Art von Dodekaëdern möglich, welche tetartoëdrische Formen sein würden, aber bis jetzt noch nicht beobachtet worden sind.

Die Kanten (A) sind gleich und symmetrisch.

Die Ecke sind zweierlei: 6 tetragonale, und 8 trigonale.

Die Hauptaxen verbinden je zwei tetragonale, die trigonalen Zwischenaxen je zwei trigonale Gegenecke, die rhombischen Zwischenaxen die Mittelpunkte je zweier Gegenflächen.

Es giebt nur ein Rhomben-Dodekaëder, dessen Kanten 120° messen.

Die Deltoid-Dodekaëder sind von 12 Deltoiden umschlossene Formen mit 24 Kanten und 14 Ecken; Fig. 26.

In ihrer Totalform nähern sie sich entweder dem Tetraëder oder dem Rhomben-Dodekaëder, je nachdem sich die Flächen in 4 dreizählige Systeme gruppiren oder nicht; doch treten die Kanten weder der einen, noch der andern dieser beiden Formen hervor.

Die Kanten sind zweierlei: 12 längere, schärfere, (B') paarweise über den Kanten, und 12 kürzere, stumpfere (A') zu drei über den Flächen des eingeschriebenen Tetraëders.

Die Ecke sind dreierlei: vier trigonale, spitzere, in den Eckpunkten, 4 dergleichen stumpfere, über den Flächen, und 6 rhombische über den Kanten des eingeschriebenen Tetraëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende rhombische Eckpunkte, die trigonalen Zwischenaxen die stumpferen mit den spitzeren trigonalen Eckpunkten; die rhombischen Zwischenaxen treten nicht hervor.

Es kann sehr viele Varietäten dieser Form geben.

Die Pentagon-Dodekaëder sind von 12 symmetrischen Pentagonen*) umschlossene Formen, mit 30 Kanten und 20 Ecken; Fig. 27.

In ihrer Totalform nähern sie sich entweder dem Hexaëder oder dem Rhomben-Dodekaëder, je nachdem sich ihre Flächen in Flächenpaare gruppiren oder nicht; doch treten die Kanten dieser Gestalten niemals hervor.

*) Ein symmetrisches Pentagon ist ein solches, das 4 gleiche Seiten und 2 Paare gleicher Winkel hat.

Die Kanten sind zweierlei: 6 regelmässige (A'') über den Flächen, und 24 unregelmässige (C''), paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders. Die Ecke sind zweierlei: 8 trigonale, und 12 unregelmässig dreiflächige.

Die Hauptaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier regelmässiger Gegenkanten, die trigonalen Zwischenaxen je zwei trigonale Gegenecke; die rhombischen Zwischenaxen treten nicht hervor.

Es kann sehr viele Varietäten dieser Form geben; ja, selbst das reguläre Dodekaëder der Geometrie liesse sich gewissermaassen als eine solche Varietät betrachten.

§. 30. Die Ikositetraëder.

Man kennt bis jetzt fünf Arten von Ikositetraëdern*), darunter drei mit dreiseitigen, und zwei mit vierseitigen Flächen. Da vier derselben immer eine ziemlich bestimmte Gruppirung ihrer Flächen erkennen lassen, so können wir ihren Namen dadurch bilden, dass wir die ganze Zahl 24 in die beiden Factoren zerfällen, deren einer die Zahl der Flächensysteme, der andere die Zahl der einzelnen Flächen in jedem Systeme aussagt. Für die fünfte Art können wir dann den Namen Ikositetraëder entweder ohne Weiteres beibehalten, oder ihm auch eine, von der Figur der Flächen entlehnte Bestimmung beifügen.

Die Tetrakishexaëder oder Viermalsechsflächner (Pyramidenwürfel) sind von 24 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen von der Totalform des Hexaëders mit 36 Kanten und 14 Ecken; Fig. 28.

Eigentlich schwankt die Totalform zwischen dem Hexaëder und Rhomben-Dodekaëder, weil sich die Flächen bald in 6 vierzählige, bald in 12 zweizählige Systeme gruppiren; doch steht sie jedenfalls insofern dem Hexaëder näher, wiefern nur dessen Kanten, niemals aber jene des Dode-

*) Es ist noch eine sechste, von unregelmässigen Fünfecken umschlossene Art von Ikositetraëdern möglich, welche aber bis jetzt noch nicht beobachtet worden ist.

kaëders hervortreten, weshalb auch der Name Pyramidenwürfel gerechtfertigt ist.

Die Kanten sind zweierlei: 12 längere, regelmässige (C) in den Kantenlinien, und 24 kürzere, symmetrische (A) zu vier über den Flächen des eingeschriebenen Hexaëders.

Die Ecke sind gleichfalls zweierlei: 8 ditrigonale (oder hexagonale) in den Eckpunkten, und 6 tetragonale, über den Flächen des Hexaëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei tetragonale, die trigonalen Zwischenaxen je zwei sechsflächige Gegenecke, die rhombischen Zwischenaxen die Mittelpunkte je zweier regelmässiger Gegenkanten.

Es kann sehr viele Varietäten von Tetrakishexaëdern geben.

Die Triakisoktaëder oder Dreimalachtflächner (Pyramidenoktaëder) sind von 24 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen von der Totalform des Oktaëders, mit 36 Kanten und 14 Ecken; Fig. 29.

Eigentlich schwankt die Totalform zwischen dem Oktaëder und Rhomben-Dodekaëder, weil sich die Flächen bald in 8 dreizählige, bald in 12 zweizählige Systeme gruppiren; doch steht sie jedenfalls insofern dem Oktaëder noch näher, wiefern nur dessen Kanten, niemals aber jene des Dodekaëders hervortreten, wesshalb auch der Name Pyramidenoktaëder gerechtfertigt ist.

Die Kanten sind zweierlei: 12 längere, regelmässige (B) in den Kantenlinien, und 24 kürzere, symmetrische (A) zu drei über den Flächen des eingeschriebenen Oktaëders.

Die Ecke sind ebenfalls zweierlei: 6 ditetragonale in den Ecken, und 8 trigonale über den Flächen des Oktaëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei ditetragonale, die trigonalen Zwischenaxen je zwei trigonale Gegenecke, die rhombischen Zwischenaxen die Mittelpunkte je zweier regelmässigen Gegenkanten.

Es kann sehr viele Varietäten von Triakisoktaëdern geben.

Die Hexakistetraëder oder Sechsmalvierflächner sind von 24 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen mit 36 Kanten und 14 Ecken; Fig. 30.

In ihrer Totalform schwanken diese Gestalten zwischen dem Deltoid-Dodekaëder, dem Trigon-Dodekaëder und dem Tetrakishexaëder; doch tritt immer nur das eine System der Kanten eines der beiden Dodekaëder wirklich hervor. In den meisten Varietäten lässt sich jedoch eine Gruppirung der Flächen in 4 sechszählige Flächensysteme, und folglich eine Annäherung an das Tetraëder erkennen, und dieses Verhältniss ist es, worauf sich der Name bezieht.

Die Kanten sind symmetrisch und dreierlei: 12 mittlere (B'), paarweise über den Kanten; 12 längere (C') und 12 kürzere (A') zu je dreien über den Flächen des eingeschriebenen Tetraëders.

Die Ecke sind gleichfalls dreierlei: 4 ditrigonale (oder hexagonale) spitzere, in den Eckpunkten, 4 dergleichen stumpfere, über den Flächen, und 6 rhombische, über den Kanten des eingeschriebenen Tetraëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei gegenüberliegende rhombische Ecke, die trigonalen Zwischenaxen die spitzeren mit den stumpferen sechsflächigen Ecken; die rhombischen Zwischenaxen treten nicht hervor.

Es kann sehr viele Varietäten dieser Formen geben.

§. 31. Fortsetzung.

Die Deltoid-Ikositetraëder oder Ikositetraëder schlechthin sind von 24 Deltoiden umschlossene Formen mit 48 Kanten und 26 Ecken; Fig. 31.

In ihrer Totalform nähern sie sich dem Oktaëder oder dem Hexaëder, je nachdem sich die Flächen in 8 dreizählige oder in 6 vierzählige Systeme gruppiren; dabei treten jedoch weder die Oktaëder-, noch die Hexaëderkanten hervor.

Die Kanten sind symmetrisch und zweierlei: 24 längere (B) paarweise über den Kanten, und 24 kürzere (C) zu drei über den Flächen des eingeschriebenen Oktaëders.

Die Ecke sind dreierlei: 6 tetragonale, in den Ecken, 8 trigonale über den Flächen, und 12 rhombische über den Kanten des Oktaëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei tetragonale, die trigonalen Zwischenaxen je zwei trigonale, und die rhombischen Zwischenaxen je zwei rhombische Gegenecke.

Es kann sehr viele Varietäten dieser Gestalten geben.

Die Dyakisdodekaëder oder Zweimalzwölfflächner sind von 24 gleichschenkeligen Trapezoiden oder Trapezen umschlossene Formen, mit 48 Kanten und 26 Ecken; Fig. 32.

Ihre Flächen gruppiren sich in 12 Flächenpaare, und die Totalform nähert sich gewöhnlich am meisten jener des Pentagon-Dodekaëders.

Die Kanten sind dreierlei: 12 symmetrische, kürzere (A''), und 12 dergleichen längere (B''), so wie 24 unregelmässige (C'').

Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: 6 rhombische in den Ecken, 8 trigonale über den Flächen, und 12 unregelmässig vierflächige über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei rhombische, die trigonalen Zwischenaxen je zwei trigonale Gegenecke; die rhombischen Zwischenaxen treten nicht hervor.

Unter den vielen Varietäten dieser Form sind diejenigen, welche von Trapezen umschlossen werden, durch besondere Eigenschaften ausgezeichnet, unter denen sich vorzüglich das Vorhandensein dreier paralleler Kanten in jedem Flächenpaare bemerklich macht, wesshalb sie auch parallelkantige Dyakisdodekaëder genannt werden können.

§. 32. Die Hexakisoktaëder oder Sechsmalachtflächner.

Die Hexakisoktaëder (Tetrakontaoktaëder) sind von 48 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen mit 72 Kanten und 26 Ecken; Fig. 33.

Die Flächen gruppiren sich auf sehr verschiedene

Weise, wesshalb auch die Totalform bald dieser, bald jener andern Form genähert ist.

Die Kanten sind symmetrisch und dreierlei: 24 mittlere (*B*) paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders, 24 kürzeste (*C*) paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Hexaëders, und 24 längste (*A*) die Eckpunkte des Oktaëders und Hexaëders verbindende Kanten.

Die Ecke sind gleichfalls dreierlei: 6 ditetragonale in den Ecken, 8 ditrigonale (oder hexagonale) über den Flächen, und 12 rhombische über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders.

Die Hauptaxen verbinden je zwei ditetragonale, die trigonalen Zwischenaxen je zwei sechsflächige, und die rhombischen Zwischenaxen je zwei rhombische Gegenecke.

Unter den vielen Varietäten, welche es von dieser Form geben kann, sind besonders zwei Gruppen wegen ihrer grösseren Symmetrie-Verhältnisse bemerkenswerth. Die eine Gruppe ist nämlich dadurch ausgezeichnet, dass ihre längsten Kanten mit den Kanten des Rhomben-Dodekaëders zusammenfallen, wesshalb denn die ganze Form wie ein Rhomben-Dodekaëder erscheint, auf dessen einzelnen Flächen niedrige vierseitige Pyramiden aufgesetzt sind, (Tetrakisdodekaëder). Die andere Gruppe wird von denjenigen Hexakisoktaëdern gebildet, deren sechsflächige Ecke nicht ditrigonal, sondern hexagonal sind, indem die längsten und kürzesten Kanten gleiches Winkelmaass haben.

§. 33. Holoëdrische und hemiëdrische Formen.

Die vorher betrachteten einzelnen Formen des Tesseralsystemes sind nun theils holoëdrische oder plenotesserale, theils hemiëdrische oder semitesserale Formen. Da jede holoëdrische Form nothwendig mit Flächen-Parallelismus begabt sein muss (§. 12), während das Tetraëder, die Trigon-Dodekaëder, die Deltoid-Dodekaëder und die Hexakistetraëder jenes Parallelismus ermangeln, so folgt, dass diese Gestalten als hemiëdrische oder semitesserale Formen zu betrachten sind. Eine Vergleichung der Sym-

metrie-Verhältnisse des tesseralen Axensystemes mit jenen der Pentagon-Dodekaëder und Dyakisdodekaëder lässt aber auch diese als semitesserale Formen erkennen. Wir haben daher die letzteren beiden Formen als parallelflächig-hemiëdrische, die ersteren vier Formen als geneigtflächig-hemiëdrische Formen des Tesseralsystemes zu betrachten. Als holoëdrische oder plenotesserale Formen bleiben demnach nur folgende sieben Gestalten übrig:

das Oktaëder,
das Hexaëder,
das Rhomben-Dodekaëder,
die Tetrakishexaëder,
die Triakisoktaëder,
die Ikositetraëder und
die Hexakisoktaëder.

Es verdient hierbei bemerkt zu werden, dass sich jede dieser holoëdrischen Formen als ein Hexakisoktaëder betrachten lässt, an welchem eine oder zwei Arten von Kanten bis zu 180° gewachsen sind. Sind nämlich an einem Hexakisoktaëder entweder nur die längsten, oder nur die kürzesten, oder nur die mittleren Kanten 180° gross geworden, so fallen je zwei in den genannten Kanten zusammentreffende Flächen in eine Ebene, und das Hexakisoktaëder verwandelt sich entweder in ein Ikositetraëder, oder in ein Triakisoktaëder, oder in ein Tetrakishexaëder. Werden dagegen gleichzeitig entweder die mittleren und kürzesten, oder die mittleren und längsten, oder die längsten und kürzesten Kanten 180° gross, so verwandelt sich das Hexakisoktaëder in das Rhomben-Dodekaëder, oder in das Hexaëder, oder in das Oktaëder. Man kann daher gewissermaassen sagen, dass das Hexakisoktaëder alle übrigen plenotesseralen Formen repräsentire, und es gewährt diese Zurückführung sämmtlicher holoëdrischer Formen auf das Hexakisoktaëder in vielen Fällen Nutzen und Interesse.

II. Ableitung und Bezeichnung der tesseralen Formen.

§. 34. Ableitung der plenotesseralen Formen.

Aus dem Oktaëder als der Grundform, von dem Parameter-Verhältniss 1 : 1 : 1 und dem Zeichen O, lassen sich die übrigen holoëdrischen Formen des Tesseralsystemes in folgender Weise durch Umschreibung ableiten.

Legt man in jedes Oktaëdereck eine Fläche, welche den beiden, nicht zu diesem Ecke gehörigen Hauptaxen parallel ist (oder selbige in der Entfernung ∞ schneidet), so resultirt das Hexaëder, dessen krystallographisches Zeichen ∞O∞ ist, weil seine Flächen das Parameter-Verhältniss ∞ : ∞ : 1 haben.

Legt man in jede Oktaëderkante eine Fläche, welche der, nicht zu dieser Kante gehörigen Hauptaxe parallel ist (oder selbige in der Entfernung ∞ schneidet), so resultirt das Rhomben-Dodekaëder, dessen Zeichen ∞O ist, weil seine Flächen das Parameter-Verhältniss ∞ : 1 : 1 haben.

Nimmt man in jeder unbestimmt verlängerten Halbaxe des Oktaëders vom Mittelpunkte aus die gleiche Länge *m*, welche grösser als 1 und rational ist, und legt hierauf in jede Kante zwei Flächen, welche die, nicht zu dieser Kante gehörige Hauptaxe beiderseits in der Entfernung *m* schneiden, so resultirt ein Triakisoktaëder, dessen Zeichen *m*O ist, weil seine Flächen das Parameter-Verhältniss *m* : 1 : 1 haben. Die gewöhnlichsten Varietäten sind $\frac{3}{2}$O, 2O und 3O.

Nimmt man wiederum in jeder der Halbaxen des Oktaëders die gleiche Länge *m*, und legt hierauf in jedes Oktaëdereck vier Flächen, von welchen jede einzelne über eine Fläche dieses Eckes dergestalt fällt, dass sie die beiden, zu derselben Fläche gehörigen Halbaxen in der Entfernung *m* schneidet, so resultirt ein Ikositetraëder, dessen Zeichen *m*O*m* ist, weil seine Flächen das Parameter-Verhältniss *m* : *m* : 1 haben. Die gewöhnlichsten Varietä-

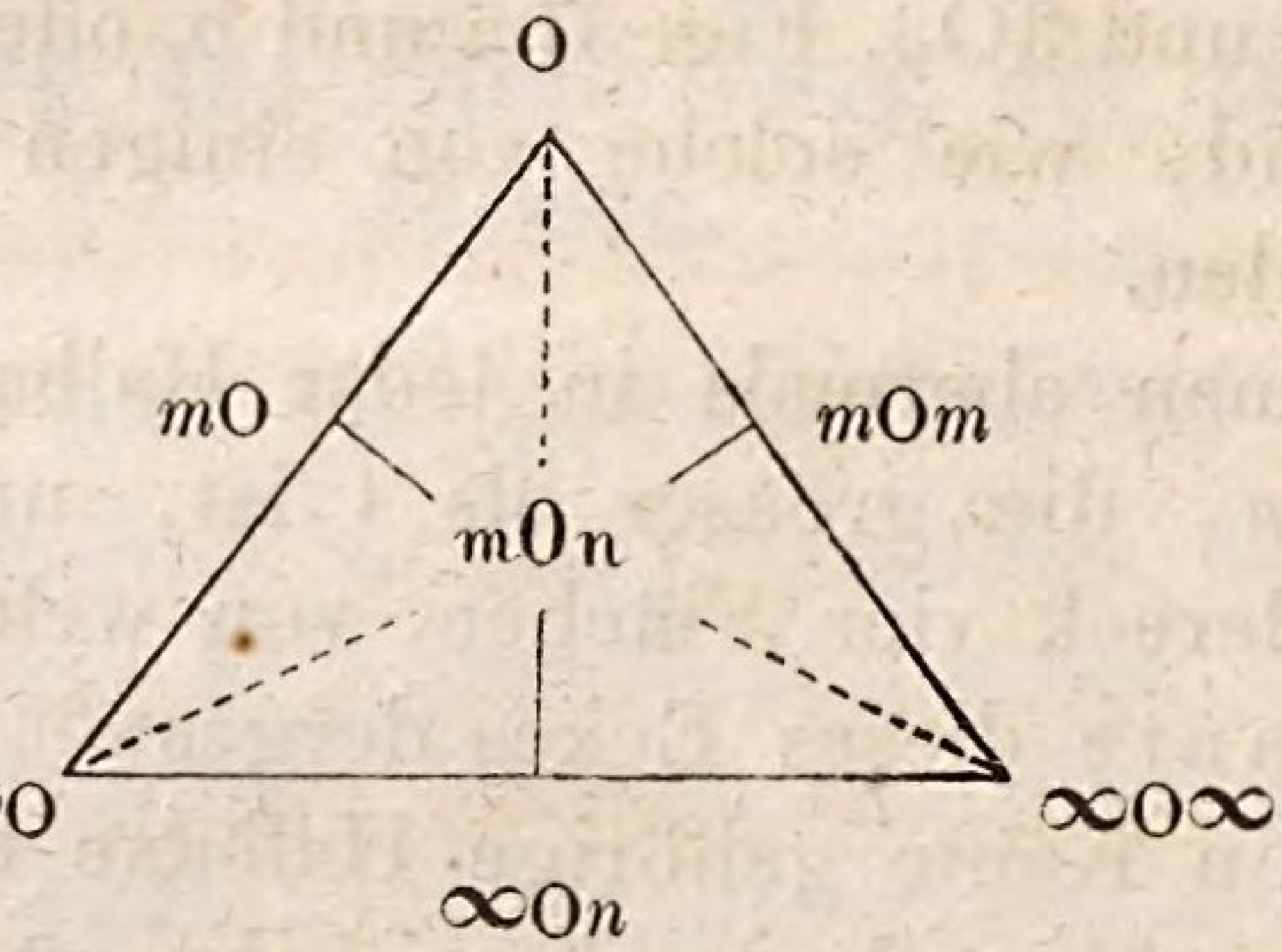
ten sind 2O2 und 3O3, Fig. 31 a und b, oder das Leucitoëder und Leucitoïd, wie solche von einigen Krystallographen genannt werden.

Nimmt man abermals in jeder Halbaxe des Oktaëders eine Länge n, die grösser als 1 ist, und legt hierauf in jedes Oktaëdereck vier Flächen, von welchen jede einzelne über eine Kante dieses Eckes dergestalt fällt, dass sie die zu derselben Kante gehörige Halbaxe in der Entfernung n schneidet, während sie der nicht zu dieser Kante gehörigen Axe parallel ist (oder selbige in der Entfernung ∞ schneidet), so resultirt ein Tetrakishexaëder, dessen Zeichen ∞On ist, weil seine Flächen das Parameter-Verhältniss $\infty : n : 1$ haben. Die gewöhnlichsten Varietäten sind $\infty O\frac{3}{2}$, $\infty O2$ und $\infty O3$.

Nimmt man endlich in jeder Halbaxe des Oktaëders zwei verschiedene Längen m und n, von denen m grösser als n ist, während beide grösser als 1 sind, und legt man hierauf in jedes Oktaëdereck acht Flächen, von welchen je zwei über eine Kante dieses Eckes dergestalt fallen, dass sie die zu derselben Kante gehörige Halbaxe in der kleineren Entfernung n, die nicht zu dieser Kante gehörige Axe aber beiderseits in der grössern Entfernung m schneiden, so resultirt ein Hexakisoktaëder, dessen Zeichen mOn ist, weil seine Flächen das Parameter-Verhältniss $m : n : 1$ haben. Die gewöhnlichsten Varietäten sind $3O\frac{3}{2}$, $4O2$ und $5O\frac{5}{3}$.

§. 35. Uebersicht der plenotesseralen Formen.

Es lässt sich leicht zeigen, dass in der Natur nicht mehr, als die vorerwähnten sieben Arten von holoëdrischen tesseralen Gestalten möglich, und folglich alle möglichen Arten solcher Gestalten bereits in der Wirklichkeit nachgewiesen sind. Die Uebergänge und Verwandtschaften derselben lassen sich nun aber auf eine sehr einleuchtende Weise aus folgendem triangulären Schema erkennen:



In diesem Schema nimmt das Hexakisoktaëder den Mittelpunkt ein, weil in seinen Verhältnissen die Bedingungen für die Existenz aller übrigen Gestalten eben so, wie in seinem Zeichen die Zeichen derselben enthalten sind,*) und es somit als der allgemeine Repräsentant aller holoëdrischen Formen des Tesseralsystemes zu betrachten ist (§. 33).

In den Ecken des Schemas stehen die Zeichen derjenigen drei Formen, welche einzig in ihrer Art sind, wogegen die drei Seiten des Schemas die Zeichen der drei 24flächigen Formen tragen, deren jede eine grosse Reihe von Varietäten zulässt, für welche wiederum die an den Endpunkten jeder Seite stehenden Formen als die Gränzglieder zu betrachten sind. Denn das Triakisoktaëder mO wird um so ähnlicher dem Oktaëder oder Rhomben-Dodekaëder, das Tetrakishexaëder ∞On um so ähnlicher dem Rhomben-Dodekaëder oder Hexaëder, das Ikositetraëder mOm um so ähnlicher dem Oktaëder oder Hexaëder, je kleiner oder grösser der Werth von m oder n ist. Man ersieht also die Abhängigkeit der Totalform einer jeden dieser Gestalten von der Grösse ihrer Ableitungszahlen. Eben so sieht man, unter welchen Bedingungen das Hexakisoktaëder in seiner Totalform ent-

*) Diess ist freilich nur dann der Fall, und der ganze systematische Zusammenhang der Formen tritt auch nur dann in ihrer Bezeichnung hervor, wenn man nicht vergisst, dass in dem Zeichen mOn unter m allemal die grössere, unter n allemal die kleinere Ableitungszahl zu verstehen ist, dafern überhaupt eine Verschiedenheit derselben besteht. Wer das Triakisoktaëder mO schreibt, darf also das Tetrakishexaëder nicht mO∞ schreiben.

weder dieser oder jener anderen Gestalt genähert sein wird. Und so lassen sich eine Menge von Uebergängen und Verhältnissen mit einem Blicke übersehen, während zugleich die Ueberzeugung gewonnen wird, dass die zwischen den Formen selbst bestehenden Uebergänge auch durchgängig zwischen den Zeichen derselben Statt finden.

§. 36. Ableitung der semitesseralen Formen.

Obgleich das Hexakisoktaëder sehr selten selbständig ausgebildet vorkommt, und gewöhnlich nur eine untergeordnete Rolle in den Combinationen anderer Formen spielt, so ist es dennoch als der allgemeine Repräsentant aller holoëdrischen Formen zu betrachten, und als solcher bei manchen Untersuchungen zunächst und vorzüglich zu berücksichtigen. Diess scheint sich auch für die Untersuchung der verschiedenen Modalitäten der Hemiëdrie (§. 12.) im Tesseralsysteme zu bestätigen. Wollen wir nämlich die Resultate der Hemiëdrie in der grössten Allgemeinheit und genau so auffinden, wie sie in der Wirklichkeit vorliegen, so müssen wir ihre Gesetze zunächst am Hexakisoktaëder aufsuchen, und solche dann für die übrigen holoëdrischen Gestalten in der Weise geltend machen, als ob sie gleichfalls Hexakisoktaëder wären.

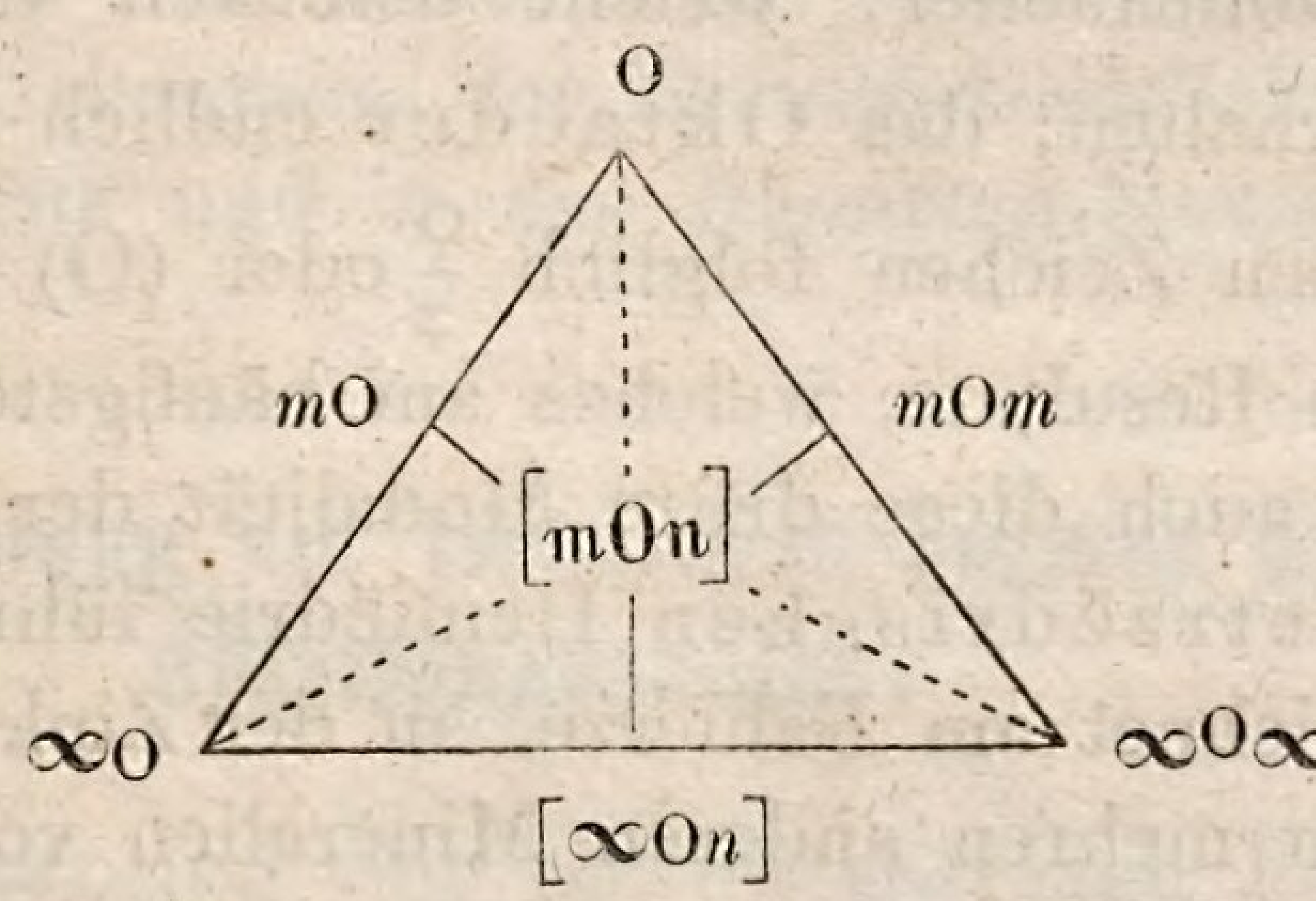
Es kann nun am Hexakisoktaëder die Hemiëdrie möglicherweise auf drei verschiedene Arten, nämlich 1.) nach einzelnen Flächen, 2.) nach denen an den mittleren Kanten gelegenen Flächenpaaren, und 3) nach sechszähligen Flächensystemen Statt finden; denn alle diese drei Modalitäten gestatten eine ringsum symmetrische Vertheilung der bleibenden Flächenhälfte. Bis jetzt ist jedoch die Hemiëdrie nach einzelnen Flächen, welche die, S. 44 Anm. erwähnte, von unregelmässigen Pentagonen umschlossene Gestalt liefern würde, noch nicht in der Natur nachgewiesen worden, und daher hier zu übergehen.

Was nun die zweite Modalität der Hemiëdrie betrifft, so lässt sich leicht beweisen, dass die durch sie gebildete hemiëdrische Gestalt keine andere, als ein Dyakisdodekaëder sein kann. Man kann daher auch die Dyakisdode-

kaëder als die parallelflächig-hemiëdrischen Formen der Hexakisoktaëder nach denen, an den abwechselnden mittleren Kanten gelegenen Flächenpaaren definiren, und ihnen das Zeichen $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ oder [mOn] ertheilen, dessen parallele Klammern an den noch vorhandenen Flächenparallelismus erinnern mögen. Diese Hemiëdrie ist z. B. am Pyrit oder hexaëdrischen Eisenkiese und am Glanzkobalte zu finden.

Wenn wir nun die Resultate derselben für die übrigen holoëdrischen Formen auffinden wollen, so werden wir am sichersten verfahren, auch diese Formen als Hexakisoktaëder zu betrachten, und dann für selbige buchstäblich genau dasselbe Gesetz in Anwendung zu bringen. Zieht man also die symmetrischen Diagonalen auf den Flächen der Ikositetraëder, und die Höhenlinien auf den Flächen der Tetrakishexaëder und Triakisoktaëder, so sind diese Gestalten gleichsam in Hexakisoktaëder verwandelt worden, und nunmehr die einzelnen Felder ihrer Flächen als ganze Flächen zu beurtheilen. Versucht man es hierauf, diese Quasi-Hexakisoktaëder genau derselben Regel zu unterwerfen, (d. h. gleichfalls ihre, an den abwechselnden mittleren Kanten gelegenen Flächenpaare zu vergrössern), so gelangt man zu dem Resultate, dass die Ikositetraëder und Triakisoktaëder gar keiner Veränderung unterliegen, vielmehr mit ihrer vollen Flächenzahl und gerade so erscheinen, als ob keine Hemiëdrie Statt fände. Die Tetrakishexaëder dagegen, deren einzelne Flächen jenen Flächenpaaren entsprechen, erleiden eine sehr wesentliche Veränderung, indem sie sich in Pentagon-Dodekaëder verwandeln. Daher lassen sich auch die Pentagon-Dodekaëder als die, nach den abwechselnden einzelnen Flächen gebildeten hemiëdrischen Formen der Tetrakishexaëder definiren, und mit dem Zeichen $\frac{\infty On}{2}$ oder [∞On] versehen. Nach diesem Resultate wollen wir künftig diese zweite Modalität der Hemiëdrie mit dem Namen der dodekaëdrischen Hemiëdrie belegen. Behandelt man endlich die noch übrigen holoëdrischen Formen, nämlich das Rhomben-Dodekaëder, das Oktaëder und das Hexaëder, genau

auf dieselbe Weise, so findet man, dass auch sie, gerade so wie die Ikositetraëder und Triakisoktaëder, in ihrer Configuration gar nicht verändert werden, sondern, gleichwie bei holoëdrischer Ausbildung, mit der vollen Flächenzahl erscheinen müssen. Die, nach dem in Rede stehenden Gesetze vollzogene Hemiëdrie giebt daher für alle diese Gestalten kein in die Erscheinung fallendes Resultat; ihre hemiëdrische Erscheinungsweise unterscheidet sich durch nichts von der holoëdrischen, obgleich sie mit einer gewissen Verschiedenheit des Wesens verbunden sein kann, wie sie denn wirklich mit einer verschiedenen Bedeutung der Flächen verbunden ist. Wenn also z. B. das Ikositetraëder, das Oktaëder, das Hexaëder u. s. w. in der hemiëdrischen Krystallreihe des Eisenkieses auftreten, so sind sie wohl auch, streng genommen, als hemiëdrische Formen zu betrachten. Mit dieser Ansicht stimmt folgendes Schema des Tesseralsystemes in seiner dodekaëdrischen Hemiëdrie vollkommen überein:



denn auch jetzt noch bestehen in diesem Schema alle Uebergänge wie vorher, obgleich zwei Formen eine ganz andere Gestalt angenommen haben.

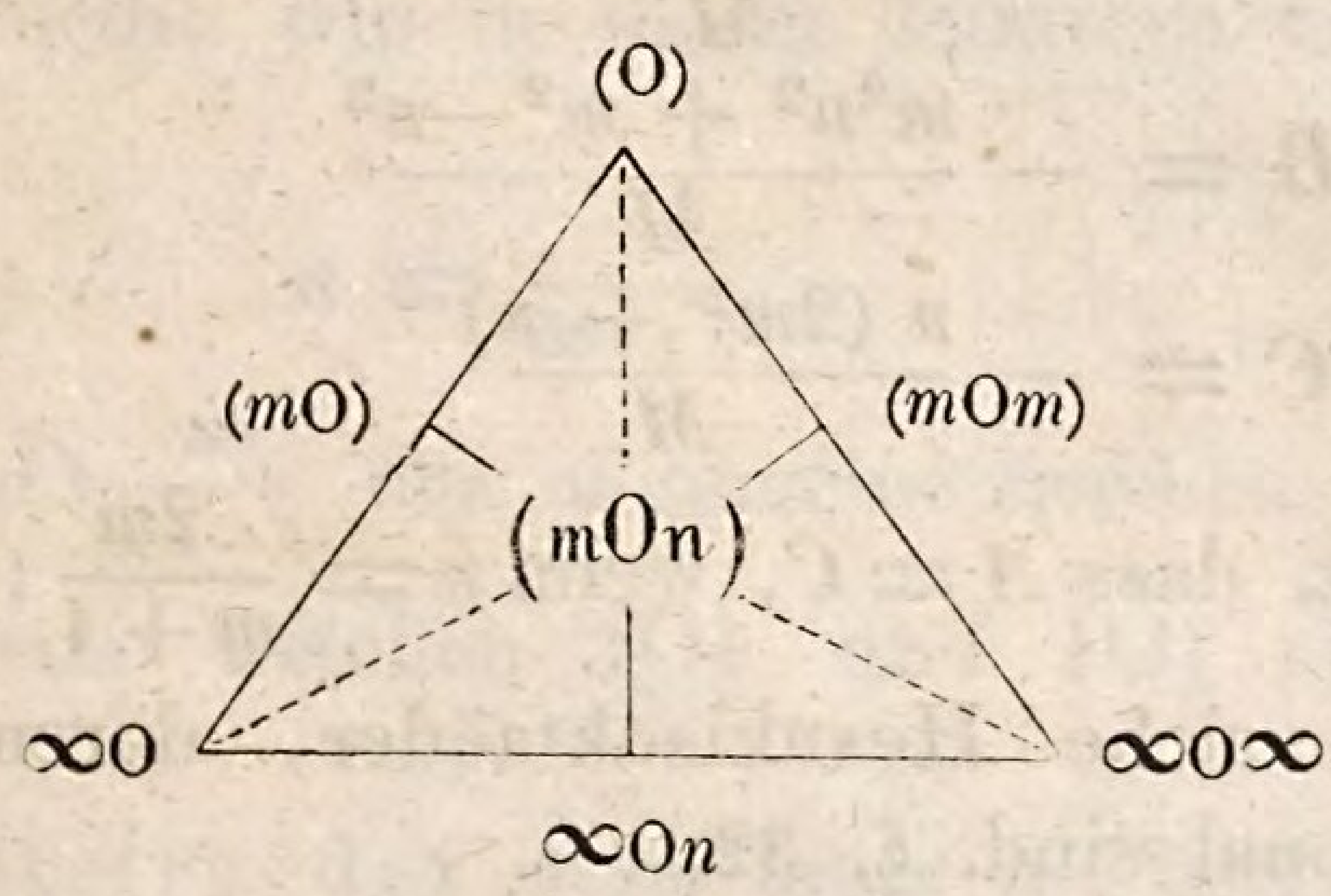
§. 37. Fortsetzung.

Was endlich die dritte Modalität der Hemiëdrie betrifft, welche darin besteht, dass an dem Hexakisoktaëder die abwechselnden sechszähligen Flächensysteme zur Vergrösserung gelangen, so kann man sehr leicht den Beweis führen, dass die dadurch gebildete hemiëdrische Gestalt nothwendig ein Hexakistetraëder sein müsse. Es sind

daher diese Gestalten als die geneigtflächig hemiëdrischen Formen der Hexakisoktaëder nach den abwechselnden sechszähligen Flächensystemen zu definiren, und mit dem Zeichen $\frac{mOn}{2}$ oder (mOn) zu belegen. Sehen wir nun zu, welche Resultate dasselbe Gesetz für die übrigen holoëdrischen Formen zur Folge hat, wenn wir sie gleichfalls als Hexakisoktaëder betrachten. Da ist denn zuvörderst sehr leicht zu begreifen, dass das Tetrakishexaëder, das Rhomben-Dodekaëder und das Hexaëder in ihrer Configuration durchaus nicht verändert werden, sondern mit der vollen Flächenzahl, genau so wie bei holoëdrischer Ausbildung, erscheinen müssen. Dagegen erleiden die übrigen Formen durch diese Hemiëdrie wesentliche Veränderungen ihrer Configuration. Die Ikositetraëder nämlich verwandeln sich in Trigon-Dodekaëder, deren Zeichen daher $\frac{mOm}{2}$ oder (mOm) geschrieben wird; die Triakisoktaëder verwandeln sich in Deltoid-Dodekaëder, welche demnach das Zeichen $\frac{mO}{2}$ oder (mO) erhalten; das Oktaëder endlich wird zum Tetraëder, dessen Zeichen folglich $\frac{O}{2}$ oder (O) ist. Nach diesem letzteren Resultate, welches am häufigsten zu beobachten ist, mag auch diese dritte Modalität der Hemiëdrie den Namen der tetraëdrischen Hemiëdrie führen. Sie kommt sehr ausgezeichnet am Fahlerze, an der Zinkblende, am Boracite und an mehren anderen Mineralien vor.

Man sieht also, dass diese Hemiëdrie die sämmtlichen geneigtflächigen Gestalten des Tesseralsystemes liefert. Allein das Hexaëder, das Rhomben-Dodekaëder und die Tetrakishexaëder sind, sobald sie mit dem Tetraëder und den übrigen geneigtflächig-semitesseralen Gestalten zugleich vorkommen, nothwendig ebenfalls als hemiëdrische Formen zu betrachten; man kann daher, streng genommen, nicht sagen, dass diese Hemiëdrie durch den Mangel des Flächen-Parallelismus charakterisirt sei. Uebrigens wird dieser nothwendige Zusammenhang zwischen jenen drei, scheinbar holoëdrischen und parallelflächigen, und den vier hemiëdrischen und geneigtflächigen Formen durch folgendes Sche-

ma des Tesseralsystemes in seiner tetraëdrischen Hemiëdrie sehr einleuchtend gemacht.



Durch die wesentliche Gestaltveränderung, welcher vier Formen unterliegen, werden also die Uebergänge und Verwandtschaften durchaus nicht gestört, und die Bedingung, unter welcher z. B. die Hexakistetraëder in die Trigon-Dodekaëder übergehen, lässt sich eben so gut in diesem Schema erkennen, als die Bedingung für ihren Uebergang in die Tetrakishexaëder, oder als die Bedingungen für den Uebergang der Deltoid-Dodekaëder in das Tetraëder einerseits und in das Rhomben-Dodekaëder anderseits.

III. Berechnung der tesseralen Formen aus den Ableitungszahlen.

§. 38. Berechnung der plenotesseralen Formen.

Die wichtigsten Probleme der Berechnung sind die Kantenwinkel und die Zwischenaxen, auf welche wir uns auch hier beschränken werden. Der Vortheil einer allgemeinen Behandlung dieser Rechnungen ergiebt sich aber insbesondere daraus, dass mit den Formeln für die Hexakisoktaëder die Formeln für alle übrigen holoëdrischen Gestalten gefunden werden.

Kantenwinkel. In jedem Hexakisoktaëder mOn sei
die längste Kante $= A$
die mittlere Kante $= B$
die kürzeste Kante $= C$

so wird, wenn $m^2n^2 + m^2 + n^2 = M$ ist

$$cos A = -\frac{mn(mn+2)}{M}$$

$$cos B = -\frac{m^2n^2 + m^2 - n^2}{M}$$

$$cos C = -\frac{n(2m^2 + n)}{M}$$

Hieraus folgt, dass $A = C$, wenn $n = \frac{2m}{m+1}$; daher sind $3O\frac{3}{2}$, $5O\frac{5}{3}$ solche Hexakisoktaëder, deren sechsflächige Ecke hexagonal sind. §. 32.

Man kann diese Kanten auch auf folgende Weise berechnen: es sei $tang\,\nu = n$, so wird

$$tang\tfrac{1}{2}B = \frac{m}{sin\,\nu}$$

$$cos\tfrac{1}{2}A = \frac{m-n}{n\sqrt{2}}\, cos\tfrac{1}{2}B$$

$$cos\tfrac{1}{2}C = cos\,(135^0 - \nu)\, sin\tfrac{1}{2}B$$

Zwischenaxen. Setzt man in dem Hexakisoktaëder mOn

die halbe trigonale Zwischenaxe $= T$,
die halbe rhombische Zwischenaxe $= R$,

so findet sich:

$$T = \frac{mn\sqrt{3}}{mn+m+n}$$

$$R = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}$$

Da nun in der Grundgestalt $m=n=1$, so wird für sie:

$$T = \sqrt{\tfrac{1}{3}},\; R = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

Nehmen wir diese Werthe als die Grundwerthe beider Halbaxen an, so können wir die ihnen in den übrigen Formen zukommenden Werthe als Multipla der Grundwerthe ausdrücken, und die entsprechenden Coëfficienten t und r werden daher

$$t = \frac{3mn}{mn+m+n}$$

$$r = \frac{2n}{n+1}$$

Wir wollen diese Grössen künftig die Coëfficienten der Zwischenaxen nennen.

In denjenigen Hexakisoktaëdern, deren längste Kanten mit denen des Rhomben-Dodekaëders zusammenfallen, hat t denselben Werth, wie in dieser letzteren Gestalt; folglich wird

$$n = \frac{m}{m-1}$$

und daher $mO\frac{m}{m-1}$ das allgemeine Zeichen der Tetrakisdodekaëder, von welchen $3O\frac{3}{2}$ und $4O\frac{4}{3}$ am häufigsten vorkommen.

Im Ikositetraëder mOm muss die längere Kante mit B, die kürzere mit C bezeichnet werden; man findet:

$$\cos B = -\frac{m^2}{m^2+2}$$

$$\cos C = -\frac{2m+1}{m^2+2}$$

ferner wird:

$$t = \frac{3m}{m+2}, \text{ und } r = \frac{2m}{m+1}$$

Im Triakisoktaëder mO muss die längere Kante mit B, die kürzere mit A bezeichnet werden; man findet:

$$\cos A = -\frac{m(m+2)}{2m^2+1}$$

$$\cos B = -\frac{2m^2-1}{2m^2+1}$$

ferner wird

$$t = \frac{3m}{2m+1} \text{ und } r = 1$$

Im Tetrakishexaëder ∞On muss die längere Kante mit C, die kürzere Kante mit A bezeichnet werden; man findet:

$$\cos A = -\frac{n^2}{n^2+1}$$

$$\cos C = -\frac{2n}{n^2+1}$$

woraus folgt, dass $A = C$, wenn $n = 2$, dass also in $\infty O2$ die sechsflächigen Ecke hexagonal sind; ferner wird

$$t = \frac{3n}{n+1} \text{ und } r = \frac{2n}{n+1}$$

Im Rhomben-Dodekaëder ∞O ist die Kante $A = 120^0$, $t = \frac{3}{2}$, und $r = 1$.

Im Oktaëder O ist die Kante $B = 109^0\ 28'$, $t = 1$, und $r = 1$.

Im Hexaëder $\infty O \infty$ endlich ist die Kante $C = 90^0$, $t = 3$, und $r = 2$.

§. 39. Berechnung der geneigtflächig-semitesseralen Formen.

Indem das Hexakisoktaëder der tetraëdrischen Hemiëdrie unterliegt und in das Hexakistetraëder übergeht, so erleiden die rhombischen Zwischenaxen keine Veränderung; allein die trigonalen Zwischenaxen zerfallen in sämmtlichen geneigtflächig-semitesseralen Formen in zwei ungleichwerthige Hälften, indem die eine Halbaxe die ursprüngliche Grösse wie in der respectiven Stammform behauptet, während die andere einen grösseren Werth erhält. Wir wollen jene die holoëdrische, diese die hemiëdrische Halbaxe nennen und den Coëfficienten der letzteren mit τ bezeichnen.

Kantenwinkel. In jedem Hexakistetraëder $\frac{mOn}{2}$ oder (mOn) sei

die kürzeste Kante $= A'$
die mittlere Kante $= B'$
die längste Kante $= C'$.

Es ist nun unmittelbar einleuchtend, dass die Kanten A' und C' ihrem Winkelmaasse nach mit den gleichnamigen Kanten der Stammform identisch sind, wesshalb denn auch nur noch die Kante B' zu berechnen ist; man findet daher, wenn $m^2n^2 + m^2 + n^2 = M$

$$\cos A' = -\frac{mn(mn+2)}{M}$$

$$\cos B' = -\frac{mn(mn-2)}{M}$$

$$\cos C' = -\frac{n(2m^2+n)}{M}$$

woraus folgt, dass $B' = C'$, wenn $n = \frac{2m}{m-1}$. Auch lassen

sich diese Winkel durch folgende Formeln berechnen: es sei

$$tang\nu = n, \text{ so wird } tang\tfrac{1}{2}B = \frac{m}{sin\ \nu}$$

$$\text{und } cos\tfrac{1}{2}B' = \frac{m+n}{n\sqrt{2}}\ cos\tfrac{1}{2}B$$

während $cos\tfrac{1}{2}A'$ und $cos\tfrac{1}{2}C'$ eben so gefunden werden, wie in §. 38; ferner wird:

$$t = \frac{3mn}{mn+m+n}$$

$$\tau = \frac{3mn}{mn+m-n}$$

Im Trigon-Dodekaëder $\frac{mOm}{2}$ oder (mOm) muss die längere Kante mit B', die kürzere Kante mit C' bezeichnet werden; man findet

$$cosB' = -\frac{m^2-2}{m^2+2}$$

$$cosC' = -\frac{2m+1}{m^2+2}$$

folglich wird $B' = C'$, wenn $m = 3$, oder $\frac{3O3}{2}$ ist diejenige Varietät, deren sechsflächige Ecke hexagonal sind; ausserdem ist

$$t = \frac{3m}{m+2}, \text{ und } \tau = 3$$

Im Deltoid-Dodekaëder $\frac{mO}{2}$ oder (mO) muss die längere Kante mit B', die kürzere mit A' bezeichnet werden; man findet:

$$cos\ A' = -\frac{m(m+2)}{2m^2+1}$$

$$cos\ B' = -\frac{m(m-2)}{2m^2+1}$$

ferner wird

$$t = \frac{3m}{2m+1},\ \tau = \frac{3m}{2m-1}$$

Im Tetraëder $\frac{O}{2}$ oder (O) muss die Kante mit B'

bezeichnet werden; sie misst 70° 32′, und die Coëfficienten der trigonalen Zwischenaxen sind:

$$t = 1, \tau = 3.$$

Setzt man in den, für die Hexakistetraëder berechneten Formeln $m = \infty$, so gelangt man auf die, im vorigen §. gefundenen Ausdrücke für das Tetrakishexaëder, wodurch die oben, §. 37 ausgesprochene Ansicht über das Verhältniss der, scheinbar holoëdrischen Formen zu den hemiëdrischen bestätigt wird.

§. 40. Berechnung der parallelflächig-semitesseralen Formen.

Dyakisdodekaëder. Indem das Hexakisoktaëder der dodekaëdrischen Hemiëdrie unterliegt, und in das Dyakisdodekaëder $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ übergeht, so bleiben seine Zwischenaxen unverändert, weshalb sie keinen neuen Gegenstand der Berechnung bilden. Dagegen ist es wichtig, die unregelmässigen Eckpunkte der hemiëdrischen Gestalt, welche ausserhalb jeder Art von Axen gelegen sind, durch ihre Coordinaten zu bestimmen. Da nun diese Eckpunkte jedenfalls in den Coordinat-Ebenen liegen, so sind auch nur zwei Coordinaten zu berechnen, die wir als die grössere und die kleinere unterscheiden, und mit s und s' bezeichnen wollen.

Man findet $s = \frac{mn-n}{mn-1}$

$$s' = \frac{mn-m}{mn-1}$$

Ist ferner in jedem Dyakisdodekaëder $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ oder $[mOn]$

die kürzeste Kante $= A''$
die längste Kante $= B''$
die mittlere Kante $= C''$

so ist offenbar B'' seinem Winkelmaasse nach identisch mit der Kante B aus der Stammform, wogegen A'' und

C'' erst berechnet werden müssen; man findet daher, wenn wiederum $m^2n^2+m^2+n^2=M$,

$$\cos A'' = -\frac{m^2n^2-m^2+n^2}{M}$$

$$\cos B'' = -\frac{m^2n^2+m^2-n^2}{M}$$

$$\cos C'' = -\frac{mn(m+n+1)}{M}$$

Diese Winkel lassen sich auch berechnen, wie folgt: man setze

$$\tang \nu = n$$

so wird zuvörderst

$$\tang \tfrac{1}{2} B'' \frac{m}{\sin \nu}$$

$$\text{und } \cos\tfrac{1}{2}A'' = \frac{m}{n} \cos\tfrac{1}{2}B''$$

Setzt man nun $\cot\rho = (m+n)\cot\frac{1}{2}A''$

so folgt $\cos C'' = \dfrac{\sin(\frac{1}{2}A'' + \rho)\cos\frac{1}{2}B''}{\sin\rho}$

Die parallelkantigen Dyakisdodekaëder sind in ihren Zeichen daran sehr leicht zu erkennen, dass $m=n^2$; daher ist $\left[\dfrac{4O2}{2}\right]$ oder [4O2] eine dergleichen Varietät.

Pentagon-Dodekaëder. In den Pentagon-Dodekaëdern $\dfrac{\infty On}{2}$ oder $[\infty On]$ wird

$$s = 1,\ s' = \frac{n-1}{n}$$

Die regelmässigen Kanten derselben sind mit A'', die unregelmässigen mit C'' zu bezeichnen; man findet:

$$\cos A'' = -\frac{n^2-1}{n^2+1}$$

$$\cos C'' = -\frac{n}{n^2+1}$$

Für das reguläre Dodekaëder der Geometrie würde $n = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, also irrational; daher kann solches auch im

Gebiete der Krystallformen gar nicht vorkommen. Desungeachtet bildet es ein ideales Trennungsglied zwischen den beiden Abtheilungen von Pentagon-Dodekaëdern, welche sich in ihrer Totalform einerseits dem Hexaëder, anderseits dem Rhomben-Dodekaëder nähern (§. 26.)

IV. Zeichnung der tesseralen Formen.

§. 41. Zeichnung des tesseralen Axensystemes.

Da die Hauptaxen des Oktaëders gleichsam das Gerüste bilden, an welches sich die Flächen aller tesseralen Formen anlehnen, und da die verschiedenen Eckpunkte dieser Formen fast durchgängig in den Hauptaxen und beiderlei Zwischenaxen liegen, so werden wir zuvörderst die Aufgabe lösen müssen, das vollständige Axensystem des Oktaëders für eine bestimmte Breite des Bildes zu entwerfen. Diese Breite sei mit dem Werthe 2β (z. B. 2 Zoll) gegeben. Man ziehe nun zwei, sich rechtwinkelig schneidende Linien, Fig. 34, deren eine die Verticale, die andere die Horizontale durch den Mittelpunkt der Zeichnung darstellt.

In die Horizontale trage man beiderseits vom Mittelpunkte M aus die Länge $MH = MZ = \beta$ ein, theile hierauf die HZ in 6 gleiche Theile, lege durch ihre End- und ihre beiden mittelsten Theilpunkte Hilfs-Verticalen, und trage in die äusserste Verticale linker Hand abwärts von H die Länge $\frac{1}{3}\beta$, wodurch sich ein Punkt R bestimmt.

Zieht man nun die RM und verlängert sie jenseits M, so ist ihr, zwischen den beiden mittleren Hilfs-Verticalen enthaltener Theil CC' die Projection der einen (vorderen) horizontalen Hauptaxe. — Zieht man hierauf durch C die Horizontale CS und dann die SM, so bestimmt sich in der einen Verticale der Punkt T; legt man durch ihn die Horizontale TB, zieht aus B die BM, und verlängert solche jenseits M, so ist ihr, zwischen den beiden äussersten Verticalen enthaltener Theil BB' die Projection der anderen (seitlichen) horizontalen Hauptaxe. — Beschreibt man

endlich über *MR* einen Halbkreis, nimmt $RV=\frac{1}{9}MR$ und beschreibt damit von *R* aus einen Bogen *VX*, so wird *MX* die gesuchte scheinbare Länge der halben verticalen Hauptaxe; macht man also $MA=MA'=MX$, so ist AA' die richtige Projection der verticalen Hauptaxe.

§. 42. Zeichnung des Oktaëders und des Systemes der Zwischenaxen.

Da das Oktaëder nur sechs Eckpunkte besitzt, welche keine anderen als die Endpunkte der drei Hauptaxen sind, deren Projection im vorhergehenden §. gelehrt wurde, so wird nun auch das Bild des Oktaëders selbst sehr leicht hergestellt werden können. Man verbinde nämlich die gefundenen Punkte *A*, *A'*, *B*, *B'*, *C* und *C'* nach derselben Regel durch gerade Linien, nach welcher sie in der Wirklichkeit durch Kanten verbunden sind, und beobachte dabei den Unterschied der vorderen und hinteren Kanten (§. 26), so wird die Projection des Oktaëders vollendet sein.

Ist einmal das Bild des Oktaëders gefunden, so hat die Einzeichnung der Zwischenaxen keine Schwierigkeiten. Die rhombischen Zwischenaxen verbinden nämlich die Mittelpunkte je zweier Gegenkanten des Oktaëders und sind daher die, durch den Mittelpunkt gehenden Parallelen seiner Kanten. Man lege also durch den Mittelpunkt *M* des Bildes sechs, mit den Kantenlinien des Oktaëders parallele Linien, und verlängere dieselben bis zu ihren Durchschnitten mit den Kanten, so sind die sechs rhombischen Zwischenaxen des Oktaëders construirt; *RR'* in Fig. 20.

Die trigonalen Zwischenaxen dagegen verbinden die Mittelpunkte je zweier Gegenflächen des Oktaëders; man suche also die Mittelpunkte *T* der vier vorderen Flächen des Bildes (wobei man die, durch die rhombischen Zwischenaxen bereits gefundenen Mittelpunkte ihrer Kanten benutzt), verbinde sie mit dem Mittelpunkte *M* des Bildes durch gerade Linien, verlängere diese letzteren, und mache

ihre Verlängerungen ihnen selbst gleich, so sind die vier trigonalen Zwischenaxen des Oktaëders construirt; *TT'* in Fig. 20.

§. 43. Zeichnung eines Hexakisoktaëders *mOn*.

Das Kantennetz jedes Hexakisoktaëders wird durch die 26 Eckpunkte desselben bestimmt, welche dreierlei, nämlich 6 achtflächige, 8 sechsflächige und 12 vierflächige sind.

Die 6 achtflächigen Eckpunkte sind die Endpunkte der Hauptaxen, und identisch mit den bereits gefundenen Eckpunkten des Oktaëders.

Die 8 sechsflächigen Eckpunkte liegen stets in den trigonalen Zwischenaxen, deren Endpunkte sie bilden. Nun verhält sich, nach §. 38, die trigonale Zwischenaxe des Oktaëders zu jener des Hexakisoktaëders $= 1 : \frac{3mn}{mn+m+n}$ oder die trigonale Zwischenaxe des Oktaëders muss sich um $\frac{2mn-(m+n)}{mn+(m+n)}$ ihrer Grösse verlängern, wenn sie in die trigonale Zwischenaxe der Gestalt *mOn* übergehen soll. Man setze also jede der halben trigonalen Zwischenaxen *MT*, wie solche im Bilde des Oktaëders erscheint, $= 1$, verlängere sie über *T*, und mache ihre Verlängerung

$$= \frac{2mn-(m+n)}{mn+(m+n)}$$

von ihr selbst, so bestimmt sich in ihr ein neuer Endpunkt, welcher der gesuchte sechsflächige Eckpunkt von *mOn* ist. Man braucht übrigens diese Construction nur für eine der halben Zwischenaxen auszuführen, und kann die übrigen Punkte dadurch finden, dass man durch den ersten gefundenen Eckpunkt drei Parallelen mit den drei Hauptaxen legt, welche mit den drei zunächst gelegenen (gehörig verlängerten) trigonalen Halbaxen zum Durchschnitte kommen, und in den Durchschnittspunkten die gesuchten Punkte bestimmen.

Die 12 vierflächigen Eckpunkte liegen stets in den rhombischen Zwischenaxen, deren Endpunkte sie bilden. Es verhält sich aber die rhombische Zwischenaxe des Oktaëders zu jener des Hexakisoktaëders $= 1 : \frac{2n}{n+1}$, oder, die rhombische Zwischenaxe des Oktaëders muss sich um $\frac{n-1}{n+1}$ ihrer Länge vergrössern, wenn sie in die rhombische Zwischenaxe der Gestalt mOn übergehen soll. Man setze also jede der halben rhombischen Zwischenaxen MR, wie solche im Bilde des Oktaëders erscheint $= 1$, verlängere sie über R und mache ihre Verlängerung

$$= \frac{n-1}{n+1}$$

von ihr selbst, so bestimmt sich in ihr ein neuer Endpunkt, welcher der gesuchte vierflächige Eckpunkt von mOn ist. Auch diese Construction braucht man zunächst nur für eine der halben Zwischenaxen auszuführen, indem sich die übrigen Punkte durch Parallelen der Oktaëderkanten auffinden lassen, welche mit den anderen (gehörig verlängerten) Zwischenaxen zum Durchschnitte kommen.

Nachdem auf diese Weise die 26 Eckpunkte des Hexakisoktaëders gefunden worden sind, so darf man nur diese Punkte nach derselben Regel durch gerade Linien verbinden, nach welcher sie in der Wirklichkeit durch Kanten verbunden sind, um die Projection der Gestalt selbst zu vollenden.

§. 44. Zeichnung der übrigen plenotesseralen Formen.

Weil unter dem Zeichen mOn jede beliebige plenotesserale Gestalt enthalten ist, indem man nur für m und n gewisse Werthe oder Verhältnisse anzunehmen braucht, so folgt auch, dass in dem vorhergehenden §. die Regel für die Zeichnung aller möglichen holoëdrischen Formen enthalten ist. Es handelt sich nur darum, die, den übrigen Gestalten entsprechenden Verlängerungs-Coëfficienten zu finden; die Construction selbst bleibt im Wesentlichen völlig

dieselbe. Für die, am häufigsten vorkommenden Gestalten haben nun diese Verlängerungs-Coëfficienten folgende Werthe:

Gestalt.	Verlängerungs-Coëfficient der trig. Z.-A.	Verlängerungs-Coëfficient der rhomb. Z.-A.
2O	$\frac{1}{5}$	0
∞O	$\frac{1}{2}$	0
3O$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
4O2	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{3}$
5O$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$
∞O$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$
∞O2	1	$\frac{1}{3}$
∞O3	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{2}$
2O2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
3O3	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$
∞O∞	2	1

Uebrigens ist noch zu bemerken, dass bei der Zeichnung des Rhombendodekaëders so wie aller Triakisoktaëder und Tetrakishexaëder die rhombischen Zwischenaxen gar nicht berücksichtigt zu werden brauchen, weil jene Gestalten in diesen Axen gar keine Eckpunkte besitzen.

§. 45. Zeichnung der tetraëdrisch-semitesseralen Formen.

Die tetraëdrisch-semitesseralen Formen überhaupt werden durch die Hexakistetraëder repräsentirt, und haben insgesammt die Eigenschaft, dass die rhombischen Zwischenaxen durch keine Eckpunkte bezeichnet sind, wesshalb denn auch diese Axen bei der Zeichnung jener Formen gänzlich vernachlässigt werden können, und, ausser den Haupt-

axen, nur noch die trigonalen Zwischenaxen in Rücksicht kommen. Dagegen ist für diese letzteren Axen der Umstand sehr zu beachten, dass eine jede derselben in zwei ungleichwerthige Hälften, in die holoëdrische und hemiëdrische Halbaxe, zerfällt (§. 39), welche immer zweierlei verschiedenartige Eckpunkte bestimmen.

Das Hexakistetraëder $\frac{mOn}{2}$ selbst hat bekanntlich dreierlei Eckpunkte, durch welche das Kantennetz derselben vollständig bestimmt wird. Die 6 rhombischen Eckpunkte entsprechen den Endpunkten der Hauptaxen, und sind daher identisch mit den oktaëdrischen Eckpunkten. Die 4 stumpferen sechsflächigen Eckpunkte sind die Endpunkte der holoëdrischen trigonalen Halbaxen, und ihre Lage wird daher, wie in der holoëdrischen Gestalt mOn, durch den Verlängerungs-Coëfficienten

$$\frac{2mn - (m+n)}{mn+(m+n)}$$

bestimmt. Die 4 spitzeren sechsflächigen Eckpunkte endlich bilden die Endpunkte der hemiëdrischen Halbaxen, für welche oben in §. 39 der Vervielfältigungs-Coëfficient

$$\tau = \frac{3mn}{mn+m-n}$$

gefunden wurde, aus welchem sich der Verlängerungs-Coëfficient

$$\frac{2mn-(m-n)}{mn+(m-n)}$$

ergiebt.

Soll also ein Hexakistetraëder gezeichnet werden, so legt man wiederum das oktaëdrische Axensystem zu Grunde, dessen Punkte A, A', B, B', C und C' ohne Weiteres die rhombischen Eckpunkte bestimmen. Hierauf vergrössert man die vier abwechselnden trigonalen Halbaxen des Oktaëders nach dem Coëfficienten

$$\frac{2mn-(m+n)}{mn+(m+n)}$$

und die vier übrigen trigonalen Halbaxen desselben nach dem Coëfficienten

$$\frac{2mn-(m-n)}{mn+(m-n)}$$

und erhält so die Projectionen der beiderlei sechsflächigen Eckpunkte der zu zeichnenden Gestalt. Endlich verbindet man die so gefundenen Eckpunkte im Bilde nach derselben Regel durch gerade Linien, nach welcher sie in der Wirklichkeit durch Kanten verbunden sind, und die Projection des Gestalt ist vollendet. Je nachdem man dieselbe in der einen oder in der anderen Stellung zeichnen will, wählt man die Endpunkte der holoëdrischen Halbaxen über dem einen oder dem anderen vierzähligen Flächen-Inbegriffe des Oktaëders.

Bei der Zeichnung der Deltoid-Dodekaëder verfährt man ganz nach derselben Regel, während sich diese Regel für die Trigon-Dodekaëder und das Tetraëder dadurch etwas vereinfacht, dass für diese Gestalten die Pole der Hauptaxen gänzlich vernachlässigt werden können, weil solchen keine Eckpunkte entsprechen.

Für die am häufigsten vorkommenden Gestalten haben die Verlängerungs-Coëfficienten der trigonalen Zwischenaxen folgende Werthe:

Gestalt.	Verlängerungs-Coëfficient d. holoëdr. Halbaxe	Verlängerungs-Coëfficient der hemiëdr. H.
(O)	0	2
(2O2)	$\frac{1}{2}$	2
(3O3)	$\frac{4}{5}$	2
(2O)	$\frac{1}{5}$	1
($3O\frac{3}{2}$)	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$
(4O2)	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{5}$
($5O\frac{5}{3}$)	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{7}$

§. 46. Zeichnung der dodekaëdrisch-semitesseralen Formen.

Die dodekaëdrisch-semitesseralen Formen werden durch das Dyakisdodekaëder repräsentirt, ausser welchem bei der Zeichnung nur noch das Pentagon-Dodekaëder in Rücksicht kommt, weil alle übrigen Gestalten durch die betreffende Hemiëdrie keine Formveränderung erleiden. Da nun die genannten beiden Gestalten keine Eckpunkte in den rhombischen Zwischenaxen besitzen, so können auch diese Axen bei der Zeichnung gänzlich ausser Acht gelassen werden.

Das Dyakisdodekaëder $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ oder $[mOn]$ hat dreierlei Eckpunkte, durch welche sein Kantennetz völlig bestimmt wird. Die 6 rhombischen Eckpunkte sind die Endpunkte der Hauptaxen, und folglich identisch mit den oktaëdrischen Eckpunkten. Die 8 trigonalen Eckpunkte sind die Endpunkte der trigonalen Zwischenaxen, und identisch mit den sechsflächigen Eckpunkten der holoëdrischen Stammform; ihre Lage wird daher wiederum, wie in §. 43, durch den Verlängerungs-Coëfficienten

$$\frac{2mn-(m+n)}{mn+(m+n)}$$

bestimmt. Was endlich die 12 unregelmässigen Eckpunkte betrifft, so liegen sie zwar in den Coordinat-Ebenen, aber ausserhalb der rhombischen Zwischenaxen, wesshalb sie auch in §. 40 durch ihre Coordinaten bestimmt werden mussten. Diese Coordinaten waren:

$$\text{die grössere, } s = \frac{mn-n}{mn-1}$$

$$\text{die kleinere, } s' = \frac{mn-m}{mn-1}$$

Um nun auch diese unregelmässigen Eckpunkte in das Bild zu bringen, so nehme man in jeder Hauptaxe beiderseits vom Mittelpunkte aus die beiden Längen s und s', indem man jede halbe Hauptaxe, so wie sie im Bilde erscheint, $= 1$ setzt. Dadurch bestimmen sich in jeder

Hauptaxe zwei Punkte *a* und zwei Punkte *b*, Fig. 34[a]. Durch jeden dieser Punkte in der einen Hauptaxe lege man zwei, mit den beiden anderen Hauptaxen parallele Linien, so bestimmen sich in jeder Coordinat-Ebene acht Punkte *c*, welche die gesuchten unregelmässigen Eckpunkte des Dyakisdodekaëders in beiden Stellungen sind. Da nun die rhombischen und die trigonalen Eckpunkte in der einen wie in der anderen Stellung dieselben sind, so hat man auch alle Punkte gefunden, welche zur Ausführung des Bildes von $[mOn]$ oder von $-[mOn]$ erfordert werden.

Für den einen Gegenkörper nämlich wählt man die 12 Punkte *c*, für den andern die 12 Punkte *c'*, verbindet sie mit den 6 Polen der Hauptaxen und mit den 8 Endpunkten der trigonalen Zwischenaxen, so, wie es der Verlauf des Kantennetzes vorschreibt, durch gerade Linien, und das Dyakisdodekaëder ist entweder in der einen oder in der anderen Stellung construirt.

Was endlich die Zeichnung des Pentagon-Dodekaëders $\frac{\infty On}{2}$ oder $[\infty On]$ betrifft, so vereinfacht sich die Construction dadurch, dass bei dieser Gestalt die Punkte *b* mit den Polen der Hauptaxen zusammenfallen, und dass diese Pole der Hauptaxen unberücksicht bleiben können, weil sie keine Eckpunkte darstellen. Nachdem also die trigonalen Eckpunkte gefunden worden sind, so legt man durch die Pole jeder Hauptaxe zwei, mit den beiden andern Hauptaxen parallele Linien, Fig. 34[a], nimmt hierauf in jeder Hauptaxe vom Mittelpunkte aus nach beiden Seiten die Grösse.

$$\frac{n-1}{n}$$

indem man eine jede halbe Hauptaxe, wie solche im Bilde erscheint, $=1$ setzt, und legt durch die so bestimmten Punkte *a* abermals Parallelen mit den Hauptaxen. Diese letzteren Parallelen kommen mit den ersteren in den Punkten *c* zum Durchschnitte, welche die gesuchten unregelmässigen Eckpunkte sind. Je nachdem man nun das Pentagon-Dodekaëder entweder in der ersten oder in der

zweiten Stellung zeichnen will, legt man entweder die mit *c*, oder die mit *c'* bezeichneten Punkte bei der Zeichnung zu Grunde.

Die gewöhnlichsten Gestalten haben übrigens folgende Elemente:

Gestalt.	Verlängerungs-Coëfficient der trig. Z.-A.	Coordinaten der unregelm. Eckpunkte.	
$[\infty O\frac{3}{2}]$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$	1
$[\infty O2]$	1	$\frac{1}{2}$	1
$[\infty O3]$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	1
$[3O\frac{3}{2}]$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{6}{7}$
$[4O2]$	$\frac{5}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{7}$
$[5O\frac{5}{3}]$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{10}{11}$

V. Combinationen der tesseralen Gestalten.

§. 47. Eintheilung dieser Combinationen.

Die Combinationen des Tesseralsystemes sind entweder holoëdrische (plenotesserale) oder hemiëdrische (semitesserale) Combinationen, je nachdem sie von holoëdrischen oder hemiëdrischen Formen gebildet werden. Bei dieser Beurtheilung ist aber auf die, in den §§. 36 und 37 erörterten Verhältnisse sorgfältig Rücksicht zu nehmen, welchen zufolge gewisse Formen als hemiëdrische gelten können, ohne doch irgend eine, von ihrer holoëdrischen Gestaltung abweichende Erscheinungsweise erkennen zu lassen.

Da sich eine jede drei- oder mehrzählige Combination auf binäre Combinationen zurückführen lässt, so werden wir uns zunächst nur mit den binären Combinationen beschäftigen, aber auch hierbei zunächst nur die häufiger vorkommenden Fälle berücksichtigen, weil eine vollständige Berücksichtigung aller Fälle zu weit führen würde, und desshalb auf grössere Werke verwiesen werden muss.

Um jedoch auch einige Anleitung für die Entwickel-

ung zusammengesetzterer Krystallformen zu geben, insbesondere aber, um den so wichtigen und so häufig vorkommenden Gebrauch der Zonengleichung (§. 19) zu erklären, so soll nach der Betrachtung der gewöhnlichen binären Combinationen die Entwickelung mehrzähliger Combinationen an einigen Beispielen erläutert werden.

A. Holoëdrische oder plenotesserale Combinationen.

§. 48. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Oktaëder.

In den meisten holoëdrischen Combinationen des Tesseralsystems pflegen entweder das Oktaëder, oder das Hexaëder, oder das Rhomben-Dodekaëder, in wenigen das Ikositetraëder oder ein Tetrakishexaëder als vorherrschende Gestalten aufzutreten. Wir wollen uns daher auch nur mit Betrachtung jener gewöhnlicheren Combinationen beschäftigen.

Das Oktaëder erleidet durch die Flächen der übrigen holoëdrischen Gestalten folgende wesentliche Veränderungen:

1. eine 8flächige Zuspitzung der Ecke, Fig. 35; dieselbe wird allemal durch irgend ein mOn hervorgebracht; wenn, wie diess in der Figur der Fall ist, die Combinationskanten den Höhenlinien der Oktaëderflächen parallel (oder wenn je zwei, auf einer und derselben Oktaëderfläche einander gegenüberliegende Combinationskanten parallel) sind, so ist die zuspitzende Form gewöhnlich $3O\frac{3}{2}$ oder $5O\frac{5}{3}$, allgemein $mO\frac{2m}{m+1}$
2. eine 4flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der Ecke, Fig. 36; die zuspitzende Form ist irgend ein mOm, gewöhnlich $2O2$.
3. eine 4flächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung der Ecke, Fig. 37; die zuspitzende Gestalt ist irgend ein ∞On, und zwar $\infty O2$, wenn, wie in der Figur, je zwei auf einer und derselben Oktaëderfläche einander gegenüberliegende Combinationskanten parallel sind.

4. eine Zuschärfung der Kanten, Fig. 38; die zuschärfende Gestalt ist allemal ein mO.
5. eine Abstumfung der Kanten, Fig. 39; die abstumpfende Form ist ∞O.
6. eine Abstumpfung der Ecke, Fig. 40; dieselbe wird durch die Flächen des Hexaëders ∞O∞ gebildet; wenn die Abstumpfungsflächen so weit vordringen, dass sie die Kanten des Oktaëders gänzlich verdrängen, so entsteht der sogenannte Mittelkrystall zwischen Oktaëder und Hexaëder, Fig. 41.

§. 49. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Hexaëder.

Das Hexaëder erfährt durch die Flächen der übrigen holoëdrischen Formen folgende wesentliche Veränderungen:

1. eine 6flächige Zuspitzung der Ecke, Fig. 42; dieselbe kann nur durch ein Hexakisoktaëder mOn gebildet werden.
2. eine 3flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der Ecke, Fig. 43; solche entspricht den Flächen eines Ikositetraëders mOm, am gewöhnlichsten denen von 2O2.
3. eine 3flächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung der Ecke, Fig 44; die zuspitzende Gestalt ist irgend ein Triakisoktaëder mO.
4. eine Zuschärfung der Kanten, Fig. 45; die zuschärfende Form ist eines der Tetrakishexaëder ∞On, meist ∞O2 oder ∞O3; je stumpfer die Zuschärfungskante ist, um so kleiner, je mehr sie sich dem rechten Winkel nähert, um so grösser ist der Werth von n.
5. eine Abstumpfung der Kanten, Fig. 46; die Abstumpfungsflächen gehören dem Rhomben-Dodekaëder, ∞O, wie auch unmittelbar aus dem vorhergehenden Satze gefolgert werden kann.
6. eine Abstumpfung der Ecke, Fig. 47; dieselbe kann nur durch die Flächen des Oktaëders O gebildet werden; nähern sich die Abstumpfungsflächen einander bis zum Verschwinden der Hexaëderkanten, so entsteht wiederum der Mittelkrystall, Fig. 48.

§. 50. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Rhomben-Dodekaëder.

Das Rhomben-Dodekaëder wird durch die Flächen der übrigen holoëdrischen Gestalten folgende Veränderungen erfahren:

1. durch die Flächen eines Hexakisoktaëders mOn,
 a) eine Zuschärfung der Kanten, Fig. 49; dann ist nothwendig $n = \frac{m}{m-1}$, oder, das Hexakisoktaëder ist ein Tetrakisdodekaëder (vergl. oben §. 32 und S. 59), am gewöhnlichsten $3O\frac{3}{2}$;
 b) eine 8flächige Zuspitzung der tetragonalen Ecke, Fig. 50; dann ist $n > \frac{m}{m-1}$; und
 c) eine 6flächige Zuspitzung der trigonalen Ecke Fig. 51; dann ist $n < \frac{m}{m-1}$
2. durch die Flächen eines Ikositetraëders mOm,
 a) eine Abstumpfung der Kanten, Fig. 52; die abstumpfende Gestalt ist allemal 2O2, wie auch aus No. 1. a) gefolgert werden kann;
 b) eine 4flächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung der tetragonalen Ecke, Fig. 53; dann ist $m > 2$; erscheinen die Combinationskanten rechtwinkelig auf den Kanten des Rhomben-Dodekaëders, wie in der Figur, so ist die Gestalt 3O3; und
 c) eine 3flächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung der trigonalen Ecke, Fig 54; dann ist $m < 2$.
3. eine 3flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der trigonalen Ecke, Fig. 55; die zuspitzende Gestalt ist ein Triakisoktaëder mO, mit desto grösserem oder kleinerem Werthe von m, je spitzer oder stumpfer die Zuspitzung ist;
4. eine 4flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der tetragonalen Ecke, Fig. 56; die zuspitzende Gestalt ist allemal ein Tetrakishexaëder ∞On,

und zwar n um so grösser oder kleiner, je stumpfer oder spitzer die Zuspitzung ist;

5. eine Abstumpfung der trigonalen Ecke, Fig. 57; die abstumpfende Gestalt ist das Oktaëder, und
6. eine Abstumpfung der tetragonalen Ecke, Fig. 58; die abstumpfende Gestalt ist das Hexaëder.

§. 51. Entwickelung einer vielzähligen Combination mittels der Zonengleichung.

Die Figur 59 stellt eine 5zählige Combination vor, in welcher sich sogleich das Oktaëder, dessen Flächen mit **P** bezeichnet sind, als die vorherrschende Form zu erkennen giebt.

Die Flächen m sind offenbar die des Rhomben-Dodekaëders ∞O (§. 48); die Flächen γ müssen einem Tetrakishexaëder ∞On, die Flächen β einem Ikositetraëder mOm, und die Flächen ε einem Hexakisoktaëder mOn angehören (§. 48 No. 1, 2 und 3).

Die in der Figur mit den accentuirten Buchstaben P', ε', γ', β', ε' und m' bezeichneten Flächen liegen offenbar in einer Zone (§. 5). und zwei Flächen dieser Zone, nämlich P' und m', sind bekannt.

Wir wollen nun ein- für allemal (in diesem und jedem folgenden, zur Erläuterung der Zonengleichung dienenden Beispiele) festsetzen, dass die verticale, von oben nach unten gerichtete Axe die Parameter a, die seitliche, von rechts nach links gerichtete Axe die Parameter b, und endlich die dritte, von vorn nach hinten gerichtete Axe die Parameter c enthalte. Ferner wollen wir durchgängig annehmen, dass von der verticalen Axe die obere Hälfte, von der seitlichen Axe die rechte Hälfte, und von der dritten Axe die vordere Hälfte die positiven Parameter enthalte.

Wenn wir demnach die Fläche P' mit der Fläche F' und die Fläche m' mit der Fläche F'' in §. 19 vergleichen, so werden offenbar die in der Zonengleichung

$$\frac{1}{a''b'c} + \frac{1}{b''c'a} + \frac{1}{c''a'b} = \frac{1}{a''bc'} + \frac{1}{b''ca'} + \frac{1}{c''ab'}$$

einzuführenden Werthe der Parameter dieser Flächen folgende:

für P' ist $a' = 1$, $b' = -1$, $c' = 1$,

für m' ist $a'' = \infty$, $b'' = 1$, $c'' = 1$.

Substituirt man nun diese Werthe in die Zonengleichung, so ergiebt sich zuvörderst, dass aus selbiger die mit a'' behafteten Glieder verschwinden, weil jeder Bruch $= 0$ ist, dessen Nenner den Factor ∞ enthält. Ausserdem aber wird die Gleichung folgende Form annehmen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{a}$$

$$\text{oder } \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

Die vier unbekannten Flächen ε', γ', β' und ε' müssen also nothwendig unter dem Gesetze dieser für sie gemeinschaftlich giltigen Gleichung stehen, und ihre Bestimmung ist nun sehr leicht.

Für die Fläche β' der Gestalt $m\mathrm{O}m$ bestimmen sich nämlich, ihrer allgemeinen Lage zufolge, die Parameter;

$$a = m, \; b = m, \; c = 1;$$

folglich wird für sie

$$\frac{3}{m} = 1, \text{ oder } m = 3$$

und das Ikositetraëder ist daher 3O3.

Für die Fläche γ' der Form $\infty\mathrm{O}n$ bestimmen sich eben so die Parameter:

$$a = n, \; b = \infty, \; c = 1;$$

folglich wird für sie

$$\frac{2}{n} = 1, \text{ oder } n = 2,$$

und das gesuchte Tetrakishexaëder ist ∞O2.

Für die, im Bilde links gelegene Fläche ε' der Gestalt $m\mathrm{O}n$ bestimmt sich:

$$a = n, \; b = -m, \; c = 1;$$

daher wird für sie die Zonengleichung

$$\frac{2}{n} - \frac{1}{m} = 1.$$

Für die, im Bilde rechts gelegene Fläche ε' derselben Gestalt bestimmt sich dagegen:

$$a = m,\ b = n,\ c = 1,$$

daher wird für sie die Zonengleichung

$$\frac{2}{m} + \frac{1}{n} = 1.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt denn sogleich

$$m = 5,\ n = \tfrac{5}{3}$$

und das gesuchte Hexakisoktaëder ist daher $5O\frac{5}{3}$.

Das Zeichen*) der so entwickelten Combination ist endlich:

$$O.\ \infty O.\ 5O\tfrac{5}{3}.\ \infty O2.\ 3O3.$$

B. Hemiëdrische, und zwar tetraëdrisch-semitesserale Combinationen.

§. 52. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Tetraëder.

In den tetraëdrisch-semitesseralen Combinationen erscheinen alle diejenigen holoëdrischen Formen, welche durch die tetraëdrische Hemiëdrie einer wesentlichen Gestalt-Veränderung unterliegen, mit der ihnen zukommenden hemiëdrischen Gestalt, während dagegen die übrigen Formen als scheinbar holoëdrisch auftreten (§. 37). Wir werden also die tetraëdrisch-semitesseralen Combinationen daran erkennen, dass das Oktaëder als Tetraëder, die Ikositetraëder als Trigon-Dodekaëder, die Triakisoktaëder als Deltoid-Dodekaëder und die Hexakisoktaëder als Hexakistetraëder ausgebildet sind, während das Hexaëder, das Rhomben-Dodekaëder und die Tetrakishexaëder

*) Man erhält nämlich das krystallographische Zeichen einer Combination, indem man die Zeichen der in ihr enthaltenen Gestalten durch Punkte getrennt in derjenigen Reihenfolge hinter einander schreibt, wie solche durch das grössere oder geringere Vorwalten bestimmt wird. Das Zeichen einer Combination beginnt also mit dem Zeichen der vorwaltendsten, und endigt mit dem Zeichen der untergeordnetsten Form.

mit unveränderter Gestalt erscheinen. So lange man daher an einem tesseralen Minerale nur diese drei letzteren Formen kennt, so ist eigentlich das Urtheil darüber, ob seine Krystallreihe eine holoëdrische oder eine hemiëdrische sei, zu suspendiren, wenn nicht vielleicht gewisse Verhältnisse der Flächenstreifung und dergleichen die Entscheidung vermitteln sollten.

Da nun, nächst dem Tetraëder, das Rhomben-Dodekaëder und das Hexaëder diejenigen Gestalten sind, welche in den meisten Combinationen eine vorherrschende Rolle spielen, so wollen wir auch zunächst nur auf sie Rücksicht nehmen. Uebrigens haben wir hier, wie bei allen hemiëdrischen Combinationen, die verschiedene Stellung der hemiëdrischen Gegenkörper zu beachten (§. 13.)

Das Tetraëder $\frac{O}{2}$ oder (O) kann durch die Flächen der übrigen Gestalten folgende Veränderungen erfahren:

1. eine 6flächige Zuspitzung seiner Ecke, Fig. 60; diese Zuspitzung kann auf dreierlei Weise hervorgebracht werden;
 a) durch ein Hexakistetraëder $\frac{mOn}{2}$ oder (mOn) von gleicher Stellung mit dem Tetraëder;
 b) durch ein Hexakistetraëder $-\frac{mOn}{2}$ oder (mO'n) von verwendeter Stellung; dann ist das Zuspitzungseck ein sehr stumpfes Eck;
 c) durch ein Tetrakishexaëder ∞On, wie diess in der Figur der Fall ist, wo ∞O3 die Zuspitzung bildet; an jedem Zuspitzungseck befinden sich dann drei abwechselnde Kanten rechtwinkelig auf einander, und jede Zuspitzungsfläche liegt mit sieben anderen in einer Zone;
2. eine 3flächige, auf die Flächen aufgesetste Zuspitzung der Ecke, Fig. 61; diese Zuspitzung kann ebenfalls auf dreierlei Weise entstehen;
 a) durch das Rhomben-Dodekaëder ∞O; dieser Fall ist bei Weitem der gewöhnlichste, und daran zu er-

kennen, dass die Zuspitzungskanten 120° messen, so wie dass jede Zuspitzungsfläche auf der ihr gegenüberliegenden Tetraëderkante desselben Eckes rechtwinkelig ist;

b) durch ein Deltoid-Dodekaëder $\frac{mO}{2}$ oder (mO) von gleicher Stellung mit dem Tetraëder; dann sind die Zuspitzungskanten $<$ 120°, und ist jede Zuspitzungsfläche auf der ihr gegenüberliegenden Tetraëderkante desselben Eckes spitzwinkelig;

c) durch ein Deltoid-Dodekaëder $-\frac{mO}{2}$ oder (mO′) von verwendeter Stellung; die Zuspitzungskanten sind $>$ 120°, und jede Zuspitzungsfläche ist stumpfwinkelig auf der gegenüberliegenden Tetraëderkante;

3) eine 3flächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung der Ecke, Fig. 62; diese Veränderung kann nur durch ein Trigon-Dodekaëder $-\frac{mOm}{2}$ oder (mO′m) von verwendeter Stellung gebildet werden;

4) eine Zuschärfung der Kanten, Fig. 63; die zuschärfende Gestalt ist ein Trigon-Dodekaëder $\frac{mOm}{2}$ oder (mOm) von gleicher Stellung; gewöhnlich ist es $\frac{2O2}{2}$ oder (2O2)

5. eine Abstumpfung der Kanten, Fig. 64; wird durch das Hexaëder ∞O∞ gebildet, und

6. eine Abstumpfung der Ecke, Fig. 65, welche durch das zweite Tetraëder $-\frac{O}{2}$ entsteht; wenn beide Gestalten in das Gleichgewicht treten, so resultirt wiederum das Oktaëder, was z. B. an der Zinkblende häufig der Fall ist; doch unterscheiden sich dann gewöhnlich die Flächen beider Tetraëder durch eine verschiedene physikalische Beschaffenheit.

§. 53. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Rhomben-Dodekaëder oder Hexaëder.

Das Rhomben-Dodekaëder ∞O kann durch die Flächen der vier, wirklich hemiëdrischen Formen folgende Veränderungen erleiden:

1. eine Zuschärfung der, an den abwechselnden trigonalen Ecken gelegenen Kanten, Fig. 66; die zuschärfende Form ist allemal ein Hexakistetraëder der Varietät $mO\frac{m}{m-1}$;
2. eine 4flächige Zuspitzung der tetragonalen Ecke, die Zuspitzungsflächen paarweise auf die gegenüberliegenden Kanten aufgesetzt, Fig. 67; die zuspitzende Gestalt ist ein Hexakistetraëder $\frac{mOn}{2}$ oder (mOn), in welchem $n < \frac{m}{m-1}$;
3. eine 6flächige Zuspitzung der abwechselnden trigonalen Ecke, Fig. 68; die zuspitzende Gestalt ist ein Hexakistetraëder mit $n > \frac{m}{m-1}$;
4. eine Abstumpfung der, an den abwechselnden trigonalen Ecken gelegenen Kanten, Fig. 69; die abstumpfende Gestalt ist das Trigon-Dodekaëder $\frac{2O2}{2}$ oder $(2O2)$.
5. eine Zuschärfung der tetragonalen Ecke, die Zuschärfungsflächen auf die gegenüberliegenden Kanten aufgesetzt, Fig. 70; ein Trigon-Dodekaëder $\frac{mOm}{2}$ oder (mOm) mit dem Werthe $m > 2$, am gewöhnlichsten $\frac{3O3}{2}$ oder $(3O3)$ wie in der Figur, was man daran erkennt, dass die Combinationskanten rechtwinkelig auf den Kanten des Rhomben-Dodekaëders sind.
6. eine 3flächige, auf die Kanten aufgesetzte Zuspitzung der abwechselnden trigonalen Ecke, Fig, 71; die

zuspitzende Gestalt ist ein Trigon-Dodekaëder mit dem Werthe $m < 2$;

7. eine 3flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung der abwechselnden trigonalen Ecke, Fig. 72; die zuspitzende Gestalt ist irgend ein Deltoid-Dodekaëder $\frac{mO}{2}$ oder (mO);
8. eine Abstumpfung der abwechselnden trigonalen Ecke, Fig. 73; die Abstumpfungsflächen gehören einem Tetraëder.

Das Hexaëder $\infty O \infty$ wird durch die vier, wirklich hemiëdrischen Gestalten folgendermaassen modificirt; es erleidet dasselbe jedenfalls Veränderungen an seinen vier abwechselnden Ecken, und zwar:

1. eine 6flächige Zuspitzung durch jedes Hexakistetraëder;
2. eine 3flächige, auf die Flächen gesetzte Zuspitzung durch jedes Trigon-Dodekaëder;
3. eine 3flächige, auf die Kanten gesetzte Zuspitzung, durch jedes Deltoid-Dodekaëder, und
4. eine Abstumpfung durch das Tetraëder.

Wenn das Hexaëder allein ausgebildet ist, aber eine Streifung seiner Flächen nach den abwechselnden Diagonalen zeigt, so kann man sicher sein, dass es einer tetraëdrischen Krystallreihe angehört.

§. 54. Entwickelung einer mehrzähligen Combination mittels der Zonengleichung.

Es stellt die Figur 74 eine siebenzählige Combination des Fahlerzes von Dillenburg vor. Als vorherrschende Gestalt kündigt sich bei dem ersten Blicke ein Trigon-Dodekaëder an, dessen Flächen mit *l* bezeichnet sind. Nächst ihnen treten die Flächen *f* hervor, welche ihrer Zahl und Lage nach lediglich dem Hexaëder angehören können, so wie sich die Flächen *P* nach Zahl und Lage als diejenigen eines Tetraëders bestimmen.

Für die übrigen Gestalten gelten nun folgende Bestimmungen.

Die Flächen *o* müssen nothwendig dem Rhomben-Dodekaëder gehören, weil sie mit parallelen Combinationskanten zwischen je zweien Flächen des Hexaëders erscheinen, und folglich die Kanten des Hexaëders abstumpfen (§. 49.)

Die Flächen *r* haben zu den Flächen *o* des Rhomben-Dodekaëders eine ganz ähnliche Lage, wie die Flächen *l*; beide stumpfen nämlich die Kanten des Rhomben-Dodekaëders ab, nur sind die Flächen *r* sehr klein und schmal, während die Flächen *l* gross und breit erscheinen. Aus §. 53. No. 4 ist es uns bekannt, dass die, an den abwechselnden trigonalen Ecken gelegenen Kanten des Rhomben-Dodekaëders durch die Flächen eines Trigon-Dodekaëders $\frac{2O2}{2}$ abgestumpft werden; sind also die beiden complementären Trigon-Dodekaëder zugleich ausgebildet (§. 13), so müssen die sämmtlichen Kanten des Rhomben-Dodekaëders abgestumpft erscheinen, und es wird sich die Entzweiung des Ikositetraëders 2O2 in zwei hemiëdrische Formen nur durch die verschiedene physikalische Beschaffenheit der beiderlei Abstumpfungsflächen zu erkennen geben. Da man nun den vorherrschenden Gestalten gewöhnlich die erste Stellung zuschreibt, so wird

$$l = \frac{2O2}{2}, \text{ und } r = -\frac{2O2}{2}$$

Die Flächen *n* können, ihrer Lage nach, nur einem Deltoid-Dodekaëder $\frac{mO}{2}$ von gleicher Stellung mit *l* angehören. Die Flächen *s* aber geben sich wegen ihrer Lage zwischen den Flächen *o* und *f*, vermöge deren sie, wenn sie allein vorhanden wären, eine Zuschärfung der Hexaëderkanten bilden würden, als die eines Tetrakishexaëders ∞On zu erkennen. Nun zeigt die Figur, dass jede Fläche *s* mit zwei Flächen *l* und einer Fläche *n* in eine Zone fällt, und dieses Verhältniss führt sofort zur Bestimmung der beiden noch unbekannten Gestalten.

Wir wollen solche Zone z. B. durch diejenigen Flächen verfolgen, deren Buchstaben accentuirt sind; sie ist dann durch die beiden mit l' bezeichneten Flächen gegeben. Wenn wir nun, unter Voraussetzung derselben Bestimmungen über die Lage der Parameter und Axen, wie in §. 51, die obere Fläche l' mit F', die untere Fläche l' mit F'' in §. 19 vergleichen, so bestimmen sich die, in der Zonengleichung zu substituirenden Werthe der Parameter dieser Flächen, wie folgt:

für die obere Fläche l'

$$a' = -2,\ b' = 2,\ c' = 1,$$

für die untere Fläche l'

$$a'' = -1,\ b'' = 2,\ c'' = 2;$$

Diess in die Zonengleichung eingeführt, giebt:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{c} - \frac{3}{b}$$

als diejenige Bedingung, welcher die Flächen s' und n' gemeinschaftlich unterworfen sind.

Für die Fläche s' der Gestalt ∞On bestimmen sich aber vermöge ihrer allgemeinen Lage die Parameter

$$a = \infty,\ b = n,\ c = 1;$$

folglich wird für sie $n = 3$, oder das gesuchte Tetrakishexaëder ist $= \infty O3$.

Für die Fläche n' der Gestalt $\frac{mO}{2}$ bestimmen sich die Parameter

$$a = -1,\ b = m,\ c = 1;$$

folglich wird für sie $m = \frac{3}{2}$, oder das gesuchte Deltoid-Dodekaëder ist $= \frac{\frac{3}{2}O}{2}$

Das vollständige Zeichen der so entwickelten Combination wird daher:

$$\frac{2O2}{2}.\ \infty O\infty.\ \infty O.\ \frac{O}{2}. - \frac{2O2}{2}.\ \frac{\frac{3}{2}O}{2}.\ \infty O3.$$

oder auch, wenn wir uns der zweiten in §. 16. vorgeschlagenen Bezeichnung hemiëdrischer Formen bedienen wollen:

$$(2O2).\ \infty O\infty.\ \infty O.\ (O).\ (2O'2).\ (\tfrac{3}{2}O).\ \infty O3.$$

C. Dodekaëdrisch-semitesserale Combinationen.

§. 55. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Hexaëder oder Oktaëder.

In den dodekaëdrisch-semitesseralen Combinationen erscheinen diejenigen zwei Formen, deren Configuration durch die betreffende Hemiëdrie wesentlich verändert wird, mit der, ihnen kraft solcher zustehenden hemiëdrischen Gestalt, während die übrigen Formen, gleichwie bei holoëdrischer Ausbildung, mit ihrer vollen Flächenzahl ausgebildet sind (§. 36). Es erscheinen daher die Tetrakishexaëder als Pentagon-Dodekaëder, die Hexakisoktaëder als Dyakisdodekaëder, und man kann eigentlich von einem jeden Minerale, in dessen Krystallreihe bis jetzt nur Oktaëder, Hexaëder, Rhomben-Dodekaëder, Ikositetraëder und Triakisoktaëder beobachtet worden sind, gar nicht mit Bestimmtheit aussagen, ob dasselbe holoëdrisch oder hemiëdrisch krystallisire, wenn nicht vielleicht gewisse Verhältnisse der Flächenstreifung ein Urtheil begründen, weil der dodekaëdrisch-hemiëdrische Charakter lediglich an der eigenthümlichen Erscheinungsweise der Tetrakishexaëder und Hexakisoktaëder erkannt werden kann.

Da in den hierher gehörigen Combinationen gewöhnlich das Hexaëder, das Oktaëder, oder auch das Pentagon-Dodekaëder $\frac{\infty O2}{2}$ oder [∞O2] als vorherrschende Gestalten aufzutreten pflegen, so wollen wir uns auch nur mit diesen Combinationen beschäftigen.

Das Hexaëder ∞O∞ erleidet durch die Flächen der beiden hemiëdrischen Formen folgende Veränderungen:

1. eine Abstumpfung der Kanten, die Abstumpfungsflächen einseitig schief aufgesetzt, Fig 75; die abstumpfende Gestalt ist allemal ein Pentagon-Dodekaëder, gewöhnlich $\frac{\infty O2}{2}$ oder [∞O2]. Nicht selten ist diese Combination unstetig oder oscillatorisch ausgebildet (S. 28), in-

dem schmale Flächenstreifen des Dodekaëders mit schmalen Flächenstreifen des Hexaëders abwechselnd verbunden sind, was bisweilen in so feinem Maassstabe erfolgt, dass man nur ein Hexaëder sieht, dessen Flächen die, in Fig. 76 dargestellte Streifung zeigen.

2) eine unregelmässig 3flächige Zuspitzung der Ecke, die Zuspitzungsflächen einseitig schief aufgesetzt, Fig. 77; die zuspitzende Gestalt ist stets ein Dyakisdodekaëder $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ oder $[mOn]$. Wenn die Zuspitzungskanten den längeren Combinationskanten parallel sind, wie in der Figur, so ist das Dyakisdodekaëder ein parallelkantiges und in der Regel die Varietät $\left[\frac{4O2}{2}\right]$ oder $[4O2]$; (S. 47).

Das Oktaëder O erleidet durch die Flächen der hemiëdrischen Formen folgende Veränderungen:

1, eine Zuschärfung der Ecke, die Zuschärfungsflächen auf zwei gegenüberliegende Kanten gesetzt, Fig. 78; die zuschärfende Gestalt ist ein Pentagon-Dodekaëder $\frac{\infty On}{2}$ oder $[\infty On]$ und zwar am gewöhnlichsten die Varietät $[\infty O2]$, welches man, wie in der Figur, daran erkennt, dass die Combinationskanten auf den Oktaëderkanten rechtwinkelig oder den Höhenlinien der Oktaëderflächen parallel sind.

2. eine 4flächige Zuspitzung der Ecke, die Zuspitzungsflächen paarweise auf je zwei gegenüberliegende Kanten gesetzt, Fig. 79; die zuspitzende Gestalt ist ein Dyakisdodekaëder $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ oder $[mOn]$. Wenn, wie in der Figur, die Combinationskanten den Höhenlinien der Oktaëderflächen parallel sind, so ist $n = \frac{2m}{m+1}$; gewöhnlich ist es dann die Varietät $[3O\frac{3}{2}]$ seltener die Varietät $[5O\frac{5}{3}]$.

§. 56. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Pentagon-Dodekaëder $\frac{\infty O2}{2}$.

Das sehr häufig ausgebildete Pentagon-Dodekaëder $\frac{\infty O2}{2}$ oder [∞O2] erleidet durch die Flächen der übrigen Gestalten folgende Veränderungen:

1. eine 3flächige Zuspitzung der trigonalen Ecke; diese Zuspitzung kann zwar möglicherweise auf sehr verschiedene Art und durch verschiedene Gestalten hervorgebracht werden; in der Wirklichkeit kommt sie aber gewöhnlich nur auf zweierlei Art vor, nämlich:
 a) so, dass die Zuspitzungsflächen gleichschenkelige Dreiecke und die Combinationskanten den Verbindungslinien je zweier unregelmässiger Eckpunkte parallel sind, wie in Fig. 80; dann ist die zuspitzende Gestalt ein Dyakisdodekaëder $\left[\frac{mOn}{2}\right]$ oder [mOn], in welchem $n = \frac{2m}{m+1}$; gewöhnlich [3O$\frac{3}{2}$], bisweilen auch [5O$\frac{5}{3}$]; oder auch
 b) so, dass die Zuspitzungsflächen Trapeze oder Trapezoide, und dass die längsten Combinationskanten den Höhenlinien der Pentagone parallel sind, wie in Fig. 81; dann ist die zuspitzende Gestalt entweder das Dyakisdodekaëder [4O2] oder das Ikositetraëder 2O2, je nachdem die Zuspitzungsflächen Trapeze (d. h. die Zuspitzungskanten den längsten Combinationskanten parallel) oder Trapezoide sind.
2. eine Abstumpfung der unregelmässigen Kanten, Fig. 82; diese Abstumpfung kann zwar durch verschiedene Gestalten (z. B. 4O, $\frac{5}{2}$O$\frac{5}{2}$ u. a.) hervorgebracht werden, rührt aber gewöhnlich von den Flächen des in verwendeter Stellung befindlichen Dyakisdodekaëders — $\left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right]$ oder [3O'$\frac{3}{2}$] her.
3. eine Zuschärfung der unregelmässigen Ecke,

Fig. 83; dieselbe wird selten beobachtet, und dann entweder durch die Flächen eines mO mit $m > 4$, oder eines mOm mit $m > \frac{5}{2}$, oder auch durch die Flächen anderer, als der vorhergenannten Dyakisdodekaëder gebildet.

4. eine Zuschärfung der regelmässigen Kanten, Fig. 84; diese wird nur durch die Flächen eines Pentagon-Dodekaëders von gleicher Stellung und mit grösserem Werthe von n, gewöhnlich durch $\frac{\infty O3}{2}$ oder $[\infty O3]$ gebildet.

5. eine Abstumpfung der unregelmässigen Ecke, Fig. 85; eine solche Abstumpfung kann auf dreierlei verschiedene Art gebildet werden:
 a) durch die Flächen des Rhomben-Dodekaëders ∞O; dann ist der Neigungswinkel je zweier, an einer und derselben regelmässigen Kante anliegenden Abstumpfungsflächen ein rechter;
 b) durch die Flächen eines Pentagon-Dodekaëders von gleicher Stellung, aber kleinerem Werthe von n, gewöhnlich durch $[\infty O\frac{3}{2}]$; dann ist jener Winkel $< 90^0$;
 c) durch die Flächen eines Pentagon-Dodekaëders von verwendeter Stellung; dann ist derselbe Winkel $> 90^0$; in diesem Falle ist es oft $-\frac{\infty O2}{2}$ oder $[\infty O'2]$

6) eine Abstumpfung der trigonalen Ecke, Fig. 86; sie kann nur vom Oktaëder herrühren; wenn die Flächen dieser Gestalt so weit in den Körper des Dodekaëders eingedrungen sind, dass sie sich gegenseitig berühren und die unregelmässigen Kanten des Dodekaëders gänzlich verdrängen, dann ensteht der Mittelkrystall zwischen Oktaëder und Pentagon-Dodekaëder, Fig. 87; eine von 20 Dreiecken umschlossene Form, welche auf den ersten Anblick wie das Ikosaëder der Geometrie erscheint, sich aber doch wesentlich dadurch unterscheidet, dass ihre Dreiecke zweierlei, nämlich 8 derselben gleichseitig, und 12 gleichschenkelig sind.

7. eine Abstumpfung der regelmässigen Kanten, Fig. 88; sie wird allemal durch das Hexaëder gebildet.

§. 57. Entwickelung einer vielzähligen Combination mittels der Zonengleichung.

Die Figur 89 stellt eine sechszählige Combination des hexaëdrischen Eisenkieses dar, in welcher sogleich das Hexaëder, dessen Flächen mit *P* bezeichnet sind, als vorherrschende Gestalt erkannt wird. Die Flächen *d* bestimmen sich nach ihrer Zahl und Lage als die des Oktaëders. Ausserdem ergiebt sich, dass die Flächen *e* einem Pentagon-Dodekaëder, die Flächen *s*, *f* und *o* aber drei 24flächigen Gestalten, also allgemein drei Dyakisdodekaëdern angehören.

Wir wollen annehmen, das Dodekaëder *e* sei uns durch eine Messung als [∞O2] bestimmt worden, so ist die Bestimmung der noch übrigen Formen lediglich durch Anwendung der Zonengleichung zu erhalten.

Die Zone P', s', f', o', s' und e' ist nämlich durch die beiden bekannten Flächen P' und e' bestimmt. Vergleicht man nun unter Beibehaltung der in §. 51 ein für alle Mal gemachten Voraussetzung P' mit F' und e' mit F'' in §. 19, so wird

$$a' = 1,\ b' = \infty,\ c' = \infty$$
$$a'' = \infty,\ b'' = 2,\ c'' = 1$$

und folglich, nach Einführung dieser Werthe in die Zonengleichung, diese letztere

$$b = 2c,$$

in welcher Form sie für die Flächen s', f', o' und s' Giltigkeit hat.

Da nun in der betrachteten Zone zwei Flächen s' vorkommen, so ist die entsprechende Gestalt leicht aufzufinden: es bestimmen sich nämlich ihrer Lage nach für die obere Fläche s' die Parameter

$$a = 1,\ b = m,\ c = n,$$

für die untere Fläche s' dagegen

$$a = m,\ b = n,\ c = 1,$$

aus den letzteren Werthen folgt, weil $b = 2c$,

$$n = 2,$$

und aus den ersteren Werthen

$$m = 2n = 4;$$

folglich ist s' das Dyakisdodekaëder [4O2].

Für die Fläche f' gilt ebenfalls $m = 2n$. Da nun dieselbe Fläche auch mit parallelen Combinationskanten zwischen den Flächen d und e erscheint, so ergiebt sich aus dieser zweiten Zone (durch Benutzung der allgemeinen Zonengleichung in §. 19) dass $n = \frac{2m}{m+1}$ sein müsse; folglich ist f das Dyakisdodekaëder [3O$\frac{3}{2}$].

Da endlich o' die Combinationskanten zwischen d und P abstumpft, so folgt für sie aus der allgemeinen Zonengleichung, dass $a = b$ sein müsse, aus der Lage der Fläche o' bestimmt sich aber

$$a = m,\ b = m,\ c = 1$$

und aus der vorher entwickelten Zone $b = 2c$; folglich muss o' dem Ikositetraëder 2O2 angehören.

Die Combination ist nun vollständig entwickelt, und ihr Zeichen

$$\infty O \infty.\ [3O\tfrac{3}{2}].\ [4O2].\ O.\ [\infty O2].\ 2O2.$$

§. 58. Berechnung der Combinationskanten.

Es ist oft nöthig, das Winkelmaass einer Combinationskante zu kennen, und nicht selten nützlich, solches anzugeben, weil dann andere Beobachter durch eine blosse Messung dieser Kante sogleich zu der Bestimmung einer zweifelhaften Gestalt gelangen können.

Die Berechnung der Angulargrösse der Combinationskanten lässt sich in allen Fällen nach einer und derselben Formel ausführen. Wenn nämlich für irgend zwei Flächen F und F' die Parameter mit den Werthen a, b, c und a', b', c' gegeben sind, so bestimmt sich der Cosinus

ihres Neigungswinkels W allgemein als

$$\cos W = -\frac{\frac{1}{aa'}+\frac{1}{bb'}+\frac{1}{cc'}}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}\ \sqrt{\frac{1}{a'^2}+\frac{1}{b'^2}+\frac{1}{c'^2}}}$$

Nach dieser Formel lässt sich nun eine jede Combinationskante leicht berechnen.

Beispiel. Man will in Fig. 53 die Combinationskante berechnen.

Die eine Gestalt ist das Rhomben-Dodekaëder, die andere das Ikositetraëder 3O3. Man wähle nun z. B. diejenigen beiden Flächen, deren Combinationskante mit D bezeichnet ist.

Für die Ikositetraëderfläche wird

$$a = 3,\ b = 3,\ c = 1,$$

für die Dodekaëderfläche

$$a' = 1,\ b' = \infty,\ c' = 1,$$

Substituirt man diese Werthe in die Formel für $\cos W$, so folgt

$$\cos W = -\frac{4}{\sqrt{22}},$$

und es misst daher die gesuchte Combinationskante 148° 31′.

Diejenigen Combinationskanten, deren Kenntniss am häufigsten erfordert wird, sind die Combinationskanten mit dem Hexaëder, Oktaëder und Rhomben-Dodekaëder, weil diese Gestalten am häufigsten vorkommen, und daher sehr gewöhnlich von den Flächen der übrigen Gestalten geschnitten werden. Berücksichtigen wir nur die, bei regelmässiger Ausbildung der Gestalten hervortretenden Combinationskanten, und bezeichnen solche mit H, O und D, so bestimmt sich:

für irgend ein Hexakisoktaëder mOn:

$$\cos H = \frac{mn}{M}$$

$$\cos O = \frac{m(n+1)+n}{M\sqrt{3}}$$

$$\cos D = \frac{m(n+1)}{M\sqrt{2}}$$

indem $M = \sqrt{m^2n^2+m^2+n^2}$

für irgend ein Ikositetraëder mOm:

$$\cos H = \frac{m}{\sqrt{m^2+2}}$$

$$\cos O = \frac{m+2}{\sqrt{2}\sqrt{m^2+2}}$$

$$\cos D = \frac{m+1}{\sqrt{2}\sqrt{m^2+2}}$$

für irgend ein Triakisoktaëder mO:

$$\cos H = \frac{m}{\sqrt{2m^2+1}}$$

$$\cos O = \frac{2m+1}{\sqrt{3}\sqrt{2m^2+1}}$$

$$\cos D = \frac{2m}{\sqrt{2}\sqrt{2m^2+1}}$$

und für irgend ein Tetrakishexaëder ∞On:

$$\cos H = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$$

$$\cos O = \frac{n+1}{\sqrt{3}\sqrt{n^2+1}}$$

$$\cos D = \frac{n+1}{\sqrt{2}\sqrt{n^2+1}}$$

Alle diese Werthe sind übrigens negativ zu nehmen.

VI. Berechnung der Ableitungszahlen der tesseralen Formen aus den gemessenen Kantenwinkeln.

A. Holoëdrische oder plenotesserale Formen.

§. 59. Welche Kanten besonders zu berücksichtigen sind.

Für die holoëdrischen Formen des Tesseralsystems ist nach §§. 33 und 35 das Hexakisoktaëder insofern als der allgemeine Repräsentant zu betrachten, wiefern es die Ver-

hältnisse aller übrigen Formen in sich vereinigt. Eben so repräsentirt aber auch sein krystallographisches Zeichen mOn die Zeichen aller anderen Formen, indem man nur für m und n gewisse Gränzwerthe oder Verhältnisse anzunehmen braucht, um die Zeichen dieser übrigen Formen zu erhalten.

Das Hexakisoktaëder hat nämlich dreierlei Kanten, welche wir im Calcül durch die Buchstaben A, B und C, in der Rede durch die Prädicate der längsten, mittleren und kürzesten Kante unterschieden haben, weil sie ihrem Linearmaasse nach durchgängig in diesem Verhältnisse stehen.

Wird nun die Kante A immer stumpfer, so fallen endlich je zwei, in einer solchen Kante zusammenstossende Flächen in eine Ebene, und das Hexakisoktaëder geht in ein Ikositetraëder über, an welchem nur noch die beiden Kanten B und C vorhanden sind. Zugleich sind aber auch die Ableitungszahlen m und n in das Verhältniss der Gleichheit getreten, und es wird daher mOm das Zeichen der Ikositetraëder.

Wird dagegen am Hexakisoktaëder die Kante B immer stumpfer, so fallen ihre Flächen endlich in eine Ebene, und aus dem Hexakisoktaëder wird ein Tetrakishexaëder, in welchem nur noch die Kanten A und C erscheinen. Zugleich hat die Ableitungszahl m ihren Maximum-Werth ∞ erreicht, wesshalb ∞On das Zeichen der Tetrakishexaëder ist.

Wird endlich die Kante C immer stumpfer, so fallen zuletzt ihre Flächen in eine Ebene, und aus dem Hexakisoktaëder wird ein Triakisoktaëder, in welchem nur noch die Kanten A und B rückständig sind. Zugleich hat die Ableitungszahl n ihren Minimum-Werth erreicht, wesshalb mO das Zeichen der Triakisoktaëder ist.

Ausser den 48flächnern und diesen drei Arten von 24flächnern giebt es nur noch drei holoëdrische Formen, deren eine jede einzig in ihrer Art ist, wesshalb sie auch keinen Gegenstand unserer Berechnung bilden; nämlich das Rhomben-Dodekaëder ∞O, das Hexaëder

$\infty O \infty$ und das Oktaëder O. Diese drei singulären Formen sind aber desshalb von vorzüglicher Wichtigkeit, weil sie am allerhäufigsten und immer als völlig dieselben ausgebildet sind, während dagegen die übrigen Arten von Formen in sehr verschiedenen, durch die numerischen Werthe von m und n bestimmten Varietäten auftreten, und daher besonders zur Charakterisirung der verschiedenen tesseralen Krystallreihen dienen können. Nur sind die Flächen dieser letzteren häufig sehr untergeordnet ausgebildet, indem sie blos als kleine Abstumpfungs-, Zuschärfungs- oder Zuspitzungsflächen an den Kanten oder Ecken anderer Formen auftreten, wesshalb auch neben ihren eigenthümlichen Kanten nicht selten ihre Combinationskanten berücksichtigt werden müssen. Ja es ist häufig der Fall, dass die Flächen einer solchen Form nur einzeln ausgebildet und so klein, oder nach gewissen Richtungen so unvollkommen spiegelnd sind, dass man vielleicht gar keine ihrer eigenthümlichen Kanten mit Sicherheit messen kann, und daher lediglich ihre Combinationskanten zu anderen Formen messen muss, um überhaupt zu ihrer Bestimmung zu gelangen.

Von diesen Combinationskanten sind es nun aber besonders diejenigen zu den drei singulären Formen des Tesseralsystems, also zu dem Oktaëder, Hexaëder und Rhomben-Dodekaëder, welche, weil sie am häufigsten vorkommen, auch vorzüglich häufig einen Gegenstand der Messung bilden. Wir haben daher auch diejenigen Formeln aufzusuchen, mittels welcher man aus diesen Combinationskanten die Ableitungszahlen berechnen kann. Dabei sind noch für das Hexakisoktaëder und seine hemiëdrischen Formen diejenigen Fälle von besonderer Wichtigkeit, in welchen eine jener Combinationskanten und eine der eigenthümlichen Kanten gegeben ist.

Indem wir nun den eigenthümlichen Kanten her holoëdrischen Formen die obige Bezeichnung A, B und C lassen, wollen wir ihre Combinationskanten zu dem Hexaëder, Oktaëder und Rhomben-Dodekaëder allgemein mit H, O und D bezeichnen, wobei es sich jedoch von selbst

versteht, dass überhaupt nur diejenigen Combinationskanten berücksichtigt werden, welche bei vollkommen regelmässiger Ausbildung der Gestalten existiren, nicht aber jene anomalen Combinationskanten, welche sehr häufig durch unregelmässiges Vorherrschen einzelner Flächen zum Vorschein kommen.

Wir hätten also überhaupt nur die sechs Winkel *A*, *B*, *C*, *H*, *O* und *D* als die in Rücksicht kommenden Beobachtungs-Elemente zu betrachten. Da nun für das Hexakisoktaëder im Allgemeinen zwei Grössen, *m* und *n*, gefunden werden müssen, so wären auch immer je zwei jener Winkel als bekannt vorauszusetzen, und es ergeben sich daher für diese Gestalt 15 verschiedene Fälle. Weil endlich die Combinationskanten immer stumpfe, die in Rechnung kommenden Winkel $\frac{1}{2}A$, $\frac{1}{2}B$ und $\frac{1}{2}C$ aber immer spitze Winkel sind, so wollen wir die Formeln durchgängig so schreiben, dass die Supplemente der Combinationskanten, und folglich ihre Cosinus positiv in Rechnung zu bringen sind.

§. 60. Berechnung des Hexakisoktaëders *mOn*.

a) aus je zweien seiner eigenthümlichen Kanten.

1.) aus *A* und *B*;

man sucht: $cos\nu = \dfrac{cos\frac{1}{2}A\sqrt{2} + cos\frac{1}{2}B}{sin\frac{1}{2}B}$

und findet $n = tang\nu$

$m = tang\frac{1}{2}B sin\nu$

2) aus *C* und *A*;

man sucht: $sin\rho = \dfrac{2cos\frac{1}{2}A + cos\frac{1}{2}C}{sin\frac{1}{2}C\sqrt{3}}$

man setzt $\delta' = 54^0 44' + \rho$

bestimmt $cot\delta = tang\frac{1}{2}C sin\delta'$

und findet: $n = tang(\delta + 45^0)$

$m = \dfrac{n\sqrt{2}}{n+2} tang\delta'$

3) aus *B* und *C*;

man sucht: $sin\delta = \dfrac{cos\frac{1}{2}C}{sin\frac{1}{2}B}$

und findet: $n = tang\,(\delta + 45^0)$
$m = tang\,\frac{1}{2}B\,sin\,(\delta + 45^0)$

b) aus einer Combinationskante und einer der eigenthümlichen Kanten.

4.) aus H und A;

man sucht: $sin\,h' = \frac{cos\,\frac{1}{2}A}{sin\,H}$

setzt $h = 45^0 + h'$

und findet: $n = \frac{cot H}{sin\,h}$

$m = n\,tang\,h$

5.) aus H und B;

man sucht: $sin\,\nu = \frac{cos\,H}{sin\frac{1}{2}B}$

und findet: $n = tang\,\nu$

$m = tang\frac{1}{2}B\,sin\,\nu$

6.) aus H und C;

man findet: $\frac{n-1}{n} = \frac{cos\frac{1}{2}C\sqrt{2}}{cos H}$

setzt $sin\,h = \frac{cot H}{n}$

und erhält $m = n\,tang\,h$

7.) aus O und A;

man sucht: $cos\,\mu = \frac{cos\,O}{sin\frac{1}{2}A}$

setzt $\mu + 35^0 16' = \alpha$

bestimmt $cot\,\beta = \frac{cot\frac{1}{2}A}{sin\,\alpha}$

und findet $m = \frac{\sqrt{2}}{cot\,\alpha - cot\,\beta}$

$n = \frac{\sqrt{2}}{cot\,\alpha + cot\,\beta}$

8.) aus O und B;

man sucht: $cos\,\delta = \frac{cos O\sqrt{3} - cos\frac{1}{2}B}{sin\frac{1}{2}B\sqrt{2}}$

und findet: $n = tang\,(45^0 + \delta)$

$m = tang\frac{1}{2}B\,sin(45^0 + \delta)$

9) aus O und C;

man sucht: $cos\rho = \frac{cos O}{sin \frac{1}{2} C}$

setzt $\delta' = 54^0 44' + \rho$

bestimmt $cot \delta = tang \frac{1}{2} C sin \delta'$

und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

$m = \frac{n \sqrt{2}}{n+1} tang \delta'$

10.) aus D und A:

man sucht: $cos d = \frac{cos D - 2 cos \frac{1}{2} A}{sin D \sqrt{3}}$

setzt $35^0 16' \pm d = d'$, wobei das positive oder negative Vorzeichen gilt, je nachdem das Hexakisoktaëder am Rhombendodekaëder eine achtflächige Zuspitzung der tetragonalen, oder eine sechsflächige Zuspitzung der trigonalen Ecke bildet;

bestimmt $tang \delta = tang D sin d'$

und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

$m = \frac{tang d' sin(\delta + 45^0)}{sin \delta}$

11.) aus D und B;

man sucht: $cos \delta = \frac{cos D}{sin \frac{1}{2} B}$

und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

$m = tang \frac{1}{2} B sin(\delta + 45^0)$

12) aus D und C;

man sucht: $cot \delta = \frac{cos D}{cos \frac{1}{2} C}$

$sin \delta' = \frac{cos D}{sin \frac{1}{2} C}$

und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

$m = \frac{n \sqrt{2}}{n+1} tang \delta'$

c) aus zwei Combinationskanten.

13.) aus H und D;

man findet: $\frac{n+1}{n} = \frac{cos D \sqrt{2}}{cos H}$

sucht nun $\sin h = \frac{\cot H}{n}$

und bestimmt $m = n \tan g\, h$

14.) aus *H* und *O*;

man sucht: $\cos h' = \frac{\cos O\sqrt{3} - \cos H}{\sin H\sqrt{2}}$

setzt $h = 45^0 + h'$

und findet $n = \frac{\cot H}{\sin h}$

$m = n \tan g\, h$

15.) aus *O* und *D*;

man sucht: $\sin d = \frac{\cos O\sqrt{3} - \cos D\sqrt{2}}{\sin D}$

$\tan g\,\delta = \tan g\, D \cos d$

und findet $n = \tan g(\delta + 45^0)$

$m = \frac{\cot d \sin(\delta + 45^0)}{\sin \delta}$

§. 61. Berechnung der Hexakisoktaëder $mO\frac{m}{m-1}$ und $mO\frac{2m}{m+1}$.

Unter den Hexakisoktaëdern giebt es nach §. 32 zwei Gruppen, welche sich durch die besondere Regelmässigkeit ihrer Verhältnisse auszeichnen, wie solches namentlich in ihren Combinationen mit anderen Gestalten hervortritt. Die eine dieser Gruppen begreift diejenigen Varietäten, deren längste Kanten mit denen des Rhomben-Dodekaëders zusammenfallen, daher sie auch als pyramidentragende Rhomben-Dodekaëder bezeichnet oder (nach Rose) sehr passend mit dem Namen Tetrakisdodekaëder belegt werden können. In ihnen ist allemal $n = \frac{m}{m-1}$, und daher $mO\frac{m}{m-1}$ ihr allgemeines Zeichen (§. 38.). Die zweite Gruppe begreift diejenigen Varietäten, deren längste und kürzeste Kanten gleiches Winkelmaass haben, und deren sechsflächige Ecke daher hexagonal sind, was besonders in den Combinationen mit dem Oktaëder sehr deutlich hervortritt. In

ihnen ist allemal $n = \frac{2m}{m+1}$, und daher $m\mathrm{O}\frac{2m}{m+1}$ ihr allgemeines Zeichen. Die Bestimmung dieser beiden Arten von Hexakisoktaëdern wird natürlich nur die Kenntniss eines Winkels erfordern, und es sind daher für sie noch folgende 12 Formeln zu berücksichtigen.

Berechnung der Hexakisoktaëder $m\mathrm{O}\frac{m}{m-1}$

16.) aus A; $\frac{1}{2}A - 60^{0} = D$

$2m - 1 = \cot D\sqrt{3}$

17.) aus B; $\sin D = \cos\frac{1}{2}B\sqrt{\frac{2}{3}}$, und daraus m wie vorher.

18.) aus C; $\sin D = \cos\frac{1}{2}C\sqrt{3}$, und weiter wie No. 16.

19.) H; $\sin\frac{1}{2}A = \cos H\sqrt{\frac{2}{3}}$ und weiter, wie No. 16.

20.) aus O; $\sin\frac{1}{2}A = \cos O\sqrt{\frac{9}{8}}$ und weiter wie No. 16.

21.) aus D; $2m - 1 = \cot D\sqrt{3}$.

Berechnung der Hexakisoktaëder $m\mathrm{O}\frac{2m}{m+1}$

22.) aus A oder C;

man sucht: $\sin O = 2\cos\frac{1}{2}A = 2\cos\frac{1}{2}C$

$\cot\mathfrak{S} = \cot O\sqrt{\frac{2}{3}}$

und findet $m = \tang(\mathfrak{S} + 45^{0})$

23.) aus B;

man sucht: $\sin\sigma = \cot\frac{1}{2}A\sqrt{\frac{1}{5}}$

und findet $\frac{2m}{m+1} = \tang(63^{0}26' - \sigma)$

24.) aus H;

man sucht: $\sin\varkappa = \cos H\sqrt{\frac{6}{5}}$

findet $O = \varkappa - 39^{0}14'$

und verfährt nun weiter, wie No. 25.

25.) aus O;

man sucht: $\cot\mathfrak{S} = \cot O\sqrt{\frac{2}{3}}$

und findet $m = \tang(\mathfrak{S} + 45^{0})$

26.) aus D;
man sucht: $\sin\varkappa = \cos D\sqrt{\frac{12}{11}}$
findet $O = \varkappa - 58^\circ 31'$
und rechnet nun weiter, wie unter No. 25.

§. 62. Berechnung der Ikositetraëder, Triakisoktaëder und Tetrakishexaëder.

Berechnung der Ikositetraëder mOm,

27.) aus B;
man sucht: $\cos\nu = \cot\frac{1}{2}B$
und findet $m = \tang\nu$

28.) aus C;
man sucht: $\sin\rho = \cot\frac{1}{2}C\sqrt{\frac{1}{3}}$
setzt $\delta' = 54^\circ 44' + \rho$
und findet $m+1 = \tang\delta'\sqrt{2}$

29.) aus H; $m = \cot H\sqrt{2}$

30.) aus O; $m = \tang(O + 35^\circ 16')\sqrt{2}$

31.) aus D;
man sucht: $\cos d = 2\cos D\sqrt{\frac{1}{3}}$
und findet $m = \tang(54^\circ 44' \pm d)\sqrt{2}$
Je nachdem das Ikositetraëder am Rhomben-Dodekaëder eine vierflächige Zuspitzung der tetragonalen oder eine dreiflächige Zuspitzung der trigonalen Ecke bildet, gilt das positive oder negative Vorzeichen von d.

Berechnung der Triakisoktaëder mO.

32.) aus A;
man sucht: $\sin\rho = 2\cos\frac{1}{2}A\sqrt{\frac{1}{3}}$
setzt $\delta' = 54^\circ 44' + \rho$
und findet $m = \tang\delta'\sqrt{\frac{1}{2}}$

33.) aus B; $m = \tang\frac{1}{2}B\sqrt{\frac{1}{2}}$

34.) aus H;
man sucht: $\sin h = \cot H$
und findet $m = \tang h$

35.) aus O; $m = \tang(O + 54^\circ 44')\sqrt{\frac{1}{2}}$

36.) aus D; $m = \cot D\sqrt{\frac{1}{2}}$

Berechnung der Tetrakishexaëder.

37.) aus A;
man sucht: $cos \nu = cos \frac{1}{2} A \sqrt{2}$
und findet $n = tang \nu$

38.) aus C; $n = tang(135^0 - \frac{1}{2}C)$

39.) aus H; $n = cot H$

40.) aus O;
man sucht: $cos \delta = cos O \sqrt{\frac{3}{2}}$
und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

41.) aus D; $n = tang(D + 45^0)$.

B. Geneigtflächig-semitesserale Formen.

§. 63. Welche Kanten besonders zu berücksichtigen sind.

Was die geneigtflächig-hemiëdrischen Formen des Tesseralsystems betrifft, dergleichen bekanntlich am Fahlerze, Borazite und an anderen Mineralien vorkommen, so ist in ihren Combinationen darauf Rücksicht zu nehmen, dass das Oktaëder in zwei, durch ihre Stellung unterschiedene Tetraëder zerfällt. Die Combinationskante zu dem Tetraëder von gleicher Stellung mit einer anderen hemiëdrischen Form ist identisch mit der Kante O; dagegen ist die oft vorkommende Combinationskante zu dem Tetraëder von verwendeter Stellung eine neue, und als solche mit dem besonderen Zeichen O' zu versehen. Von eigenthümlichen Kanten sind an dem Hexakistetraëder (mOn), als dem allgemeinen Repräsentanten aller geneigtflächighemiëdrischen Formen, dreierlei vorhanden, die wir als längste, mittlere und kürzeste Kante mit den Buchstaben C', B' und A' bezeichnet haben, wobei jedoch zu bemerken ist, dass C' und A' ihrem Winkelmaasse nach identisch mit den Kanten C und A des Hexakisoktaëders sind.

Werden die Kanten $A' = 180^0$, so geht das Hexakistetraëder in das Deltoid-Dodekaëder, werden die Kanten $C' = 180^0$, so geht es in das Trigon-Dodekaëder über,

deren Zeichen resp. (mO) und (mOm) geschrieben werden, weil gleichzeitig der Coëfficient $n = 1$, oder $= m$ wird.

Als Beobachtungs-Elemente würden eigentlich bei Berechnung des Hexakistetraëders (mOn) die sieben Winkel A', B', C', H, O, O' und D zu berücksichtigen sein. Da jedoch die fünf Winkel, A, C, H, D und O mit den gleichnamigen Winkeln der holoëdrischen Form mOn identisch sind, so bleiben von den 21 zu unterscheidenden Fällen nur die 11 Fälle zu berechnen, in welchen O' und B' eine der gegebenen Kanten sind.

§. 64. Berechnung des Hexakistetraëders (mOn).

a.) aus je zweien seiner eigenthümlichen Kanten.

Der Fall, da A' und C' gegeben sind, ist schon oben in No. 2 erledigt.

42.) aus A' und B';

man sucht: $\cos\alpha = \frac{\cos\frac{1}{2}B'}{\sin\frac{1}{2}A'}$

$\cos\beta = \frac{\cos\frac{1}{2}A'}{\sin\frac{1}{2}B'}$

und findet $m = \frac{\sqrt{2}}{\cot\alpha - \cot\beta}$

$n = \frac{\sqrt{2}}{\cot\alpha + \cot\beta}$

43.) aus B' und C';

man sucht: $\cos\varepsilon = \frac{2\cos\frac{1}{2}B' + \cos\frac{1}{2}C'}{\sin\frac{1}{2}C'\sqrt{3}}$

setzt $\delta' = 35^0 16' + \varepsilon$

bestimmt $\cot\delta = \tang\frac{1}{2}C' \sin\delta'$

und findet $n = \tang(\delta + 45^0)$

$m = \frac{n\sqrt{2}}{n+1} \tang\delta'$

b) aus einer eigenthümlichen Kante und einer Combinationskante.

Von den hierher gehörigen Fällen berechnet man die Fälle, wenn gegeben sind H und A', nach No. 4,

\- - - H und C', nach No. 6,

wenn gegeben sind O und A', nach No. 7,
- - - O und C', nach No. 9,
- - - D und A', nach No. 10,
- - - D und C', nach No. 12.

Dagegen sind noch folgende Fälle zu berechnen:

44.) aus H und B';

man sucht: $sin\beta = \frac{cos H}{sin \frac{1}{2} B'}$

$cot\alpha = \frac{cos \frac{1}{2} B'}{cos H}$

und findet nun m und n, wie in No. 42.

45.) aus O und B';

man sucht: $sin\beta = \frac{cos O \sqrt{3} - cos \frac{1}{2} B' \sqrt{2}}{sin \frac{1}{2} B'}$

$cot\alpha = \frac{cot \frac{1}{2} B'}{sin\beta}$

und findet nun m und n, wie in No. 42.

46.) aus D und B';

man sucht: $cos\tau = \frac{2 cos D - cos \frac{1}{2} B'}{sin \frac{1}{2} B' \sqrt{3}}$

setzt $\beta = \tau + 54^0 44'$

bestimmt $cot\alpha = \frac{cot \frac{1}{2} B'}{sin\beta}$

und findet m und n, wie in No. 42.

47.) aus O und A';

man sucht $sin\alpha = \frac{cos O' \sqrt{3} - cos \frac{1}{2} A' \sqrt{2}}{sin \frac{1}{2} A'}$

$cot\beta = \frac{cot \frac{1}{2} A'}{sin\alpha}$

und findet m und n, wie in No. 42.

48.) aus O' und B';

man sucht: $cos\mu = \frac{cos O'}{sin \frac{1}{2} B'}$

setzt $\beta = \mu + 35^0 16'$

bestimmt $cot\alpha = \frac{cot \frac{1}{2} B'}{sin\beta}$

und verfährt nun weiter, wie in No. 42.

49.) aus O' und C';

man sucht: $\cos\nu = \frac{\cos O'}{\sin\frac{1}{2}C'}$

setzt $\delta' = 125^0 16' - \nu$

bestimmt $\cot\delta = tang\frac{1}{2}C' \sin\delta'$

und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

$$m = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}\,tang\,\delta'$$

c) aus zwei Combinationskanten.

Man rechnet hier wiederum,

wenn gegeben sind *H* und *O*, nach No. 14,

- - - *H* und *D*, nach No. 13,

- - - *O* und *D*, nach No. 15.

Dagegen sind noch folgende Fälle zu berechnen:

50.) aus O und O';

man sucht: $\sin o = \frac{3\cos O' - \cos O}{\sin O\sqrt{8}}$

$tang\,\rho = tang\,O \sin o$

setzt $\delta' = \rho + 54^0 44'$

bestimmt $\cot\delta = \frac{tang\,o \sin\delta'}{\sin\rho}$

und findet $n = tang(\delta + 45^0)$

$$n = \frac{n\sqrt{2}}{n+1} \cdot tang\,\delta'$$

51) aus H und O';

man sucht: $\sin h' = \frac{\cos O'\sqrt{3} - \cos H}{\sin H\sqrt{2}}$

setzt $h = 45 + h'$

und findet nun n und m wie in No. 14.

52.) aus D und O';

man sucht: $\cos d = \frac{\cos D\sqrt{2} - \cos O'\sqrt{3}}{\sin D}$

$\cot\delta' = tang\,D \cos d$

$tang\,\delta = tang\,D \sin d$

und findet nun m und n, wie in No. 50.

§. 65. Berechnung der Hexakistetraëder von der Form $mO\frac{m}{m-1}$ und $mO\frac{2m}{m+1}$

Wenn das Hexakistetraëder von der Form $mO\frac{m}{m-1}$ oder von der Form $mO\frac{2m}{m+1}$ ist, so reicht natürlich ein einziger Winkel zu seiner Bestimmung hin. Für die Winkel *A'*, *C'*, *H*, *O* und *D* wird die Rechnung geführt, wie oben unter No. 16 bis 26. Wenn dagegen *B'* und *O'* die gegebenen Winkel sind, so rechnet man, wie folgt.

Berechnung des Hexakistetraëders $\left(mO\frac{m}{m-1}\right)$

53.) aus *B'*;

man sucht: $\sin\frac{1}{2}A' = \cos\frac{1}{2}B'\sqrt{3}$

setzt $A' - 60^0 = D$

und findet $2m-1 = \cot D\sqrt{3}$

54.) aus O';

man sucht: $\sin\rho = \cos O'\sqrt{\frac{9}{8}}$

man findet $2m-1 = \cot(60^0-\rho)\sqrt{3}$

Berechnung des Hexakistetraëders $\left(mO\frac{2m}{m+1}\right)$

55) aus *B'*;

man sucht: $\sin\rho = \cos\frac{1}{2}B\sqrt{\frac{12}{11}}$

findet $O = 58^0 31' - \rho$

und rechnet nun weiter, wie in No. 25.

56.) aus *O'*;

man sucht: $\sin\rho = \cos O'\sqrt{\frac{9}{7}}$

findet $O = \rho - 22^0 12'$

und rechnet nun weiter, wie in No. 25.

§. 66. Berechnung der Trigon-Dodekaëder und Deltoid-Dodekaëder.

Berechnung der Trigon-Dodekaëder (mOm).

Die hier vorkommenden Winkel sind *B'*, *C'*, *H*, *O*, *D* und *O* ; nur der erste und der letzte Fall bedürfen einer

besonderen Berechnung, da die übrigen vier Fälle bereits in den Nummern 28 bis mit 31 erledigt sind. Man findet

57.) aus B';

$$m = tang\,\tfrac{1}{2}B'\sqrt{2}$$

58.) aus O';

$$sin\,\tfrac{1}{2}B' = cos\,O'\sqrt{3}$$
$$\text{und } m = tang\,\tfrac{1}{2}B'\sqrt{2}$$

Berechnung der Deltoid-Dodekaëder (mO).

Die zu berücksichtigenden Winkel sind A', B', H, O, D und O', indessen bedürfen nur die Winkel B' und O' einer besonderen Berechnung, weil die übrigen Fälle bereits in den Nummern 32, 34, 35 und 36 erledigt sind; man findet

59.) aus B';

$$\cos\varepsilon = 2\cos\tfrac{1}{2}B'\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$
$$\delta' = 35^0 16' + \varepsilon$$
$$m = tang\,\delta'\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

60.) aus O',

$$\delta' = 125^0 16' - O'$$
$$m = tang\,\delta'\sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

C.) Parallelflächig-semitesserale Formen.

§. 67. Welche Winkel vorzüglich zu berücksichtigen sind.

Das Dyakisdodekaëder ist als der allgemeine Repräsentant dieser Formen zu betrachten, welche zumal am Eisenkiese und Glanzkobalte bekannt sind, und ausser im Dyakisdodekaëder nur noch im Pentagondodekaëder die hemiëdrische Ausbildung wirklich erkennen lassen (§. 36). Das Dyakisdodekaëder hat dreierlei eigenthümliche Kanten, welche wir als die kürzeste, längste und mittlere Kante durch die Buchstaben A'', B'' und C'' unterschieden haben. In den Pentagondodekaëdern ist die Kante $B'' = 180^0$; daher kommen bei ihnen nur noch die beiden Kanten A'' und C'' zur Berücksichtigung.

Was die Combinationskanten betrifft, so sind für beide hemiëdrische Gestalten in Bezug auf das Hexaëder und Rhomben-Dodekaëder holoëdrische und hemiëdrische Combinationskanten zu unterscheiden. Denn man denke sich z. B. ein Dyakisdodekaëder mit abgestumpften rhombischen Ecken, so dass die Abstumpfungsflächen sehr tief eingreifen, oder auch das Hexaëder mit dreiflächig zugespitzten Ecken durch die Flächen eines Dyakisdodekaëders, so wird sich ausser denjenigen Combinationskanten, welche auch in der Combination der holoëdrischen Gestalt mOn vorhanden waren, noch eine andere Art von Combinationskanten darstellen. Allein bei genauerer Betrachtung sieht man, dass diese Combinationskanten allemal der halben Kante A'' gleich sind und daher für die Rechnung kein besonderes Problem abgeben. Denkt man sich eben so ein Dyakisdodekaëder in Combination mit dem Rhomben-Dodekaëder, also mit abgestumpften unregelmässigen Ecken, so werden je vier, an einer und derselben Abstumpfungsfläche liegende Combinationskanten zweierlei sein; die an den längsten Kanten des Dyakisdodekaëders anliegenden sind die holoëdrischen, die an den kürzesten Kanten anliegenden die hemiëdrischen Combinationskanten. Wir bezeichnen jene wiederum mit D, diese mit D', und erhalten daher überhaupt folgende Winkel als die zu berücksichtigenden Beobachtungs-Elemente: A'', B'', C'', H, O, D und D' (denn H' ist allemal $= A''$). Weil aber B'' seinem Winkelmaasse nach identisch mit der Kante B ist, während H, O und D dieselben Combinationshanten sind, wie oben, so reduciren sich die 21 Fälle auf folgende.

§. 68. Berechnung des Dyakisdodekaëders [mOn].

a) aus seinen eigenthümlichen Kanten.

61.) aus A'' und B'':

man sucht: $\cos\nu = \dfrac{\cos\frac{1}{2}A''}{\sin\frac{1}{2}B''}$

und findet $n = \tang\nu$

$$m = \frac{n \cos \frac{1}{2} A''}{\cos \frac{1}{2} B''}$$

62.) aus C'' und A''; man bestimme die Kante

$$\sin O = 2 \cos \tfrac{1}{2} C'' \sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

setzt hierauf $\cos \vartheta = \dfrac{\cos O \sqrt{3} - \cos \frac{1}{2} A''}{\sin \frac{1}{2} A'' \sqrt{2}}$

und findet $m = \operatorname{tang}(45^0 + \vartheta)$

$n = \sin(45^0 + \vartheta) \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} A''$.

63.) aus B'' und C'';

man sucht: $\sin O = 2 \cos \tfrac{1}{2} C'', \sqrt{\tfrac{1}{3}}$

setzt hierauf $\cos \delta = \dfrac{\cos O \sqrt{3} - \cos \frac{1}{2} B''}{\sin \frac{1}{2} B'' \sqrt{2}}$

und findet $n = \operatorname{tang}(45^0 + \delta)$

$m = \sin(45^0 + \delta) \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} B''$.

b) aus einer eigenthümlichen und einer Combinationskante.

Hier erledigen sich, weil $B'' = B$, die Fälle

wenn gegeben sind H und B'', durch Nr. 5,

- - - O und B'', durch No. 8,

- - - D und B'', durch No. 11,

es bleiben daher nur noch 9 Fälle übrig, von welchen jedoch derjenige ausfällt, wenn O und C'' gegeben sind, weil diese beiden Winkel sich gegenseitig bestimmen und daher nur als ein Beobachtungs-Element anzusehen sind.

64.) aus H und A'';

man findet $n = \dfrac{\cos H}{\cos \frac{1}{2} A''}$

ferner $\sin \nu' = n \cot \tfrac{1}{2} A''$

und $m = \operatorname{tang} \nu'$

65.) aus H und C'';

man findet $\sin O = 2 \cos \tfrac{1}{2} C'' \sqrt{\tfrac{1}{3}}$

und rechnet nun weiter, wie in No. 14.

66.) aus O und A'';

man rechnet ganz so, wie in No. 62.

67.) aus D und A'';

man findet $n+1 = \frac{\cos D\sqrt{2}}{\cos\frac{1}{2}A''}$

$\sin\nu' = n\cot\frac{1}{2}A''$

und $m = \tang\nu'$

68.) aus D und C'';

man bestimmt $\sin O = 2\cos\frac{1}{2}C''\sqrt{\frac{1}{2}}$

und rechnet nun weiter, wie in No. 15.

69.) aus D' und A'';

man sucht: $\cos\lambda = \frac{\cos D'}{\sin\frac{1}{2}A''}$

und findet $m = \tang(\lambda+45^0)$

$n = \tang\frac{1}{2}A''\sin(\lambda+45^0)$.

70.) aus D' und B'';

man findet $m+1 = \frac{\cos D'\sqrt{2}}{\cos\frac{1}{2}B''}$

$\sin\nu = m\cot\frac{1}{2}B''$

und $n = \tang\nu$

71.) aus D' und C'';

man findet $\sin O = 2\cos\frac{1}{2}C''\sqrt{\frac{1}{3}}$

ferner $\cos d' = \frac{\cos O\sqrt{3}-\cos D'\sqrt{2}}{\sin D'}$

$\tang\lambda = \tang D'\sin d'$

$m = \tang(\lambda+45^0)$

$n = \frac{\tang d'\sin(\lambda+45^0)}{\sin\lambda}$

c) aus zwei Combinationskanten

Es erledigen sich die drei Fälle,

wenn gegeben sind H und O, durch No. 14,

- - - H und D, - No. 13,

- - - O und D, - No. 15,

Die noch übrigen Fälle werden folgendermaassen berechnet.

72.) aus H und D'; man sucht

$$\cos h = \frac{\cos D'\sqrt{2}-\cos H}{\sin H}$$

und findet $n = \frac{\cot H}{\sin h}$

$m = n \tang h$

73.) aus *O* und *D'*;

man sucht: $\cos d' = \frac{\cos O\sqrt{3} - \cos D'\sqrt{2}}{\sin D'}$

u. s. w. wie in Nr. 71.

74.) aus *D* und *D'*;

man sucht: $\cos d = \frac{2\cos D' - \cos D}{\sin D\sqrt{3}}$

setzt $d' = 35^0 16' + d$

bestimmt $\tang \delta = \tang D \sin d'$

und findet $n = \tang(\delta + 45^0)$

$m = \frac{\tang d' \sin(\delta + 45^0)}{\sin \delta}$

Wenn das Dyakisdodekaëder von der Form $mO\frac{2m}{m+1}$ ist, wie solches bisweilen vorkommt, dann reicht ein Winkel zu seiner Bestimmung hin. Ist der Winkel *B''*, *H*, *O* oder *D* gegeben, so rechnet man, wie in Nr. 23, 24, 25 oder 26; für *A''*, *C''* und *D'* sind dagegen noch die Formeln zu berechnen; man findet:

75.) aus *A''*;

$\cos \vartheta = \cot \frac{1}{2} A'' \sqrt{2}$

$m = \tang(\vartheta + 45^0)$

76.) aus *C''*;

$\sin O = 2\cos \frac{1}{2} C' \sqrt{\tfrac{1}{3}}$

$\cot \vartheta = \cot O \sqrt{\tfrac{2}{3}}$

$m = \tang(\vartheta + 45^0)$.

77.) aus *D'*;

$\cos O = \cos D' \sqrt{\tfrac{3}{2}}$

und nun *m*, wie vorher.

§. 69. Berechnung der Pentagon-Dodekaëder [∞On].

Diejenigen Fälle, wo eine der Combinationskanten *H*, *O* oder *D* gegeben ist, erledigen sich nach Nr. 39, 40 und 41. Dagegen sind noch folgende Fälle zu berechnen:

78.) aus A'';

$$n = tang\tfrac{1}{2}A''$$

79.) aus C'';

$$\sin O = 2\cos\tfrac{1}{2}C''\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$
$$\cos\delta = \cos O\sqrt{\tfrac{3}{2}}$$
$$n = tang(45^0+\delta).$$

80.) aus D';

$$\sin\tfrac{1}{2}A'' = \cos D'\sqrt{2}$$
$$n = tang\tfrac{1}{2}A''.$$

VI. Zwillingskrystalle des Tesseralsystems.

§. 70. Zwillinge mit parallelen Axensystemen.

Die gewöhnlichen Zwillingskrystalle des Tesseralsystemes sind nach folgenden zwei Gesetzen gebildet:

1.) Beide Individuen haben parallele Axensysteme; dieses Gesetz kann nach §. 20 lediglich bei hemiëdrischen Formen einen wirklichen Zwillingskrystall liefern, indem zwei Individuen von complementären Formen in derjenigen Stellung mit einander verwachsen sind, in welcher sich ihre beiderseitigen hemiëdrischen Formen zur holoëdrischen Stammform ergänzen.

2.) Beide Individuen sind in Bezug auf eine Fläche des Oktaëders zu einander vollkommen symmetrisch gestellt; oder auch, das eine Individuum ist gegen das andere aus der parallelen Stellung um eine der trigonalen Zwischenaxen durch 180° verdreht.

Bei dem ersteren Gesetze findet in der Regel eine vollkommene Durchkreuzung beider Individuen Statt. So sind z. B. die schönen Zwillinge des hexaëdrischen Eisenkieses gebildet, in welchen sich gewöhnlich zwei Exemplare des Pentagondodekaëders $[\infty O2]$ oder auch der Combination $[\infty O2].\infty O\infty$ so vollkommen durchkreuzen, dass der Zwilling in der Erscheinung oft nur wenig von der Regelmässigkeit des Bildes in Fig. 90 abweicht. Werden in derselben Combination die Flächen des Hexaëders mehr vorherrschend, so erscheint der Zwilling wie in Fig. 91

mit der, durch die Schraffirung angedeuteten Streifung der Hexaëderflächen. Diese letzteren Flächen können endlich so vorherrschend werden, dass sie die Flächen des Pentagondodekaëders fast gänzlich verdrängen, in welchem Falle der Zwilling in ein Hexaëder übergeht, an welchem nur noch die, den Diagonalen der Flächen entsprechenden Suturen der Streifung die zwillingsartige Zusammensetzung beurkunden würden; Fig. 92.

Die tetraëdrisch-semitesseralen Formen des Diamantes, welche unter anderen als die Combinationen (O).(O′) oder (*m*O*n*).(O′) erscheinen, finden sich in vollkommenen Durchkreuzungszwillingen, wie Fig. 93 und 94. Die einfachste Form dieser Zwillinge würde ein Aggregat zweier, sich rechtwinkelig kreuzender Tetraëder sein, wie solches in Fig. 95 dargestellt, und auch am Fahlerze und Diamante wirklich beobachtet worden ist.

§. 71. Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen.

In diesen Zwillingen spielt eine Oktaëderfläche die Rolle des Zwillingsäquators, oder eine trigonale Zwischenaxe die Rolle der Zwillingsaxe. Beide Individuen sind gewöhnlich durch Juxtaposition verbunden, und unterliegen dabei einer sehr starken Verkürzung in der Richtung der Zwillingsaxe. Da nun diese Verkürzung häufig bis auf die Hälfte Statt zu finden pflegt*) so kann man sich in solchen Fällen die Formen dieser Zwillinge dadurch sehr richtig zur Vorstellung bringen, dass man ein einziges Individuum der betreffenden Krystallform mittels eines, durch den Mittelpunkt gehenden und einer Oktaëderfläche parallelen Schnittes halbirt, und die eine Hälfte um die Normale der Schnittfläche durch 180° verdreht denkt. Auf diese Weise finden sich z. B. sehr häufig die Oktaëder des Alauns, Spinells, Magneteisenerzes, Automolites, Silbers, Kupfers und der Zinkblende, in welchen

*) Indem ein jedes Individuum nur mit der, von dem anderen Individuo abgewendeten Hälfte ausgebildet ist.

die Individuen fast immer dermaassen verkürzt sind, dass sie als tafelartige Segmente des Oktaëders, und dass die Zwillinge selbst wie Fig. 96 und 97 erscheinen. Die Zwillingskanten messen 141° 3′ und 218° 57′.

Wenn die Kanten des Oktaëders durch die Flächen des Rhomben-Dodekaëders abgestumpft sind, so fallen die zwölf, der Zwillingsaxe parallelen Abstumpfungsflächen beider Individuen paarweise in eine Ebene. Zuweilen wiederholt sich die Zusammensetzung (§. 20) sowohl mit geneigten Zusammensetzungsflächen der auf einander folgenden Individuen, wie Fig. 98, als auch mit parallelen Zusammensetzungsflächen.

Die Hexakisoktaëder des Diamantes kommen gleichfalls nach diesem Gesetze verwachsen vor, und unterliegen dabei einer so starken Verkürzung, dass nicht selten von jedem Individuo nur eines der sechszähligen Flächensysteme zu sehen ist, und der ganze Krystall das Ansehen einer flachen ditrigonalen Pyramide gewinnt, welche, wenn ihre Pole durch die Flächen des Oktaëders abgestumpft sind, wie Fig. 99 erscheint. Doch sind gewöhnlich noch die zunächst anliegenden Flächen der Neben- und Nachbarflächensysteme vorhanden, wodurch sich einspringende Zwillingskanten ausbilden.

§. 72. Fortsetzung.

Auch das am gediegenen Kupfer vorkommende, und in Fig. 28 abgebildete Tetrakishexaëder $\infty O2$ ist der Zusammensetzung nach demselben Gesetze mit solcher Verkürzung beider Individuen unterworfen, dass gewöhnlich nur ihre gegenüberliegenden oder von einander abgewendeten sechszähligen Flächensysteme wahrzunehmen sind, und der Zwilling das Ansehen einer hexagonalen Pyramide wie in Fig. 100 gewinnt, deren Polkante 143° 8′ misst, weil die sechsflächigen Ecke von $\infty O2$ hexagonal sind (§. 38).

Die Zinkblende zeigt diese Zwillingsbildung nicht nur in den Krystallen mit zwei vorherrschenden und im Gleich-

gewichte ausgebildeten Tetraëdern $\left(\frac{O}{2}\cdot - \frac{O}{2}\cdot = O\right)$ und dann häufig mit Wiederholung, sondern auch in den Krystallen mit vorherrschendem Rhomben-Dodekaëder, ja sogar in derben Massen, aus welchen sich dann, wegen der nach ∞O Statt findenden Spaltbarkeit, Zwillingsformen wie Fig. 101, herausschlagen lassen. Dieselbe Form findet sich auch an den Rhomben-Dodekaëdern des Diamantes, welche bisweilen so stark verkürzt sind, dass die sechs, der Zwillingsaxe parallelen Flächen beider Individuen verschwinden, und der Zwilling als eine stumpfe trigonale Pyramide erscheint.

Die Combination $\infty O.\frac{3O3}{2}$, welche zumal an der braunen Zinkblende nicht selten vorkommt, ist fast immer zwillingsartig ausgebildet, so dass sie nicht, wie in Fig. 102, sondern wie in Fig. 103 erscheint, wobei gewöhnlich das eine Individuum um $\frac{2}{3}$, das andere um $\frac{1}{3}$ verkürzt ist; daher kann man sich den Zwilling am deutlichsten construiren, indem man das in Fig. 102 abgebildete Individuum nach der Richtung des, in einer Ebene liegenden Kantennetzes *a b c d e f* zerschneidet, und das eine Segment gegen das andere um 180° verdreht.

Die Ikositetraëder 3O3 des gediegenen Goldes kommen auf ähnliche Weise verwachsen und in ihrer Verwachsung verkürzt vor, so dass man sich vorstellen kann, ein und dasselbe Individuum sei parallel einer Fläche des Oktaëders halbirt, und die eine Hälfte gegen die andere um 180° verdreht worden; Fig. 104. Die kleineren Flächensegmente *o* beider Individuen bilden einspringende, die grösseren Flächensegmente *a* ausspringende Winkel von 159° 57′.

§. 73. Fortsetzung.

Es kommen auch nach demselben Gesetze gebildete Durchkreuzungszwillinge vor, welche sich am anschaulichsten nach folgender Formel beschreiben lassen: Beide Individuen haben eine trigonale Zwischenaxe gemeinschaft-

lich, das eine ist gegen das andere um diese Axe durch 180° verdreht. Auf diese Art kommen, jedoch selten, die Oktaëder des Magneteisenerzes und die oktaëderähnlichen Individuen $\frac{O}{2}\cdot-\frac{O}{2}$ der Zinkblende vor; Fig. 105.

Die Combination $O.\infty O\infty$ des Bleiglanzes findet sich nicht selten in Zwillingen dieser Art, und zwar pflegt dann jedenfalls eine starke, bis zur tafelartigen Form gehende Verkürzung der Individuen in der Richtung der Zwillingsaxe Statt zu finden; Fig. 106.

Die Hexaëder des Flussspathes, Bleiglanzes, Eisenkieses und Buntkupferkieses kommen gleichfalls nach diesem Gesetze verwachsen vor; doch tritt die Regelmässigkeit dieser Zusammensetzung, zumal bei ungleichmässiger Ausbildung beider Individuen, nicht immer sehr auffallend hervor; Fig. 107. Stellt man den Krystall nach der Zwillingsaxe aufrecht, so lassen sich die einspringenden Zwillingskanten als geneigte und horizontale unterscheiden; jene messen 228° 11′, diese 250° 32′.

Um so regelmässiger sind die Zwillinge der Rhomben-Dodekaëder des Sodalites vom Laacher See gebildet, welche sich im Zustande einer so vollkommenen Durchkreuzung befinden, dass sie dem Bilde von Fig. 108 an Regelmässigkeit wenig nachstehen. Die, der Zwillingsaxe parallelen Flächen beider Individuen fallen paarweise genau in eine Ebene ohne alle Andeutung einer Demarcationslinie, während die, gegen dieselbe Axe geneigten Flächen einspringende Zwillingskanten bilden.

Endlich kommen auch die Krystalle des Fahlerzes nach demselben Gesetze mit gegenseitiger Durchwachsung beider Individuen vor. Die einfachste Form einer solchen Durchwachsung zweier Tetraëder ist in Fig. 109 dargestellt, während Fig. 110 einen derartigen Zwilling der Combination $\frac{O}{2}.\infty O.\frac{2O2}{2}$ vorstellt.

Zweiter Abschnitt.

Tetragonal - System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 74. Grundcharakter, Zwischenaxen.

Der Name dieses Systemes ist nach Breithaupt von der Figur der Basis oder auch der Mittelquerschnitte aller seiner Gestalten entlehnt worden, indem solche Figur entweder ein Quadrat (Tetragon) oder ein Ditetragon ist. Weiss nennt es das viergliederige System, weil alle seine Gestalten eine, um die vorherrschende Hauptaxe viergliederig geordnete Symmetrie erkennen lassen. Dasselbe begreift alle trimetrischen orthoëdrischen Formen mit zwei gleichen und einer ungleichen Axe*), welche letztere die Hauptaxe ist. Ausser dieser Hauptaxe und den beiden Nebenaxen sind noch zwei Zwischenaxen zu berücksichtigen, welche in der Ebene der Basis liegen und die Nebenaxen unter 45° schneiden. Die Ebenen durch die Hauptaxe und je eine der Nebenaxen, oder die Coordinat-Ebenen des Systemes, wollen wir die normalen, sowie dis Ebenen durch die Hauptaxe und je eine der Zwischenaxen die diagonalen Hauptschnitte nennen. Zur Grundform kann nach §. 15 eine jede Form gewählt werden, deren Parameter, eben so wie die Axen, das endliche Verhältniss $a : 1 : 1$ haben; construirt man die sämmtlichen isoparametrischen Flächen, so erhält man eine von 8 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Pyramide. Fig. 111.

*) Daher es auch von G. Rose das zwei- und einaxige System genannt wird, während sich gerade für dieses Verhältniss gewiss kein besserer Ausdruck finden lässt, als das von Hausmann gebrauchte Wort monodimetrisch.

Im Allgemeinen giebt es folgende, ihrer Gestaltung nach wesentlich verschiedene Arten von tetragonalen Formen:

1.) tetragonale Pyramiden,
2.) ditetragonale Pyramiden,
3.) tetragonale Skalenoëder,
4.) tetragonale Trapezoëder,
5.) tetragonale Sphenoide,
6.) tetragonale Prismen,
7.) ditetragonale Prismen,
8.) das basische Pinakoid.

Die drei letzteren Arten sind offene Formen, deren Flächen den Raum nicht allseitig umschliessen (§. 11), wesshalb sie auch gar nicht einzeln für sich vorkommen können.

§. 75. Tetragonale Pyramiden.

Die tetragonalen Pyramiden sind von 8 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und haben 12 Kanten und 6 Ecke; Fig. 112.

Die Kanten sind zweierlei: 8 symmetrische Polkanten und 4 regelmässige Mittelkanten.

Die Ecke sind gleichfalls zweierlei: 2 tetragonale Polecke und 4 rhombische Mittelecke.

Alle Querschnitte sind Quadrate.

Nach ihren Dimensionen unterscheidet man spitze und stumpfe tetragonale Pyramiden; in jenen sind die Polkanten länger und schärfer, in diesen kürzer und stumpfer als die Mittelkanten. Das Oktaëder des Tesseralsystems steht als ein ideales Gränzglied zwischen den stumpfen und spitzen Pyramiden.

Ausserdem giebt es drei, ihrer Flächenstellung nach wesentlich verschiedene Arten:

1.) Tetragonale Pyramiden der ersten Art; ihre Flächen sind rechtwinkelig auf den diagonalen Hauptschnitten, oder gleich geneigt gegen je zwei normale

Hauptschnitte des Axensystemes; ihre Mittelkanten schneiden die Nebenaxen unter 45°.

2.) Tetragonale Pyramiden der zweiten Art; ihre Flächen sind rechtwinkelig auf den normalen Hauptschnitten, oder gleich geneigt gegen je zwei diagonale Hauptschnitte des Axensystemes; ihre Mittelkanten schneiden die Nebenaxen unter 90°.

3.) Tetragonale Pyramiden der dritten Art; ihre Flächen sind weder auf den diagonalen, noch auf den normalen Hauptschnitten rechtwinkelig; ihre Mittelkanten schneiden beide Nebenaxen unter Winkeln, welche $>$ und $<$ als 45° sind, ohne doch die Gränzen 0° und 90° zu erreichen.

Die Grundform einer jeden tetragonalen Krystallreihe ist allemal eine Pyramide der ersten Art, oder auch eine hemiëdrische Form derselben.

§. 76. Ditetragonale Pyramiden.

Die ditetragonalen Pyramiden sind von 16 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und haben 24 Kanten und 10 Ecke; Fig. 113.

Die Kanten sind insgesammt symmetrisch, aber dreierlei: 8 kürzere, stumpfere Polkanten, 8 längere, schärfere Polkanten, und 8 Mittelkanten.

Die Ecke sind gleichfalls dreierlei: 2 ditetragonale Polecke, 4 stumpfere und 4 spitzere rhombische Mittelecke.

Die Querschnitte sind Ditetragone und können niemals regelmässige Oktogone werden.

Die Polkanten und Mittelecke liegen allemal in den beiderlei vertikalen Hauptschnitten; man kann solche daher, nach ihrer Lage in diesen oder jenen Hauptschnitten, als normale und als diagonale Polkanten und Mittelecke unterscheiden, welche Unterscheidung weit wichtiger ist, als die nach ihrer Länge und nach ihrem Winkelmaasse.

§. 77. Tetragonale Skalenoëder.

Die tetragonalen Skalenoëder sind von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkan-

ten nicht in einer Ebene liegen, und haben 12 Kanten und 6 Ecke; Fig. 114.

Die Kanten sind dreierlei: 4 symmetrische, längere, stumpfere, und 4 dergleichen kürzere, schärfere Polkanten, so wie 4 unregelmässige, im Zickzack auf- und ablaufende Mittelkanten.

Die Ecke sind zweierlei: 2 rhombische Polecke und 4 unregelmässig vierflächige Mittelecke.

Die Querschnitte sind theils Rhomben, theils unregelmässige Achtecke, der Mittelquerschnitt aber ist ein Ditetragon.

Die Nebenaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Mittelkanten.

Die Flächen dieser Formen gruppiren sich in 4, an den längeren Polkanten gelegene Flächenpaare; Gegenflächen sind nicht vorhanden, woraus folgt, dass die Skalenoëder hemiëdrische Formen sein müssen.

§. 78. Tetragonale Trapezoëder.

Die tetragonalen Trapezoëder sind von 8 gleichschenkeligen Trapezoïden umschlossene Formen, deren Mittelkanten nicht in einer Ebene liegen, und haben 16 Kanten und 10 Ecke; Fig. 115.

Die Kanten sind insgesammt unregelmässig, aber dreierlei: 8 Polkanten, 4 kürzere, schärfere, und 4 längere, stumpfere Mittelkanten, welche, abwechselnd verbunden, im Zickzack auf- und ablaufen.

Die Ecke sind zweierlei: 2 tetragonale Polecke und 8 unregelmässig dreiflächige Mittelecke.

Die Querschnitte sind grösstentheils Quadrate, der Mittelquerschnitt ist ein Ditetragon.

Die Nebenaxen verbinden die Mittelpunkte der abwechselnden Mittelkanten, und wir wollen künftig diese Mittelkanten die normalen, die zwischenliegenden die diagonalen Mittelkanten nennen.

Von jeder dieser Formen giebt es übrigens zwei, in

Bezug auf die Figur und Grösse ihrer Begränzungselemente vollkommen gleiche und ähnliche, allein in Bezug auf die Verknüpfung derselben wie ein rechtes und ein linkes Ding desselben Paares (z. B. wie ein rechter und linker Handschuh) verschiedene Exemplare.

Die Trapezoëder haben keinen Flächenparallelismus.

§. 79. Tetragonale Sphenoïde.

Die tetragonalen Sphenoïde sind von 4 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten nicht in einer Ebene liegen, und haben 6 Kanten und 4 Ecke; Fig. 116.

Die Kanten sind zweierlei: 2 regelmässige, horizontale Pol- oder Endkanten, und 4 unregelmässige, im Zickzack auf und ablaufende Mittel- oder Seitenkanten.

Die Ecke sind nur einerlei und unregelmässig dreiflächig. Die Querschnitte sind Rectangel, mit Ausnahme des Mittelquerschnittes, welcher ein Quadrat ist.

Die Pole der Hauptaxe fallen in die Mittelpunkte der regelmässigen Kanten; die Nebenaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Seitenkanten.

Die Sphenoïde haben keinen Flächenparallelismus.

§. 79a. Prismen und Pinakoid.

Die tetragonalen Prismen sind Inbegriffe von vier der Hauptaxe parallelen Flächen, deren Querschnitt ein Quadrat ist; sie stellen Formen von indefiniter Ausdehnung dar, und erscheinen bald säulenförmig, bald nur als schmale Randflächen von Tafeln.

Nach ihrer Flächenstellung werden sie, gerade so wie die tetragonalen Pyramiden, als tetragonale Prismen der ersten, zweiten und dritten Art unterschieden. Da nun die beiden ersteren einzig in ihrer Art und zugleich die allergewöhnlichsten Formen des Systems sind, so nennt man sie auch schlechthin das erste und das zweite Prisma.

Die ditetragonalen Prismen sind Inbegriffe von acht,

der Hauptaxe parallelen Flächen, deren Querschnitt ein Ditetragon ist; sie sind gleichfalls Formen von indefiniter Ausdehnung und haben zweierlei Seitenkanten, welche als normale und diagonale unterschieden werden.

Das basische Pinakoid ist ein Inbegriff von zwei, der Basis parallelen Flächen, welche theils als Begränzungsflächen der Prismen, theils als Abstumpfungsflächen der Polecke der Pyramiden erscheinen, und die tafelförmigen Krystalle des Systems wesentlich mit bilden.

§. 80. Holoëdrische und hemiëdrische Formen des Tetragonalsystems.

Weil eine jede holoëdrische Form als solche mit Flächen-Parallelismus begabt sein muss, so ergiebt es sich ohne Weiteres, dass die Shpenoïde, die Trapezoëder und die Skalenoëder hemiëdrische Formen sein müssen. Aus den Symmetrie-Verhältnissen des tetragonalen Axensystems folgt aber, dass auch die tetragonalen Pyramiden und Prismen der dritten Art keine holoëdrischen sondern nur hemiëdrische Gestalten sein können.

Wir erhalten daher folgende vorläufige Uebersicht der tetragonalen Formen.

A.) Holoëdrische Formen.

1.) tetragonale Pyramiden der ersten Art,
2.) tetragonale Pyramiden der zweiten Art,
3.) ditetragonale Pyramiden, so wie
4.) die gleichnamigen drei Prismen und das Pinakoid.

B.) Hemiëdrische Formen.

a.) Geneigtflächige:

1.) tetragonale Sphenoïde,
2.) tetragonale Skalenoëder, und
3.) tetragonale Trapezoëder.

b.) Parallelflächige.

1.) Tetragonale Pyramiden und Prismen der dritten Art.

Es kann auch tetartoëdrische Formen in diesem Systeme geben, welche grösstentheils als Sphenoïde erscheinen würden; sie sind aber bis jetzt noch nicht beobachtet worden und daher an gegenwärtigem Orte zu vernachlässigen.

II. Ableitung und Bezeichnung der tetragonalen Formen.

§. 81. Ableitung der holoëdrischen Formen.

Für jede tetragonale Krystallreihe hat man eine der in ihr vorkommenden tetragonalen Pyramiden zur Grundform zu wählen, welche allemal als eine Pyramide der ersten Art (§. 75.) zu betrachten ist, und daher die Lage des ganzen Axensystemes bestimmt. Man bezeichnet sie mit P und setzt in ihr allgemein die halbe Nebenaxe $= 1$, die halbe Hauptaxe $= a$, welche letztere Zahl für jede besondere Krystallreihe einen bestimmten und wahrscheinlich irrationalen Werth hat, wesshalb man auch durch die Ableitung niemals aus der Grundgestalt einer Krystallreihe auf die einer anderen gelangen kann.

Aus der Grundform P leiten wir nun zuvörderst einen Inbegriff theils flacherer, theils spitzerer Pyramiden von gleicher Basis und Flächenstellung ab, indem wir die Hauptaxe a mit einem Coëfficienten m multipliciren, welcher theils kleiner, theils grösser als 1, aber jedenfalls rational ist, und darauf in jede Mittelkante von P zwei Flächen legen, von welchen die eine den oberen, die andere den unteren Endpunkt der so verlängerten oder verkürzten Hauptaxe trifft. Jeder besondere Werth von m giebt, je nachdem er $<$ oder $>$ 1, eine flachere oder eine spitzere Pyramide als die Grundform, mit welcher sie jedoch alle durch die Gleichheit der Basis und Flächenstellung verbunden sind. Man kann diese Pyramiden als Glieder einer Reihe von der Form.

$$\begin{matrix} & m<1 & & m>1 & \\ 0P \;.\;.\;.\;. & mP \;.\;.\;.\;. & P \;.\;.\;.\;.\;. & mP \;.\;.\;.\;.\;. & \infty P \end{matrix}$$

betrachten, welche wir die Hauptreihe oder Grundreihe des Tetragonalsystemes nennen wollen, und welche die Gesammtheit aller tetragonalen Pyramiden der ersten Art in sich begreift. Die Gränzglieder dieser Reihe sind einerseits 0P, oder die Basis der Grundgestalt, anderseits ∞P oder ein unbestimmt begränztes (indefinites) tetragonales Prisma von gleicher Flächenstellung mit P. Der Coëfficient oder

die Ableitungszahl m in dem Zeichen mP besagt nämlich nichts Anderes als: die, durch die Mittelkanten der Grundform gelegten Flächen (als die Flächen der abgeleiteten Form) sollen die Hauptaxe in der Entfernung ma vom Mittelpunkte schneiden; ist also $m = 0$, so wird diese Entfernung $= 0$, und die Pyramidenflächen fallen mit der Basis von P zusammen; ist aber $m = \infty$, so wird diese Entfernung unendlich gross, der Durchschnittspunkt liegt also in unendlicher Ferne, die Flächen werden der Hauptaxe parallel und bilden folglich ein Prisma.

Obgleich nun 0P eigentlich nur die basische Fläche bedeutet, so verstehen wir doch künftig unter diesem Zeichen auch jede Parallelfläche der Basis, aber insbesondere dasjenige Flächenpaar, welches nach §. 14 mit dem Namen des basischen Pinakoides belegt werden kann. Das Zeichen ∞P.0P gilt daher für das, beiderseits durch die Flächen dieses Pinakoides begränzte tetragonale Prisma der ersten Art.

§. 82. Fortsetzung.

Aus einem jeden Gliede mP der Hauptreihe leiten wir ferner durch folgende Construction einen Inbegriff ditetragonaler Formen ab. Man multiplicire jede halbe Nebenaxe mit einem Coëfficienten n, der immer > 1 und rational ist; hierauf lege man in jede Polkante der Pyramide mP zwei Flächen, welche die nicht zu dieser Polkante gehörige Nebenaxe beiderseits in dem neuen, durch n bestimmten Endpunkte schneiden, so entsteht eine ditetragonale Pyramide, deren Zeichen daher mPn geschrieben werden muss. Da nun jeder verschiedene Werth von n eine andere ditetragonale Pyramide liefert, welche jedoch immer dieselbe Länge ma der Hauptaxe haben wird, und da uns nichts hindern kann, den Werth von n immer grösser und grösser zu nehmen, ja bis ∞ wachsen zu lassen, so lassen sich alle, aus einem und demselben Gliede mP der Hauptreihe abzuleitenden ditetragonalen Pyramiden unter dem Schema der Reihe

$$mP \; . \; . \; . \; . \; mPn \; . \; . \; . \; . \; mP\infty$$

darstellen, deren Gränzglied einerseits die tetragonale Pyramide mP selbst, anderseits wiederum eine tetragonale Pyramide mP∞ ist, welche jedoch eine Pyramide der zweiten Art ist, und sich durch ihre Flächenstellung sehr wesentlich von jeder Pyramide der Hauptreihe unterscheidet.

Weil diese Ableitung auf jedes Glied der Hauptreihe anwendbar ist, so gilt sie auch für das Gränzglied ∞P, und man begreift leicht, dass jedes ∞Pn ein ditetragonales Prisma, ∞P∞ aber ein tetragonales Prisma von diagonaler Flächenstellung, oder das Prisma der zweiten Art sein müsse. Beide Prismen stumpfen sich gegenseitig ihre Kanten ab, und das Zeichen ∞P.∞P∞.0P bedeutet das tetragonale Prisma der Hauptreihe mit abgestumpften Seitenkanten, beiderseits begränzt durch die Flächen des basischen Pinakoides.

§. 83. Uebersicht der holoëdrischen Formen des Tetragonalsystems.

Die Resultate der beiden vorhergehenden §§. lassen sich in folgender Tafel vereinigen, welche eine vollständige schematische Uebersicht aller holoëdrischen Formen des Tetragonalsystems gewährt,

	$m<1$		$m>1$	
0P	mP	P	mP ...	∞P
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
0P	mPn	Pn	mPn ...	∞Pn
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
0P	mP∞	P∞	mP∞ ...	∞P∞

Aus dem bisher Vorgetragenen ergeben sich für dieses Schema folgende Sätze:

1.) Jede horizontale Reihe enthält lauter Formen von ähnlichen und ähnlich liegenden Querschnitten.

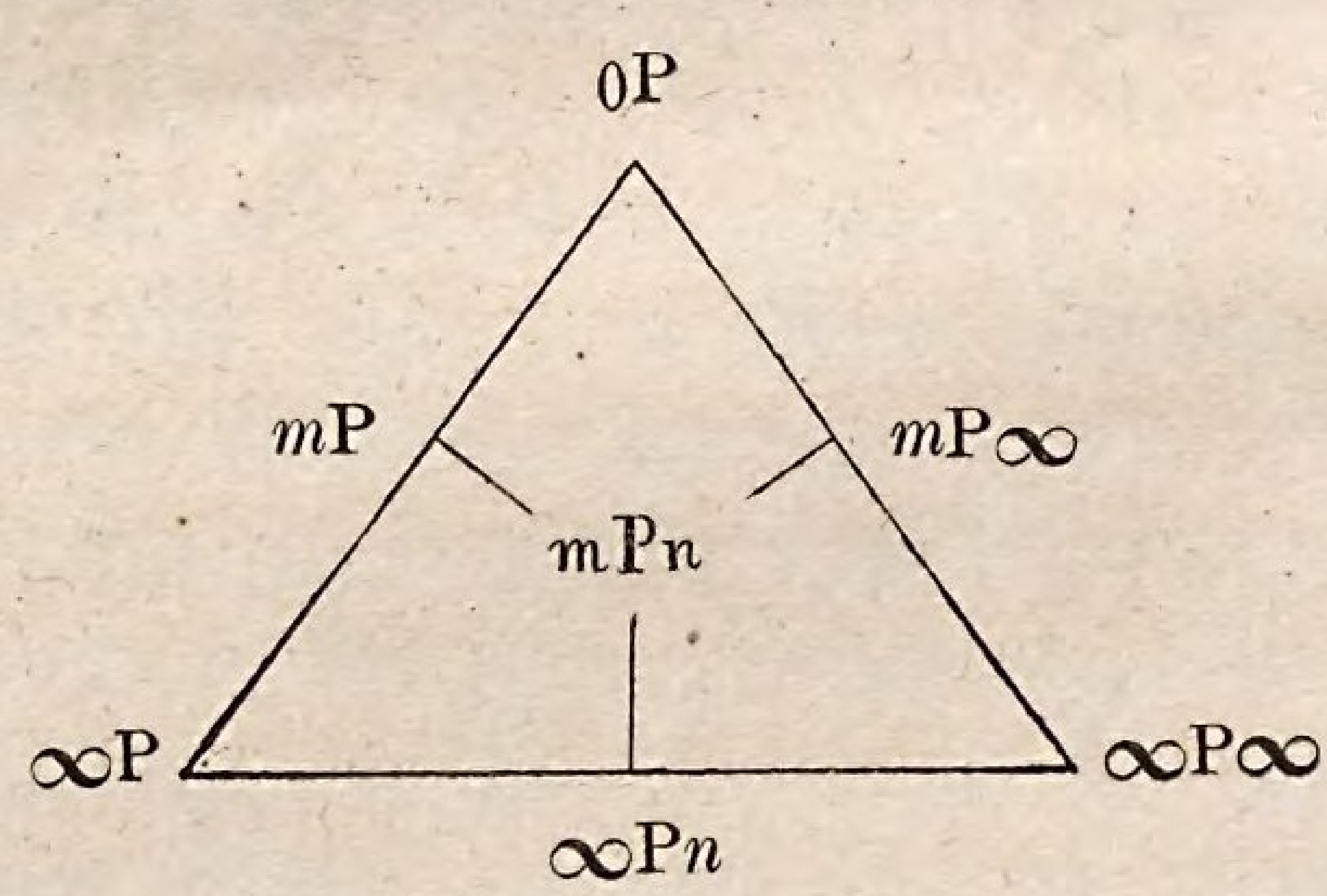
2.) Jede verticale Reihe begreift Formen von gleicher Länge der Hauptaxe und von ähnlichen normalen Hauptschnitten (§. 74).

3.) Die oberste horizontale Reihe, welche wir die Haupt- oder Grundreihe des Systemes nannten, begreift alle tetragonalen Pyramiden und das tetragonale Prisma der ersten Art.

4.) Die unterste horizontale Reihe, welche wir künftig die Nebenreihe oder Gränzreihe des Systems nennen wollen, begreift alle tetragonalen Pyramiden und das tetragonale Prisma der zweiten Art.

5.) Die mittleren horizontalen Reihen, deren so viele möglich sind, als es rationale Werthe von n giebt, begreifen lauter ditetragonale Pyramiden und Prismen, und zwar jede einzelne Reihe lauter Formen von gleicher Beschaffenheit der ditetragonalen Basis; wir wollen künftig diese Reihen die Zwischenreihen des Systems nennen.

Man kann auch für das Tetragonalsystem ein sehr einfaches trianguläres Schema aufstellen, welches nicht nur eine vollständige Uebersicht aller Formen, sondern auch eine Einsicht in ihren gegenseitigen Zusammenhang gewährt, und folgendermaassen zu schreiben ist:



In der Mitte dieses Schemas stehen die ditetragonalen Pyramiden, aus welchen unmittelbare Uebergänge in die beiderlei tetragonalen Pyramiden und in die ditetragonalen Prismen Statt finden. An den drei Eckpunkten des Schemas stehen die drei singulären Formen des Systems, während die linke Dreieckseite die Grundreihe, die rechte

Dreieckseite die Gränzreihe, und die untere Dreieckseite sämmtliche Prismen des Systems begreift.

§. 84. Ableitung der hemiëdrischen Formen des Tetragonalsystems.

Obgleich die ditetragonalen Pyramiden selten selbständig ausgebildet sind, und in der Regel nur untergeordnet in den Combinationen anderer Formen auftreten, so sind sie doch als die allgemeinen Repräsentanten aller holoëdrischen Formen anzusehen, wie auch schon ihr Zeichen *m*P*n* besagt, in welchem die Zeichen aller übrigen Formen enthalten sind. Wir werden daher, eben so, wie oben im Tesseralsysteme (§. 36.), bei der Aufsuchung und Verfolgung der verschiedenen Regeln, nach welchen die Hemiëdrie in diesem Systeme zur Verwirklichung gelangen kann, zunächst auf die ditetragonalen Pyramiden, als die allgemeinsten Gestalten, Rücksicht zu nehmen, und dann dieselben Regeln auf die übrigen Gestalten in der Weise anzuwenden haben, dass wir auch sie als ditetragonale Formen betrachten.

Unter Beachtung des, in §. 12 erwähnten allgemeinen Gesetzes über die ringsum symmetrische Vertheilung der Flächen bei hemiëdrischer Ausbildung der holoëdrischen Formen, erhalten wir nun für die ditetragonalen Pyramiden folgende Modalitäten der Hemiëdrie:

1.) nach denen abwechselnden einzelnen Flächen,

2.) nach denen, an den abwechselnden diagonalen Polkanten gelegenen Flächenpaaren, und

3.) nach denen, an den abwechselnden Mittelkanten gelegenen Flächenpaaren.

Es würde auch eine Hemiëdrie nach denen, an den abwechselnden normalen Polkanten gelegenen Flächenpaaren möglich sein, welche aber bis jetzt noch nicht beobachtet worden ist, und wahrscheinlich aus dem Grunde gar nicht vorkommen dürfte, weil die symmetrische Vertheilung der zurückbleibenden Flächen nur innerhalb jener, durch die Nebenaxen bestimmten viergliederigen Ab-

theilung stattfinden zu können scheint, welche als der wesentlichste Typus in dem geometrischen Grundcharakter des Systemes ausgeprägt ist.

Die erste Art der Hemiëdrie, da sich nämlich die abwechselnden einzelnen Flächen einer ditetragonalen Pyramide vergrössern, während die übrigen verschwinden, giebt als Resultat ein tetragonales Trapezoëder, wesshalb wir sie auch die trapezoëdrische Hemiëdrie nennen wollen. Eine jede Pyramide $m\mathrm{P}n$ liefert natürlich zwei Trapezoëder, als complementäre hemiëdrische Formen, je nachdem man die eine, oder die andere Hälfte ihrer Flächen zur Vergrösserung bringt. Diese beiden Trapezoëder sind zwar in ihren einzelnen Begränzungs-Elementen einander vollkommen gleich und ähnlich, unterscheiden sich aber hinsichtlich der Verknüpfung derselben wie ein rechtes und linkes Ding desselben Paares, welcher Unterschied durch die Zeichen $r\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ und $l\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ ausgedrückt wird.

Um nun die Resultate dieser Hemiëdrie auch für die übrigen holoëdrischen Formen zu erhalten, dazu gelangt man am sichersten, wenn man jede derselben als eine ditetragonale Pyramide betrachtet (indem man sich ihre Flächen auf angemessene Weise abtheilt), und dann buchstäblich genau dieselbe Regel in Anwendung bringt, nach welcher die Trapezoëder abgeleitet wurden, nämlich die Regel, die abwechselnden einzelnen Flächen zu vergrössern, und die übrigen verschwinden zu lassen. Man gelangt so auf das merkwürdige Resultat, dass alle übrigen Gestalten in ihrer äusseren Erscheinung durchaus unverändert bleiben, oder mit ihrer vollen Flächenzahl gerade so, wie bei holoëdrischer Ausbildung, erscheinen. Die trapezoëdrische Hemiëdrie ist daher auch nur an der eigenthümlichen Erscheinungsweise der ditetragonalen Pyramiden zu erkennen und durch kein Merkmal angezeigt, sobald nur Gestalten aus der Grund- und Gränzreihe ausgebildet sind, wie diess in sehr vielen Krystallreihen der Fall ist. Der Skapolith ist das einzige Mineral, an welchem durch Zipsers und

v. Kokscharow's Beobachtungen diese Hemiëdrie bis jetzt nachgewiesen worden ist.

§. 85. Fortsetzung.

Die zweite Art der Hemiëdrie, welche ein Verschwinden der, an den abwechselnden diagonalen Polkanten gelegenen Flächenpaare der ditetragonalen Pyramide mPn erfordert, führt auf das Resultat, dass die übrigen Flächen ein tetragonales Skalenoëder bilden, weshalb wir sie mit dem Namen der skalenoëdrischen Hemiëdrie belegen. Das Zeichen dieser Skalenoëder ist $\frac{mPn}{2}$; doch liefert jede ditetragonale Pyramide zwei gleiche und ähnliche, nur durch ihre Stellung verschiedene complementäre Gegenkörper, welche durch Vorsetzung der Stellungszeichen $+$ und $-$ unterschieden werden können.

Denkt man sich dasselbe Gesetz für die tetragonalen Pyramiden der Hauptreihe verwirklicht, so ergiebt sich, dass solche als tetragonale Sphenoïde erscheinen. Dagegen findet man, dass die noch übrigen Gestalten, nämlich die tetragonalen Pyramiden der Nebenreihe und die sämmtlichen Prismen gar keiner Formveränderung unterliegen, sondern, gleichwie bei holoëdrischer Ausbildung, mit ihrer vollständigen Flächenzahl erscheinen müssen. Die skalenoëdrische Hemiëdrie offenbart sich daher überhaupt nur durch die eigenthümliche Erscheinungsweise der Pyramiden der Hauptreihe und der Zwischenreihen; sie kann nur an diesen erkannt werden, und wird sich, wenn sie einmal ausgebildet ist, viel leichter als die trapezoëdrische Hemiëdrie erkennen lassen, weil die Gestalten der Hauptreihe zu den häufig vorkommenden Formen gehören. Der Kupferkies und der Edingtonit sind ein paar Mineralien, an welchen diese Art der Hemiëdrie sehr ausgezeichnet zu beobachten ist.

Die dritte Art der Hemiëdrie endlich, welche darin besteht, dass die an den abwechselnden Mittelkanten gelegenen Flächenpaare bis zum Verschwinden der übrigen wachsen, verwandelt die ditetragonale Pyramide mPn in eine

tetragonale Pyramide der dritten Art, weshalb wir sie auch die pyramidale Hemiëdrie nennen wollen. Die beiden, aus einer und derselben Stammform mPn folgenden tetragonalen Pyramiden sind für den Beobachter rücksichtlich ihrer Flächenlage wie rechts und links gewendet unterschieden. Allein dieser Unterschied ist ganz relativ, indem er davon abhängt, welcher Pol der Hauptaxe als oberer, oder als unterer Pol gedacht wird; vertauscht man daher die Pole, oder kehrt man die Stammform um, so vertauschen auch beide hemiëdrische Formen ihre Rollen, oder die anfangs rechts gewendete erscheint nun links gewendet, und umgekehrt. Diese Zweideutigkeit wird dadurch sehr treffend ausgedrückt, dass man dem Zeichen $\frac{mPn}{2}$ der hemiëdrischen Gegenkörper die Hilfselemente $\frac{r}{l}$ und $\frac{l}{r}$ vorsetzt.

Bringt man nun dasselbe Gesetz der Hemiëdrie für die übrigen Gestalten in Anwendung, nachdem man solche vorher auf den Begriff ditetragonaler Pyramiden reducirte, so findet man, dass sich die ditetragonalen Prismen ∞Pn in tetragonale Prismen der dritten Art verwandeln, während die sämmtlichen Gestalten der Haupt- und Nebenreihe gar keine Formveränderung erfahren. Diese Hemiëdrie ist also nur durch die Erscheinungsweise der ditetragonalen Gestalten charakterisirt, giebt sich aber doch noch leichter zu erkennen als die trapezoëdrische Hemiëdrie, weil auch die achtseitigen Prismen einer Veränderung unterliegen, und hat überhaupt das merkwürdige Resultat zur Folge, dass das ganze Krystallsystem auf lauter tetragonale Pyramiden und Prismen reducirt wird. Der wolframsauere Kalk, das wolframsauere Bleioxyd, der Sarkolith vom Vesuv und der Fergusonit sind diejenigen Mineralspecies, an welchen die pyramidale Hemiëdrie sehr entschieden ausgebildet ist.

III. Berechnung der tetragonalen Formen.

§. 86. Berechnung der holoëdrischen Formen.

Wir beschränken uns auch hier, wie im Tesseralsysteme, auf die Berechnung der Kantenwinkel und der Zwischenaxen, und geben die Resultate derselben zunächst für die ditetragonalen Pyramiden, als die allgemeinen Repräsentanten aller holoëdrischen Formen.

Kantenwinkel. In jeder ditetragonalen Pyramide mPn sei

die normale Polkante $= X$,
die diagonale Polkante $= Y$,
die Mittelkante $= Z$,

so wird, wenn $m^2a^2(n^2+1)+n^2 = M$ ist,

$$\cos X = -\frac{m^2a^2(n^2-1)+n^2}{M}$$

$$\cos Y = -\frac{n(2m^2a^2+n)}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2+1)-n^2}{M}$$

Die Cosinus der halben Winkel sind:

$$\cos \tfrac{1}{2} X = \frac{ma}{\sqrt{M}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y = \frac{ma(n-1)}{\sqrt{2M}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Z = \frac{n}{\sqrt{M}}$$

Aus diesen letzteren Werthen folgen die Proportionen:

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma : n$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma(n-1) : n\sqrt{2}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Y + \sqrt{2} : n-1$$

auch ergiebt es sich, dass $X = Y$, wenn $n = 1 + \sqrt{2}$. Da nun dieser Werth irrational ist, so können auch in der Natur keine regelmässig achtseitigen Pyramiden vorkommen (§. 15).

Zwischenaxen. Für jede ditetragonale Gestalt mPn bestimmt sich R oder die halbe Zwischenaxe

$$R = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}.$$

Für $n = 1$, oder für die Pyramiden der Hauptreihe wird also $R = \sqrt{\frac{1}{2}}$, und betrachtet man diesen Werth als den Grundwerth der Zwischenaxe, so bestimmt sich für irgend ein mPn der Coëfficient r dieser Zwischenaxe:

$$r = \frac{2n}{n+1}$$

Für das ditetragonale Prisma ∞Pn wird:

$$cos\ X = -\frac{n^2-1}{n^2+1}$$

$$cos\ Y = -\frac{2n}{n^2+1}$$

Der Coëfficient r hat denselben Werth, wie vorher.

In jeder tetragonalen Pyramide mP der Grundreihe muss die Polkante mit X und die Mittelkante mit Z bezeichnet werden; man findet:

$$cos\ X = -\frac{1}{2m^2a^2+1}$$

$$cos\ Z = -\frac{2m^2a^2-1}{2m^2a^2+1}$$

$$cos\tfrac{1}{2}X : cos\tfrac{1}{2}Z = ma : 1$$

$$r = 1$$

In jeder tetragonalen Pyramide mP∞ der Gränzreihe muss die Polkante mit Y und die Mittelkante mit Z bezeichnet werden; man findet:

$$cos\ Y = -\frac{1}{m^2a^2+1}$$

$$cos\ Z = -\frac{m^2a^2-1}{m^2a^2+1}$$

$$cos\tfrac{1}{2}Y : cos\tfrac{1}{2}Z = ma : \sqrt{2}$$

$$r = 2.$$

In den tetragonalen Prismen ∞P und ∞P∞ sind die Seitenkanten$=90^0$, während r die vorhergehenden Werthe behält.

§. 87. Berechnung der hemiëdrischen Formen.

Tetragonale Trapezoëder. Wir bezeichnen in jedem tetragonalen Trapezoëder $r\frac{mPn}{2}$ oder $l\frac{mPn}{2}$

die Polkanten mit X,
die normale Mittelkante mit Z und
die diagonale Mittelkante mit Z'

und finden

$$\cos X = -\frac{n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2-1)-n^2}{M}$$

$$\cos Z' = -\frac{n(2m^2a^2-n)}{M}$$

Tetragonale Skalenoëder. Es sei in einem jeden Skalenoëder $\pm\frac{mPn}{2}$

die kürzere Polkante $= X$,
die längere Polkante $= Y$ und
die Mittelkante $= Z$,

so bestimmt sich:

$$\cos X = \frac{n(2m^2a^2-n)}{M}$$

$$\cos Y = -\frac{n(2m^2a^2+n)}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2-1)-n^2}{M}$$

Ferner wird

$$\cos\tfrac{1}{2}X : \cos\tfrac{1}{2}Y = n+1 : n-1.$$

Tetragonale Sphenoïde. In jedem Sphenoïde $\pm\frac{mP}{2}$ ist die Polkante mit X und die Mittelkante mit Z zu bezeichnen, und es bestimmt sich:

$$\cos X = \frac{2m^2a^2-1}{2m^2a^2+1}$$

$$\cos Z = \frac{1}{2m^2a^2+1}$$

Eine leichte Betrachtung lehrt, dass die Mittelkanten eines jeden Skalenoëders ihrer Lage nach mit den Mittelkanten irgend eines Sphenoïdes übereinstimmen, welches man daher das eingeschriebene Sphenoïd des Skalenoëders nennen kann. Die Ableitungszahl desselben ist $=\frac{m}{n}$, wenn $\frac{mPn}{2}$ das Zeichen des Skalenoëders ist. Vervielfältigt man die Hauptaxe dieses Sphenoïdes nach dem Coëfficienten n, und legt man hierauf Ebenen durch die Mittelkanten desselben und durch die Endpunkte seiner verlängerten Hauptaxe, so resultirt natürlich wieder das Skalenoëder, welche Gestalten man daher auf diese Weise auch aus den Sphenoïden ableiten könnte.

Tetragonale Pyramiden der dritten Art. Der Polkantenwinkel X ist identisch mit dem Winkel X der Trapezoëder, und der Mittelkantenwinkel Z identisch mit dem Winkel Z der ditetragonalen Pyramiden, also

$$\cos X = -\frac{n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2+1)-n^2}{M}$$

§. 88. Berechnung der Ableitungszahlen der holoëdrischen Formen aus ihren Kantenwinkeln.

Zur Bestimmung einer ditetragonalen Pyramide mPn werden jedenfalls zwei ihrer Kantenwinkel erfordert, so lange man kein Gesetz der gegenseitigen Abhängigkeit ihrer Ableitungszahlen m und n kennt. Wir wollen daher je zwei ihrer Kantenwinkel als gegeben betrachten, und daraus m und n berechnen.

1) X und Z sind gegeben:

man sucht: $\cos \nu = \frac{\cos\frac{1}{2}X}{\sin\frac{1}{2}Z}$

und findet $n = tang\,\nu$

$ma = tang\,\frac{1}{2}Z\,\sin\nu$;

2) Y und Z sind gegeben;

man sucht: $\cos\delta = \frac{\cos\frac{1}{2}Y}{\sin\frac{1}{2}Z}$

und findet $n = tang(135^0 - \delta)$

$ma = tang\frac{1}{2}Z\sin(135^0 - \delta)$;

3) X und Y sind gegeben;

man findet $n - 1 = \frac{\cos\frac{1}{2}Y\sqrt{2}}{\cos\frac{1}{2}X}$,

bestimmt $\sin\nu' = n\cot\frac{1}{2}X$

und erhält $ma = tang\nu'$.

Sehr oft ist die Pyramide von der Form mPm, und dann die Bestimmung derselben sehr leicht entweder aus der Kante X oder aus der Kante Z zu erhalten; es wird nämlich

aus X: $ma = tang\nu'$,

wenn $\cos\nu' = \frac{1}{a}\cot\frac{1}{2}X$;

aus Z: $m = tang\nu$,

wenn $\cos\nu = a\cot\frac{1}{2}Z$.

Für die tetragonale Pyramide mP folgt

aus X: $ma = \cot\varepsilon$

wenn $\cos\varepsilon = \cot\frac{1}{2}X$;

aus Z: $ma = tang\frac{1}{2}Z\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Für die tetragonale Pyramide $mP\infty$ folgt

aus Y: $ma = \cot\varepsilon$,

wenn $\cos\varepsilon = \cot\frac{1}{2}Y\sqrt{2}$;

aus Z: $ma = tang\frac{1}{2}Z$.

Endlich bestimmt sich für das ditetragonale Prisma ∞Pn

aus X: $n = tang\frac{1}{2}X$;

aus Y: $\frac{n+1}{n-1} = tang\frac{1}{2}Y$.

IV. Zeichnung der tetragonalen Gestalten.

§. 89. Zeichnung des Axensystemes und der Grundgestalt.

Da die Hauptaxe und die beiden Nebenaxen einer jeden tetragonalen Pyramide, eben so wie die drei Hauptaxen

des Oktaëders, auf einander rechtwinkelig sind, so kann man von der Projectionsmethode der Hauptaxen des Oktaëders in §. 41 und Fig. 34 unmittelbar Gebrauch machen, um die Axen einer jeden tetragonalen Krystallreihe ihrer Lage nach richtig darzustellen. Weil aber die Hauptaxe der tetragonalen Grundform P einen von den Nebenaxen verschiedenen Werth hat, während in dem Bilde der Hauptaxen des Oktaëders die drei Linien AA', BB' und CC' nur unter Voraussetzung ihrer in der Wirklichkeit stattfindenden Gleichheit richtig sind, so müssen wir, wenn BB' und CC' unverändert als die Nebenaxen der Grundgestalt P beibehalten werden sollen, die verticale Hauptaxe AA' angemessen verändern, um das für diese Grundgestalt giltige Verhältniss der Hauptaxe zur Nebenaxe $= a:1$ herzustellen. Man sucht zu dem Ende in der Proportion

$$1 : a = MA : x$$

das vierte Glied x, trägt diese Linie von M aus beiderseits in die, nöthigenfalls verlängerte Linie AA' ein, und erhält so zwei Punkte, welche die Pole der gesuchten Hauptaxe sind. Hierauf braucht man nur die Endpunkte der drei Axen durch gerade Linien zu verbinden, um die Grundgestalt P selbst darzustellen.

Da bei der Zeichnung der ditetragonalen Pyramiden und anderer Gestalten dieses Systemes die Zwischenaxen zu berücksichtigen sind, so ziehe man durch den Mittelpunkt M zwei Parallelen mit den Mittelkanten der gezeichneten Grundform, welche mit denselben zum Durchschnitte kommen, und in dieser ihrer Lage und Begränzung die Zwischenaxen der Grundform darstellen.

§. 90. Zeichnung der Pyramiden mP, mPn und mP∞.

Soll irgend eine Pyramide mP der Grundreihe gezeichnet werden, so vervielfältigt man die Hauptaxe der (nach Anleitung des vorhergehenden §. gezeichneten) Grundgestalt nach der Ableitungszahl m, und erhält dadurch die Pole der Hauptaxe von mP, welche man nur noch mit den Eckpunkten der Basis zu verbinden hat, um die verlangte Gestalt selbst darzustellen.

Soll eine ditetragonale Pyramide $m\mathrm{P}n$ gezeichnet werden, so verlängert man die Zwischenaxen der Grundgestalt beiderseits, macht die Verlängerung jeder solchen halben Axe $= \frac{n-1}{n+1}$ von ihr selbst, verbindet die dadurch bestimmten Endpunkte derselben mit den Endpunkten der Nebenaxen, und erhält so die Basis aller Glieder der, nach der Ableitungszahl n abgeleiteten Zwischenreihe. Hierauf bestimmt man die Pole der Hauptaxe ma, und verbindet dieselben mit den Eckpunkten der Basis, wodurch die Construction der verlangten Gestalt $m\mathrm{P}n$ vollendet wird.

Soll endlich eine tetragonale Pyramide $m\mathrm{P}\infty$ aus der Gränzreihe gezeichnet werden, so legt man durch die Endpunkte der Nebenaxen der Grundgestalt Parallelen mit ihnen selbst, oder macht auch die Verlängerung der halben Zwischenaxen ihnen selbst gleich, und erhält so die Basis aller Pyramiden der Gränzreihe. Hierauf bestimmt man die Pole der Hauptaxe und vollendet die Construction wie vorher.

§. 91. Zeichnung der Sphenoide und Skalenoëder.

Soll das tetragonale Sphenoid $\frac{m\mathrm{P}}{2}$ gezeichnet werden, so bestimmt man zuvörderst in der Projection des Axensystems die Länge der Hauptaxe AA' von $m\mathrm{P}$, Fig. 111*a*, legt hierauf durch die Pole derselben Parallelen mit den Zwischenaxen der Grundgestalt, und trägt diese Zwischenaxen in ihre respectiven Parallelen von den Polen der Hauptaxe aus nach beiden Richtungen einmal ein. Man erhält so in jeder der Parallelen, als der horizontalen Pol- oder Endkanten des zu construirenden Sphenoides, zwei Punkte C, als die Endpunkte derselben. Je nachdem man nun die vier Punkte C, oder die vier Punkte C' durch gerade Linien verbindet, erhält man das verlangte Sphenoid in der einen oder andern Stellung.

Die Zeichnnng der tetragonalen Skalenoëder $\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ gründet sich unmittelbar auf die der Sphenoide. Man

zeichnet nämlich zuerst das eingeschriebene Sphenoïd $\frac{\frac{m}{n}P}{2}$ (§. 87) nach der so eben angegebenen Regel, wodurch die Mitteleckpunkte und Mittelkanten des verlangten Skalenoëders in beiden Stellungen gefunden werden. Hierauf verlängert man die Hauptaxe des Sphenoides beiderseits nach der Ableitungszahl n, und erhält so die Poleckpunkte des Skalenoëders, welche man nur mit den gefundenen Mitteleckpunkten zu verbinden braucht, um die Construction zu vollenden.

§. 92. Zeichnung der tetragonalen Pyramiden der dritten Art.

Um eine tetragonale Pyramide der dritten Art $\frac{l}{r}\frac{mPn}{2}$ oder $\frac{r}{l}\frac{mPn}{2}$ zu zeichnen, entwirft man zuvörderst nach der in §. 90 angegebenen Regel die ditetragonale Basis der Pyramide mPn, verlängert hierauf die abwechselnden Seiten derselben, bis solche mit einander zum Durchschnitte kommen, und erhält so die tetragonale Basis der verlangten Gestalt. Endlich bestimmt man die Pole der Hauptaxe, verbindet selbige mit den Eckpunkten der Basis, und die Construction ist vollendet.

§. 93. Zeichnung der tetragonalen Trapezoëder.

Da die Polkanten der oberen oder unteren Hälfte der tetragonalen Trapezoëder $r\frac{mPn}{2}$ oder $l\frac{mPn}{2}$ dieselbe Lage haben, wie jene der gleichnamigen Hälfte der tetragonalen Pyramiden der dritten Art, so beginnt man die Construction damit, die obere Hälfte einer von diesen Pyramiden nach der Regel des vorhergehenden §. zu entwerfen, indem man sich zugleich diejenigen Punkte B ihrer Mittelkanten notirt, in welchen dieselben von den Nebenaxen geschnitten werden, Fig. 112a. Nun beträgt der Abstand x der Mittelecke des Trapezoëders $\frac{mPn}{2}$ von der Ebene der Basis, wie sich

leicht berechnen lässt,

$$x = \frac{ma(n-1)}{n(n+1)}$$

Man nehme also in der oberen Hälfte *ma* der Hauptaxe vom Mittelpunkte *M* aus den aliquoten Theil

$$\frac{n-1}{n(n+1)}$$

wodurch sich in ihr der Punkt *D* bestimmt. Durch diesen Punkt lege man zwei, mit den Diagonalen der tetragonalen Basis parallele Linien, welche mit den Polkanten der Pyramide zum Durchschnitte kommen, und die vier oberen Mitteleckpunkte *E* bestimmen. Jeden dieser Punkte *E* verbindet man nun durch eine gerade Linie mit dem zunächst gelegenen Punkte *B*, verlängert dieselbe über *B*, und macht die Verlängerung $BE' = BE$, so bestimmen sich die vier untereren Mitteleckpunkte *E'*, worauf denn leicht die noch fehlenden diagonalen Mittelkanten und die Polkanten der unteren Hälfte des Trapezoëders gezeichnet werden können.

V. Combinationen der tetragonalen Gestalten.

§. 94. Eintheilung dieser Combinationen.

Die Combinationen des Tetragonal-Systemes sind entweder holoëdrische (tetragonale), oder hemiëdrische (hemitetragonale) Combinationen, je nachdem die Formen eine holoëdrische oder hemiëdrische Ausbildungsweise besitzen, wobei freilich die in den §§. 84 und 85 erläuterten Verhältnisse berücksichtigt werden müssen, welchen zufolge wir Veranlassung finden können, viele Formen als hemiëdrische zu beurtheilen, ohne dass solches in ihrer Gestaltung ausgedrückt ist. Die hemitetragonalen Combinationen sind ferner entweder trapezoëdrisch-, oder skalenoëdrisch-, oder pyramidal-hemiëdrisch, je nachdem das eine oder das andere Gesetz der Hemiëdrie zur Verwirklichung gelangt ist.

Bei der Betrachtung dieser verschiedenen Combinationen werden wir uns freilich auf die gewöhnlichsten Fälle

beschränken müssen, und daher wiederum, wie im Tesseralsysteme, zuvörderst einige binäre Combinationen berücksichtigen, dann aber an einzelnen Beispielen die Entwickelung mehrzähliger Combinationen erläutern. Die überhaupt nur selten vorkommenden hemiëdrischen Combinationen werden auch nur eine kurze Erwähnung finden können.

A.) Holoëdrische oder tetragonale Combinationen.

§. 95. Binäre Combinationen mit vorherrschendem *m*P.

In den meisten holoëdrischen Combinationen des Tetragonalsystemes pflegt entweder irgend eine Pyramide der Grundreihe (und zwar besonders häufig die Grundform selbst) oder auch eine Pyramide der Gränzreihe vorherrschend ausgebildet zu sein. Denn, wenn auch, wie es sehr häufig der Fall ist, die tetragonalen Prismen in der Form von mehr oder weniger langgestreckten Säulen als vorherrschende Gestalten auftreten, so erscheinen sie doch gewöhnlich an beiden Enden durch Pyramiden entweder der Haupt- oder der Nebenreihe begränzt. Es ist daher besonders wichtig, diejenigen Veränderungen kennen zu lernen, welche diese Pyramiden durch die Flächen der übrigen Gestalten erleiden.

Was nun zuvörderst die Pyramiden *m*P der Grundreihe betrifft, so können solche folgende Veränderungen zeigen:

a.) an den Polkanten,

1.) eine Zuschärfung derselben, Fig. 113a; sie wird jedenfalls durch eine, aus derselben Pyramide abgeleitete ditetragonale Pyramide, also durch irgend ein *m*P*n* gebildet;

2) eine Abstumpfung derselben, Fig. 114a; sie wird durch die zugehörige Pyramide der Gränzreihe *m*P∞ gebildet.

b.) an den Mittelkanten,

3) eine Zuschärfung derselben, Fig. 115a; die zu-

schärfende Gestalt ist irgend eine spitzere Pyramide m'P der Grundreihe, also $m' > m$;

4.) eine Abstumpfung derselben, Fig. 116a; die abstumpfende Gestalt ist allemal das Prisma ∞P.

c.) an den Polecken,

5.) eine 8flächige Zuspitzung, Fig. 117; die zuspitzende Gestalt ist irgend eine ditetragonale Pyramide m'Pn, deren Ableitungszahl $m' < m$;

6.) eine 4flächige Zuspitzung, die Zuspitzungsflächen auf die Flächen aufgesetzt, Fig. 118; die zuspitzende Gestalt ist eine flachere Pyramide m'P der Grundreihe, also $m' < m$;

7.) eine 4flächige Zuspitzung, die Zuspitzungsflächen auf die Polkanten aufgesetzt, Fig. 119; die zuspitzende Gestalt ist irgend eine Pyramide m'P∞ der Gränzreihe mit $m' < m$;

8.) eine Abstumpfung, Fig. 120; die abstumpfende Gestalt ist das basische Pinakoid.

d.) an den Mittelecken,

9.) eine 4flächige Zuspitzung, Fig. 121; die zuspitzende Gestalt ist eine ditetragonale Pyramide m'Pn', mit $m' > m$; sind hierbei die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP parallel, wie in der Figur, so ist

$$m'(n'+1) = 2mn',$$

und sind sie parallel den Polkanten von mP, so ist

$$m' = mn'.$$

10.) eine Zuschärfung, die Zuschärfungsflächen auf die Polkanten gesetzt, Fig. 122; die zuschärfende Gestalt ist ein m'P∞, mit $m' > m$; sind die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP parallel, wie in der Figur, so ist $m' = 2m$;

11.) eine Zuschärfung, die Zuschärfungsflächen auf die Mittelkanten gesetzt, Fig. 123; die zuschärfende Gestalt ist irgend ein ditetragonales Prisma ∞Pn;

12.) eine Abstumpfung, Fig. 124; die abstumpfende Form ist das Prisma ∞P∞.

§. 96. Binäre Combinationen mit vorherrschendem mP∞.

Die tetragonalen Pyramiden der Gränzreihe mP∞ erleiden zwar durch die verschiedenen übrigen Gestalten genau dieselben Modificationen, wie die Pyramiden der Grundreihe; allein die entsprechenden Bedingungen gestalten sich ganz anders, weshalb wir alle 12 Fälle noch einmal in Betrachtung ziehen müssen.

Jede Pyramide mP∞ erfährt:

a.) an den Polkanten,

1.) eine Zuschärfung, Fig. 113a, durch irgend eine ditetragonale Pyramide m'Pn', für welche $m'(n'+1) = mn'$;

2.) eine Abstumpfung, Fig. 114a, durch die tetragonale Pyramide $\frac{1}{2}m$P.

b.) an den Mittelkanten;

3.) eine Zuschärfung, Fig. 115a, durch jede Pyramide m'P∞, mit $m' > m$;

4.) eine Abstumpfung, Fig. 116a, durch das Prisma ∞P∞.

c.) an den Polecken,

5.) eine 8flächige Zuspitzung, Fig. 117, durch irgend eine ditetragonale Pyramide m'Pn', für welche $m'(n'+1) < mn'$;

6.) eine 4flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung, Fig. 118, durch eine Pyramide m'P∞, mit $m' < m$;

7.) eine 4flächige, auf die Polkanten aufgesetzte Zuspitzung, Fig. 119, durch eine Pyramide m'P, mit $m' < \frac{1}{2}m$;

8.) eine Abstumpfung, Fig. 120, durch 0P.

d.) an den Mittelecken,

9.) eine 4flächige Zuspitzung, Fig. 121, durch eine ditetragonale Pyramide m'Pn', für welche $m'(n'+1) > mn'$; sind dabei die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP∞ parallel, so ist $m' = m$, und sind sie den Polkanten parallel, so wird $m'(n'-1) = mn'$;

10.) eine, auf die Polkanten gesetzte Zuschärfung, Fig. 122, durch eine Pyramide m'P, mit $m' > \frac{1}{2}m$; sind die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP∞ parallel, so ist $m' = m$;

11.) eine, auf die Mittelkanten gesetzte Zuschärfung, Fig. 123, durch jedes ditetragonale Prisma ∞Pn;

12.) eine Abstumpfung, Fig. 124, durch das Prisma ∞P.

§. 97. Einige allgemeine Regeln für binäre und ternäre Combinationen.

Weil die ditetragonalen Pyramiden sehr selten vorherrschend ausgebildet sind, und weil diejenigen Veränderungen, welche die allerdings sehr oft vorherrschenden Prismen ∞P und ∞P∞, so wie das, in den tafelartigen Krystallen vorwaltende Pinakoid 0P durch die übrigen Gestalten erleiden, sehr leicht zu beurtheilen sind, so will ich nur noch einige allgemeine Regeln mittheilen, welche sich theils auf binäre, theils auf gewisse, besonders häufig vorkommende ternäre Combinationen beziehen.

Allgemeine Regeln.

1.) Je zwei Gestalten mPn und m'Pn', deren Flächen horizontale Combinationskanten bilden, gehören einer und derselben horizontalen Reihe des Schemas in §. 83, oder haben denselben Werth der Ableitungszahl n, also $n' = n$.

2.) Je zwei Gestalten, mPn und m'Pn', deren an einem und demselben normalen Hauptschnitte anliegende Flächen Combinationskanten bilden, welche diesem Hauptschnitte parallel sind, gehören in eine und dieselbe verticale Reihe des Schemas, oder haben denselben Werth der Ableitungszahl m, also $m' = m$.

3.) Je zwei Gestalten, mPn und m'Pn', deren an einem und demselben diagonalen Hauptschnitte anliegende Flächen Combinationskanten bilden, welche diesem Hauptschnitte parallel sind, haben $\frac{m'(n'+1)}{n'} = \frac{m(n+1)}{n}$.

Besondere Regeln für gewisse ternäre Combinationen.

1.) Diejenige Pyramide der Nebenreihe, welche die Combinationsecke zwischen mP und ∞P so abstumpft, dass die Abstumpfungsflächen als Rhomben erscheinen, ist $2m$P∞, Fig. 125.

2.) Diejenige Pyramide der Hauptreihe, welche die Combinationsecke zwischen mP∞ und ∞P∞ so abstumpft, dass die Abstumpfungsflächen als Rhomben erscheinen, ist mP.

3.) Jede ditetragonale Pyramide mPn, welche die Combinationskanten zwischen einer Pyramide der Hauptreihe m'P und dem Prisma der Nebenreihe ∞P∞ abstumpft, Fig. 126, hat $m = m'n$. Ist also, wie solches besonders häufig vorkommt, die tetragonale Pyramide die Grundgestalt P, so ist die ditetragonale Pyramide eine mPm.

4.) Jede ditetragonale Pyramide mPn, welche die Combinationskanten zwischen einer Pyramide der Nebenreihe m'P∞ und dem Prisma der Hauptreihe ∞P abstumpft, Fig. 126, hat $n = \frac{m}{m-m'}$. Ist also die tetragonale Pyramide die Gestalt P∞, so ist die ditetragonale Pyramide eine $m\text{P}\frac{m}{m-1}$.

Diese und andere Specialregeln, deren man eine grosse Menge ableiten könnte, wenn solches nützlich und nöthig wäre, sind nur besondere Fälle des, durch die allgemeine Zonengleichung in §. 19 ausgedrückten Verhältnisses.

§. 98. Entwickelung einer vielzähligen Combination.

Es stellt Fig. 127 eine 13zählige holoëdrische Combination vor, wie solche am Vesuvian vorkommen kann. Wählen wir diejenige Pyramide, deren Flächen mit c bezeichnet sind, zur Grundform, so ergiebt sich folgende

schematische Uebersicht aller in der Combination enthaltenen Gestalten*); es gehören
in die Grundreihe die Flächen *P, c, b, r* und *d*;
in die Gränzreihe die Flächen *o, u* und *M*;
in die Zwischenreihen die Flächen *a, z, e, f* und *x*.
Man sieht sogleich, dass, weil $c = P$,

P das Pinakoid 0P,
d das erste Prisma ∞P, und
M das zweite Prisma ∞P∞

sein muss.

Die Flächen *o* stumpfen die Polkanten von P ab, folglich gehören sie der Pyramide P∞. Aus §. 95,10 ergiebt sich ferner, dass die Pyramide $u = 2P\infty$ ist. Da nun die Flächen *u* die Polkanten der Pyramide *b* abstumpfen, so muss $b = 2P$ sein.

Die Flächen *b, z, u, z', b', e', M'* u. s, w. fallen in eine Zone, welche man die Polkantenzone der Pyramide 2P nennen kann, weil die Polkante dieser Pyramide die Zonenlinie unmittelbar repräsentirt. Substituirt man also die entsprechenden Werthe für die accentuirten Buchstaben in der Zonengleichung des §. 19, so folgt für alle Flächen dieser Zone, und daher auch insbesondere für *z'* und *e'*: $a = 2c$.

Eben so fallen die Flächen *z* und *x* in die Polkantenzone der Grundform, und zwar die vordersten (dem Beobachter am nächsten liegenden) accentuirten Flächen in die Zone der oben, rechts gelegenen Polkante von P; hieraus folgt für *z'* und *x'*: $a = b$

Also gilt für die Fläche *z'*:

$$a = b = 2c.$$

Nun folgt unmittelbar aus der Lage dieser Fläche, dass $c = 1$ ist, folglich wird $a = b = 2$, und die Flächen *z* gehören daher der Pyramide 2P2.

*) Diese allgemeine Orientirung der Combination nach den verschiedenen horizontalen Reihen des Schemas gewährt jedenfalls eine nützliche Uebersicht, und ist daher bei jeder mehrzähligen Combination in diesem wie in jedem anderen Krystallsysteme vorzunehmen.

Da z, e' und f horizontale Combinationskanten bilden, so haben sie dieselbe Ableitungszahl der Nebenaxen; also wird:

$$f = \infty P2$$
$$e' = mP2.$$

Es fand sich aber vorhin für e':

$$a = 2c.$$

Da nun aus der Lage der Fläche e' für sie der Werth $b = 1$ folgt, so ist $c = 2$, und $a = 4$, also

$$e = 4P2.$$

Da ferner e, x, x' und e in die Polkantenzone der Pyramide r fallen, so muss

$$r = 4P,$$

und, weil oben für x die Bedingung $a = b$ bestimmt wurde,

$$x = 4P4$$

sein. Es ist jetzt nur noch die Bestimmung der Pyramide a übrig. Die Flächen u, a', c, a u. s. w. fallen in die Polkantenzone der Pyramide $2P\infty$, oder auch in die Zone der Höhenlinie der Flächen der Grundform P. Demnach bestimmt sich für die Fläche a' die Zonengleichung

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Dieselbe Fläche a' fällt aber auch in die Zone der Combinationskante von o und z'. Substituirt man die, diesen Flächen entsprechenden Werthe in die allgemeine Zonengleichung des §. 19, so erhält man die zweite Gleichung:

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Die Lage der Fläche a' lehrt unmittelbar, dass $c = 1$ ist; folglich bestimmt sich $b = 3$, $a = \frac{3}{2}$ und

$$a' = \tfrac{3}{2}P3.$$

Das krystallographische Zeichen der, nun vollständig entwickelten Combination ist daher:

$\infty P\infty . P . 0P . \infty P . P\infty . 2P\infty . 2P . 4P . 2P2 . 4P4 . \infty P2 . 4P2 . \frac{3}{2}P3.$

§. 99. Berechnung der Ableitungszahlen von *mPn* aus einigen Combinationskanten.

Weil die ditetragonalen Pyramiden gewöhnlich sehr untergeordnet in den Combinationen anderer Formen auftreten, so wird man öfters nur eine ihrer eigenthümlichen Kanten messen können, und daher genöthigt sein, bei ihrer Bestimmung zugleich auf Combinationskanten Rücksicht zu nehmen. Die häufigsten Combinationskanten sind nun die zu dem Prisma der Hauptreihe, zu dem Prisma der Nebenreihe, und zu dem basischen Pinakoid. Wir bezeichnen die beiden ersteren mit p und q; die letztere ist offenbar identisch mit der halben Mittelkante Z und bedarf daher keiner neuen Bezeichnung. Die Rechnungen selbst werden aber folgendermaassen geführt:

a) aus zwei Combinationskanten.

1.) aus p und q;

es ist $\frac{n+1}{n} = \frac{\cos p\sqrt{2}}{\cos q}$,

wodurch sich n bestimmt; man sucht ferner

$$\cos\beta = \frac{\cot q}{n}$$

und findet $ma = \frac{\cot q}{\sin\beta}$

2.) aus p und $\frac{1}{2}Z$;

man sucht $\sin\delta = \frac{\cos p}{\sin\frac{1}{2}Z}$

und findet $n = tang(135^0 - \delta)$

$ma = tang\frac{1}{2}Z\ \sin(135^0 - \delta)$;

3.) aus q und $\frac{1}{2}Z$;

man sucht: $\sin\nu = \frac{\cos q}{\sin\frac{1}{2}Z}$

und findet: $n = tang\nu$

$ma = tang\frac{1}{2}Z \sin\nu$;

b) aus der Combinationskante p und einer der eigenthümlichen Kanten.

4.) aus p und X;

$$\text{man findet } n+1 = \frac{cos p\sqrt{2}}{cos\frac{1}{2}X},$$

$$\text{bestimmt } sin\nu' = n cot\tfrac{1}{2}X$$

$$\text{und erhält } m\dot{a} = tang\nu';$$

5.) aus p und Y;

$$\text{man findet: } n \text{ durch } \frac{n+1}{n-1} = \frac{cos p}{cos\frac{1}{2}Y},$$

$$\text{bestimmmt } sin\delta' = \frac{cos p}{sin\frac{1}{2}Y}$$

$$\text{und erhält } ma = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}\, tang\,\delta';$$

6.) aus p und Z; siehe Nr. 2.

c.) aus der Combinationskante q und einer der eigenthümlichen Kanten.

7.) aus q und X;

$$\text{man bestimmt } cos\,\xi = \frac{cos q}{sin\frac{1}{2}X}$$

$$\text{und findet: } n = tang\tfrac{1}{2}X cos\,\xi,$$

$$ma = cot\xi;$$

8.) aus q und Y;

$$\text{man findet } n \text{ durch } \frac{n-1}{n} = \frac{cos\frac{1}{2}Y\sqrt{2}}{cos\,q}$$

$$\text{bestimmt } sin\delta' = \frac{n+1}{n-1}\, cot\tfrac{1}{2}Y$$

$$\text{und } ma = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}\, tang\delta';$$

9.) aus q und Z; siehe Nr. 3.

VI. Zwillingskrystalle des Tetragonalsystems.

§. 100. Zwillinge mit parallelen Axensystemen.

Zwillinge mit parallelen Axensystemen sind im Tetragonalsysteme eine seltene Erscheinung; doch kommen sie bisweilen am Kupferkiese und am Scheelite vor, welche

beide Mineralien, kraft ihrer Hemiëdrie, zu einer derartigen Zwillingsbildung befähigt sind. Der Kupferkies nämlich, dessen Grundgestalt eine, dem Oktaëder sehr nahe kommende tetragonale Pyramide ist, zeigt diese Pyramide vermöge seiner skalenoëdrischen Hemiëdrie (§. 85) als ein, dem Tetraëder sehr ähnliches Sphenoid ausgebildet; bisweilen sind nun zwei dergleichen sphenoidische Individuen dergestalt zu einem Durchkreuzungs-Zwillinge verbunden, dass sich beide Sphenoide in ihrer Stellung als complementare Formen oder Gegenkörper verhalten, und einen Zwilling wie Fig. 95 vorstellen.

Viel weniger deutlich in die Augen fallend ist die ähnliche Zwillingsbildung am Scheelite aus dem Grunde, weil dieses Mineral der pyramidalen Hemiëdrie unterworfen und dabei gewöhnlich mit vorherrschenden Gestalten aus der Grund- und Gränzreihe ausgebildet ist, so dass diejenigen Gestalten, in welchen sich die Zwillingsbildung allein offenbaren kann, nur sehr untergeordnet auftreten. Die Krystalle von Schlackenwalde zeigen bisweilen die Combination $P . 2P\infty . \frac{1}{r}\frac{4P2}{2} . \frac{r}{l}\frac{\frac{3}{2}P3}{2}$, Fig. 128, an welcher die beiden ditetragonalen Pyramiden 4P2 und $\frac{3}{2}$P3 als tetragonale Pyramiden der dritten Art ausgebildet sind. Durchkreuzen sich nun zwei dergleichen Individuen mit complementaren hemiëdrischen Formen, so bilden sie einen Zwilling wie Fig. 129, welchen man für einen einfachen Krystall halten könnte, wenn nicht einerseits die abnorme Vertheilung der Flächen *a* und *g*, anderseits die Verhältnisse der Streifung auf die Anerkennung einer Zwillingsbildung führten, indem die, den Combinationskanten mit 4P2 parallelen Streifungen der Flächen von P in einer Sutur zusammenstossen, welche den Höhenlinien der Flächen der scheinbar einfachen Pyramide P parallel ist.

§. 101. Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen.

Eines der allergewöhnlichsten Gesetze der Zwillingsbildung im Tetragonalsysteme ist dasjenige, wo die Zwil-

lingsaxe die Normale einer Fläche der Pyramide P∞, und folglich diese Fläche selbst der Zwillingsäquator ist. Nach diesem Gesetze sind unter anderen die Zwillingskrystalle des Zinnerzes, des Rutiles, des Hausmannites und des Kupferkieses gebildet.

Diese Zwillingsbildung findet am Zinnerze gewöhnlich nur mit Juxtaposition statt. So stellt Fig. 130 einen Zwilling der Combination P.∞P, und Fig. 131 einen Zwilling der Combination ∞P.P.∞P∞ dar. Der Neigungswinkel der beiden Hauptaxen beträgt in diesen Zwillingen 112° 10′; der visirartig einspringende Winkel, welchen in Fig. 130 die beiderseitigen Polkanten x der Grundgestalt, oder auch die sehr oft vorkommenden Abstumpfungsflächen dieser Polkanten bilden, misst 135° 40′, der ein- oder ausspringende Winkel der beiderseitigen Flächen ∞P (g) beinahe 129°. In der Regel wiederholt sich die Zwillingsbildung entweder mit parallelen Zusammensetzungsflächen, wie in Fig. 132, oder noch häufiger mit geneigten Zusammensetzungsflächen, in welchem Falle Drillingskrystalle ähnlich Fig 134, oder auch analoge Vierlings-, Fünflingskrystalle etc. entstehen, welche kreisförmig in sich zurücklaufende Systeme von Individuen darstellen. Diese letztere Art der Ausbildung ist bei den Varietäten aus dem Erzgebirge sehr gewöhnlich.

Die Zwillingskrystalle des Rutiles haben sehr viele Aehnlichkeit mit denen des Zinnerzes, wiewohl sie nicht in so manchfaltigen Verwachsungsarten beobachtet worden sind. Die Zwillingsbildung findet auch bei ihnen gewöhnlich mit Juxtaposition statt, und liefert bei der säulenförmigen Gestalt der Individuen knieförmige Zwillinge, deren einer der Combination ∞P3.P in Fig. 133 dargestellt ist; der Neigungswinkel der Hauptaxen beider Individuen beträgt 114° 26′. Die Zusammensetzung wiederholt sich nicht selten und bringt Drillingskrystalle hervor, wie Fig. 134. Sind die Individuen sehr dünn, nadelförmig oder haarförmig, und findet diese Zusammensetzung mit vielfältiger Wiederholung statt, so entstehen feine, netzartige Krystallgruppen.

Die Zwillinge des Hausmannites erscheinen nach demselben Gesetze in Krystallen, welche gewöhnlich nur die Grundform P (mit der Mittelkante von 117° 54′) zeigen und durch Juxtaposition verbunden sind, Fig. 135.

Der tetragonale Kupferkies endlich (eine durch den hemiëdrischen Charakter, eben so wie durch die Häufigkeit und Manchfaltigkeit ihrer Zwillingsbildung ausgezeichnete und durch beide Verhältnisse den auffallendsten Verunstaltungen unterworfene Species) zeigt sehr häufig Zwillingskrystalle nach demselben Gesetze, gewöhnlich mit Juxtaposition der Individuen. So stellt z. B. Fig. 136 einen Zwilling der Combination P.0P.2P∞.P∞ dar, dessen Ansehen jedoch in der Regel dadurch mehr oder weniger verändert wird, dass die Pyramide P in zwei Sphenoide von verschiedener Ausdehnung zerfällt. Die Zwillingsbildung findet meist mit Wiederholung statt.

Ein zweites, jedoch im Allgemeinen weit seltener verwirklichtes Zwillingsgesetz ist es, wenn die Normale einer Fläche von P die Zwillingsaxe, oder diese Fläche selbst den Zwillingsäquator bildet. Indessen sind gerade die Zwillinge des Kupferkieses öfter nach diesem, als nach jedem andern Gesetze gebildet. So sieht man häufig zwei Individuen der Combination $\frac{P}{2} . - \frac{P}{2}$ durch Juxtaposition zu Zwillingen verwachsen, welche die grösste Aehnlichkeit mit denen, im Tesseralsysteme (§. 71.) beschriebenen und Fig. 96 und 97 abgebildeten Zwillingen des Oktaëders haben, weil die aus beiden (im Gleichgewichte ausgebildeten) Sphenoiden bestehende Grundgestalt P ebenfalls einer Verkürzung in der Richtung der Zwillingsaxe zu unterliegen pflegt. Bei sehr vielfältiger Wiederholung dieser Zusammensetzung mit parallelen Zusammensetzungsflächen entstehen Aggregate wie Fig. 137.

Einen, nach demselben Gesetze gebildeten Zwilling der Combination P.2P∞.P∞.0P stellt Fig. 138 dar.

Dritter Abschnitt.

Hexagonal - System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 102. Grundcharakter, Zwischenaxen.

Der Name dieses Systemes ist nach Breithaupt von der Figur der Basis oder auch der Mittelquerschnitte aller seiner Gestalten entlehnt worden, indem solche Figur entweder ein Hexagon oder ein Dihexagon ist. Weiss nannte es das sechsgliederige oder auch drei-und-dreigliederige System, weil alle seine Gestalten eine, um die vorherrschende Hauptaxe sechsgliederig (oder auch drei- und -dreigliederig) geordnete Symmetrie erkennen lassen.*) Dasselbe begreift nach §. 9 alle tetrametrischen Formen mit drei gleichen Axen und einer ungleichen Axe, welche letztere die Symmetrie beherrscht, und daher als die Hauptaxe zu betrachten ist. Obgleich also vier Axen vorhanden sind, so wird doch die Lage jeder einzelnen Fläche, eben so wie in den trimetrischen Systemen, jedenfalls nur von drei Axen, oder richtiger von drei Halbaxen abhängen, in welchen die Parameter derselben enthalten sind. Einer dieser Parameter liegt allemal in der Hauptaxe, während die beiden anderen in zwei unmittelbar neben einander liegenden halben Nebenaxen gelegen sind. Ausser der Hauptaxe und den drei Nebenaxen sind auch noch für gewisse Probleme drei Zwischenaxen zu berücksichtigen,

*) Gegenwärtig wird es von der Berliner Schule das drei- und-einaxige System genannt, welche Benennung sich auf das, von Hausmann durch das Wort monotrimetrisch so treffend ausgedrückte Verhältniss der Axen bezieht. Haidinger nennt es mit Mohs das rhomboëdrische System.

welche in der Ebene der Basis liegen und die Nebenaxen unter 30° schneiden. Wir wollen auch in diesem Systeme, ganz so wie im Tetragonal-Systeme, die Ebenen durch die Hauptaxe und je eine der Nebenaxen die normalen, und die Ebenen durch die Hauptaxe und je eine der Zwischenaxen die diagonalen Hauptschnitte nennen. Zur Grundform kann nach §. 15 eine jede Form gewählt werden, deren Parameter, eben so wie die Axen, das endliche Verhältniss $a : 1 : 1$ haben, wo a in die Hauptaxe fällt. Construirt man die sämmtlichen isoparametrischen Flächen für solches Verhältniss, so erhält man als holoëdrische Grundgestalt eine von 12 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Pyramide; Fig. 139.

Im Allgemeinen giebt es nun folgende, ihrer Gestaltung nach wesentlich verschiedene Arten von hexagonalen Formen:

1.) trigonale Pyramiden,
2.) hexagonale Pyramiden,
3.) dihexagonale Pyramiden,
4.) Rhomboëder,
5.) hexagonale Skalenoëder,
6.) trigonale Trapezoëder,
7.) hexagonale Trapezoëder,
8.) trigonale, hexagonale, ditrigonale und dihexagonale Prismen und
9.) das basische Pinakoid.

Die Prismen und das Pinakoid sind offene Formen, deren Flächen den Raum nicht allseitig umschliessen, weshalb sie auch nicht einzeln für sich vorkommen können.

§. 103. Trigonale Pyramiden.

Die trigonalen Pyramiden sind von 6 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und haben 9 Kanten und 5 Ecke; Fig. 140.

Die Kanten sind zweierlei: 6 symmetrische Polkanten und 3 regelmässige Mittelkanten.

Die Ecke sind gleichfalls zweierlei: 2 trigonale Polecke und 3 rhombische Mittelecke.

Alle Querschnitte sind gleichseitige Dreiecke.

Diese Pyramiden kommen sehr selten vor, und sind bis jetzt nur am Quarze beobachtet worden, an welchem sich ihre Verhältnisse zu den Elementen des Axensystemes in der Weise bestimmen, dass die Nebenaxen die Eckpunkte der Basis mit den Mittelpunkten der gegenüberliegenden Mittelkanten verbinden. Uebrigens haben diese Formen keinen Flächen-Parallelismus.

§. 104. Hexagonale Pyramiden.

Die hexagonalen Pyramiden sind von 12 gleichschenkeligen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und haben 18 Kanten und 8 Ecke; Fig 141.

Die Kanten sind zweierlei: 12 symmetrische Polkanten und 6 regelmässige Mittelkanten.

Die Ecke sind gleichfalls zweierlei: 2 hexagonale Polecke, und 6 rhombische Mittelecke.

Alle Querschnitte sind reguläre Hexagone.

Man unterscheidet die hexagonalen Pyramiden als spitze und als stumpfe Pyramiden, je nachdem die Hauptaxe grösser oder kleiner ist, als die Diagonale der Basis. Diejenige Pyramide also, deren Mittelkante 98° 13′ misst, trennt die spitzen von den stumpfen Pyramiden.

Auch giebt es, gerade so wie im Tetragonalsysteme (§. 75), drei, ihrer Flächenstellung nach wesentlich verschiedene Arten von hexagonalen Pyramiden, nämlich:

1.) Hexagonale Pyramiden der ersten Art; ihre Flächen sind rechtwinkelig auf den diagonalen Hauptschnitten, oder ihre Mittelkanten schneiden die Nebenaxen unter 60°.

2.) Hexagonale Pyramiden der zweiten Art; ihre Flächen sind rechtwinkelig auf den normalen Hauptschnitten, oder ihre Mittelkanten schneiden die Nebenaxen unter 30° und 90°.

3.) Hexagonale Pyramiden der dritten Art; ihre

Flächen sind weder auf den normalen, noch auf den diagonalen Hauptschnitten rechtwinkelig, und ihre Mittelkanten schneiden die Nebenaxen unter Winkeln welche $>30^0$ und $<90^0$ sind, ohne doch den Werth von 60^0 zu erreichen.

Die Grundform einer jeden hexagonalen Krystallreihe ist allemal eine Pyramide der ersten Art, oder auch eine hemiëdrische Form derselben.

§. 105. Dihexagonale Pyramiden.

Die dihexagonalen Pyramiden sind von 24 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und haben 36 Kanten und 14 Ecke; Fig. 142.

Die Kanten sind insgesammt symmetrisch, aber dreierlei: 12 kürzere stumpfere Polkanten, 12 längere schärfere Polkanten und 12 Mittelkanten.

Die Ecke sind gleichfalls dreierlei: 2 dihexagonale Polecke, 6 stumpfere und 6 spitzere rhombische Mittelecke.

Alle Querschnitte sind Dihexagone.

Die Polkanten und Mittelecke liegen allemal in den beiderlei verticalen Hauptschnitten, weshalb sie, gerade so wie im Tetragonalsysteme (§. 26.), als normale und diagonale Polkanten und Mittelecke unterschieden werden.

§. 106. Rhomboëder.

Die Rhomboëder sind von 6 Rhomben umschlossene Formen, deren Mittelkanten nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen; sie haben 12 Kanten und 8 Ecke; Fig. 143.

Die Kanten sind zweierlei: 6 symmetrische Polkanten und 6 unregelmässige Mittelkanten; beide sind gleichlang und ihrem Winkelmaasse nach supplementär.

Die Ecke sind gleichfalls zweierlei: 2 trigonale Polecke und 6 unregelmässig dreiflächige Mittelecke.

Die Querschnitte sind theils gleichseitige Dreiecke, theils gleichwinkelige Sechsecke, der Mittelquerschnitt ist ein reguläres Hexagon.

Die Rhomboëder sind, eben so wie die hexagonalen Pyramiden, ihrer Flächenstellung nach als Rhomboëder der ersten, zweiten und dritten Art zu unterscheiden, von welchen die ersteren sehr häufig, die beiden anderen nur selten in der Natur vorkommen.

Ausserdem unterscheidet man die Rhomboëder als stumpfe und spitze Rhomboëder, je nachdem der Polkantenwinkel $>$ oder $<$ 90^{0} ist; wird dieser Winkel $=$ 90^{0}, so werden die Flächen Quadrate, und das Rhomboëder verwandelt sich in das Hexaëder, welches zwar im Hexagonalsysteme nicht vorkommen kann, desungeachtet aber (ungefähr so, wie das reguläre Oktaëder zwischen den stumpfen und spitzen tetragonalen Pyramiden §. 75.) ein ideales Trennungsglied zwischen den spitzen und stumpfen Rhomboëdern bildet.

§. 107. Hexagonale Skalenoëder.

Die hexagonalen Skalenoëder sind von 12 ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen; sie haben 18 Kanten und 8 Ecke; Fig. 144.

Ihre Flächen gruppiren sich sehr auffallend in 6 Flächenpaare.

Die Kanten sind dreierlei: 6 symmetrische, längere, stumpfere, und 6 dergleichen kürzere, schärfere Polkanten, sowie 6 unregelmässige Mittelkanten.

Die Ecke sind zweierlei: 2 ditrigonale Polecke und 6 unregelmässig vierflächige Mittelecke.

Die Querschnitte sind theils Ditrigone, theils unregelmässige Zwölfecke, der Mittelquerschnitt aber ist ein Dihexagon.

In denen bis jetzt beobachteten Varietäten dieser Formen verbinden die Nebenaxen die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Mittelkanten.

§. 108. Trigonale und hexagonale Trapezoëder.

Die trigonalen Trapezoëder sind von 6 gleichschenkeligen Trapezoiden umschlossene Formen, deren Mittelkan-

ten nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen; sie haben 12 Kanten und 8 Ecke; Fig. 115.

Die Kanten sind unregelmässig und dreierlei: 6 Polkanten, 3 längere, stumpfere, und 3 kürzere, schärfere Mittelkanten.

Die Ecke sind zweierlei: 2 trigonale Polecke, und 6 unregelmässige dreiflächige Mittelecke.

Die Nebenaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüber liegender Mittelkanten.

Die Querschnitte sind theils trigonal, theils unregelmässig sechsseitig; der Mittelquerschnitt ist ein Ditrigon.

Von jeder dieser Formen giebt es zwei, in Bezug auf die Figur und Grösse ihrer Begränzungselemente vollkommen gleiche und ähnliche, allein in Bezug auf die Verknüpfung derselben wie ein rechtes und linkes Ding desselben Paares verschiedene Exemplare (vergl. §. 78).

Dasselbe gilt auch von den hexagonalen Trapezoëdern, Fig. 116, welche sehr grosse Analogieen mit den trigonalen Trapezoëdern zeigen. Man braucht in der vorhergehenden Beschreibung nur die Anzahl der Flächen, der Kanten und der Mittelecke zu verdoppeln und die Prädicate der Querschnitte angemessen umzuändern, um die Beschreibung der hexagonalen Trapezoëder zu erhalten. Beide Arten von Trapezoëdern sind bis jetzt nur am Quarze beobachtet worden, an welchem eigentlich blos trigonale Trapezoëder vorkommen, jedoch bei gleichzeitiger Ausbildung zweier complementärer Formen dieser Art auch wohl hexagonale Trapezoëder entstehen können.

Uebrigens haben diese Trapezoëder keinen Flächen-Parallelismus.

§. 108a. Prismen und Pinakoid.

Die trigonalen Prismen sind Inbegriffe von drei, der Hauptaxe parallelen Flächen, deren Querschnitt ein reguläres Trigon (oder ein gleichseitiges Dreieck) ist; man unterscheidet das erste und das zweite trigonale Prisma,

von denen jenes am Turmaline und Rothgiltigerze sehr häufig, dieses am Quarze sehr selten vorkommt.

Die hexagonalen Prismen sind Inbegriffe von sechs, der Hauptaxe parallelen Flächen, deren Querschnitt ein reguläres Hexagon ist; man unterscheidet sie, nach ähnlichen Kriterien wie die hexagonalen Pyramiden, als hexagonale Prismen der ersten, zweiten und dritten Art, von welchen die beiden ersteren, als singuläre und besonders häufige Formen, auch schlechthin das erste und das zweite Prisma genannt werden.

Die ditrigonalen Prismen sind Inbegriffe von sechs, der Hauptaxe parallelen Flächen, deren Querschnitt ein Ditrigon (§. 2) ist; sie erscheinen häufig am Turmaline und Rothgiltigerze, sehr selten am Quarze.

Die dihexagonalen Prismen endlich sind Inbegriffe von zwölf, der Hauptaxe parallelen Flächen, deren Querschnitt ein Dihexagon ist.

Alle diese Prismen sind offene, den Raum nicht allseitig umschliessende Formen, können daher auch nur in Combinationen mit anderen Formen erscheinen, und bilden einestheils die säulenförmigen Krystalle des Hexagonalsystemes, während ihre Flächen auch anderntheils nur als schmale Randflächen tafelförmiger, pyramidaler, rhomboëdrischer u. a. Formen auftreten.

Das Pinakoid ist ein der Basis paralleles Flächenpaar, kann daher für sich allein gar nicht vorkommen, liefert aber die beiden hauptsächlichen Begränzungsflächen der tafelförmigen Krystalle des Systemes.

§. 109. Holoëdrische und hemiëdrische Formen des Hexagonalsystemes.

Aus dem Mangel des Flächen-Parallelismus folgt sogleich, dass die trigonalen Pyramiden, die trigonalen und hexagonalen Trapezoëder (und so auch die trigonalen und ditrigonalen Prismen) keine holoëdrischen, sondern hemiëdrische oder zum Theil auch tetartoëdrische Gestalten sein werden. Aus einer Vergleichung der Symmetrie-Verhält-

nisse des hexagonalen Axensystems mit denen der übrigen Formen ergiebt sich aber, dass auch die Rhomboëder, die Skalenoëder und die hexagonalen Pyramiden der dritten Art (so wie die gleichnamigen hexagonalen Prismen) nur hemiëdrische oder, nach Befinden, tetartoëdrische Formen sein können.

Demnach erhalten wir folgende vorläufige Uebersicht der hexagonalen Formen.

A) Holoëdrische Formen:

1) hexagonale Pyramiden und Prisma der ersten Art,
2) hexagonale Pyramiden und Prisma der zweiten Art und
3) dihexagonale Pyramiden und Prismen.

B) Hemiëdrische (oder tetartoëdrische) Formen;

a) geneigtflächige:

1) trigonale Pyramiden,
2) trigonale Trapezoëder,
3) hexagonale Trapezoëder und
4) trigonale und ditrigonale Prismen.

b) parallelflächige:

1) Rhomboëder,
2) Skalenoëder und
3) hexagonale Pyramiden und Prismen der dritten Art.

Das Pinakoid gehört zu allen diesen Abtheilungen von Formen.

II. Ableitung und Bezeichnung der hexagonalen Formen.

§. 110. Ableitung der holoëdrischen Formen.

Diese Ableitung wird ganz auf ähnliche Weise eingeleitet und durchgeführt, wie im Tetragonalsysteme (§§, 81 und 82). Man wählt also irgend eine Pyramide zur Grundform, bezeichnet sie mit P, und setzt die halbe Nebenaxe $=1$, die halbe Hauptaxe $=a$. Aus dieser Grundform, welche zugleich die Lage des Axensystemes bestimmt, werden nun zuvörderst die sämmtlichen hexagonalen Pyramiden der ersten Art dadurch abgeleitet, dass man ihre Hauptaxe mit der Ableitungszahl m multiplicirt, welche theils kleiner, theils grösser als 1 sein, und einer-

seits bis auf ∞ wachsen, anderseits bis auf 0 abnehmen kann. Für jeden besonderen Werth von m legt man durch die Mittelkanten der Grundform Ebenen, welche zugleich die Endpunkte der so verlängerten oder verkürzten Hauptaxe schneiden, und gelangt dadurch auf eine andere Pyramide mP, welche theils flacher, theils spitzer als P, jedenfalls aber mit gleicher Basis und Flächenstellung begabt ist. Die Gränzformen dieser Ableitung sind 0P, oder das Pinakoid, und ∞P, oder ein indefinites hexagonales Prisma, und es lassen sich alle möglichen, auf diese Weise abzuleitenden Gestalten wiederum in eine Reihe von der Form

$$0P \ldots\ldots \overset{m<1}{mP} \ldots\ldots P \ldots\ldots \overset{m>1}{mP} \ldots\ldots \infty P$$

zusammenstellen, welche wir die Hauptreihe oder Grundreihe des Hexagonalsystemes nennen wollen, und in welcher die sämmtlichen hexagonalen Pyramiden der ersten Art, so wie das gleichnamige Prisma enthalten sind.

§. 111. Fortsetzung.

Aus einem jeden beliebigen Gliede mP dieser Hauptreihe lassen sich nun ferner durch angemessene Vergrösserungen der Nebenaxen nach einem Coëfficienten n viele dihexagonale Pyramiden ableiten. Man multiplicire nämlich jede halbe Nebenaxe mit einer Zahl n, welche grösser als 1, jedoch kleiner als 2 ist, und lege hierauf in jede Polkante der Pyramide mP zwei Flächen, welche die nicht zu dieser Polkante gehörigen, aber beiderseits zunächst liegenden halben Nebenaxen in ihren neuen Endpunkten schneiden, so erhält man in allen Fällen eine dihexagonale Pyramide. — Der Coëfficient n muss nämlich rational und >1, kann aber nie >2 sein, weil sich schon für diesen Werth die dihexagonale Figur der Basis in das, um die Basis von mP regelmässig umschriebene Hexagon verwandelt, welches die Basis aller hexagonalen Pyramiden der zweiten Art ist. Für jeden, zwischen 1 und 2 liegenden Werth von n resultirt daher in der That eine dihexagonale Pyramide, deren Zeichen allgemein mPn, für den Gränzwerth 2 dagegen wiederum eine hexagonale

Pyramide von dem Zeichen $mP2$, welche jedoch eine Pyramide der zweiten Art ist. Der ganze Inbegriff der, für verschiedene Werthe von n aus einem und demselben Gliede der Hauptreihe abzuleitenden Formen lässt sich also unter dem Schema der Reihe

$$mP \;\ldots\ldots\; mPn \;\ldots\ldots\; mP2$$

darstellen. Da nun ∞P gleichfalls derselben Ableitung unterworfen sein muss, so giebt es auch eine Reihe

$$\infty P \;\ldots\ldots\; \infty Pn \;\ldots\ldots\; \infty P2,$$

deren mittlere Glieder lauter dihexagonale Prismen von verschiedenen Querschnitten sein werden, während die Gränzglieder einerseits das erste hexagonale Prisma ∞P, anderseits das zweite hexagonale Prisma $\infty P2$ darstellen. Beide diese letzteren Prismen stumpfen sich gegenseitig ihre Seitenkanten ab, und bilden daher in ihrer Combination ein gleichwinkeliges zwölfseitiges Prisma.

§. 112. Uebersicht der holoëdrischen Formen des Hexagonalsystems.

Die sämmtlichen, durch die Constructionen der beiden vorhergehenden §§. abzuleitenden Gestalten lassen sich in folgendem Schema vereinigen, welches eine vollständige und wohlgeordnete Uebersicht aller holoëdrischen Formen des Hexagonalsystems gewährt:

0P	mP	P	mP	∞P
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
0P	mPn	Pn	mPn	∞Pn
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
0P	$mP2$	P2	$mP2$	$\infty P2$

Für dieses Schema gelten, ganz wie in §. 83, folgende Regeln:

1.) Jede *horizontale* Reihe enthält lauter Formen von ähnlichen und ähnlich liegenden Querschnitten.

2.) Jede *verticale* Reihe begreift Formen von gleicher Länge der Hauptaxe und von ähnlichen normalen Hauptschnitten.

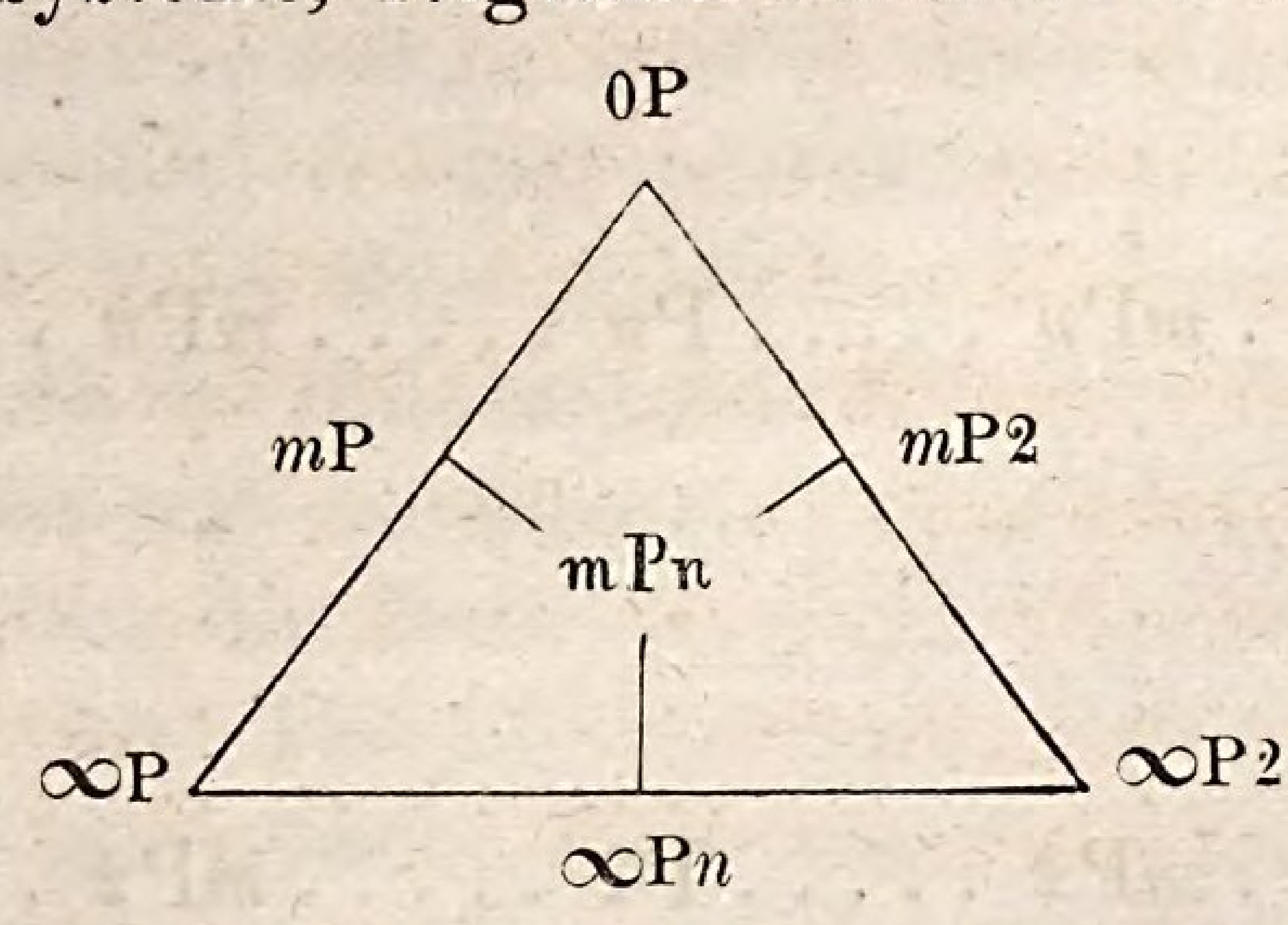
3.) Die *oberste* horizontale Reihe, welche wir die *Haupt-* oder *Grundreihe* des Systemes nannten, begreift alle hexagonalen Pyramiden und das hexagonale Pisma der *ersten* Art.

4.) Die *unterste* horizontale Reihe, welche wir künftig die *Nebenreihe* oder *Gränzreihe* des Systemes nennen wollen, begreift alle hexagonalen Pyramiden und das hexagonale Prisma der *zweiten* Art.

5.) Die *mittleren* Reihen, deren so viele möglich sind, als es rationale, zwischen 1 und 2 liegende Werthe von n giebt, enthalten lauter *dihexagonale* Pyramiden und Prismen, und zwar begreift jede einzelne dieser Reihen nur solche Gestalten von *ähnlichen* Querschnitten; wir wollen künftig diese Reihen die *Zwischenreihen* nennen.

Es kann aber offenbar keine holoëdrische Gestalt des Hexagonalsystemes geben, welche nicht ihre Stelle in der einen oder anderen Reihe dieses Schemas fände, weshalb solches das ganze System in möglichster Vollständigkeit repräsentirt.

Uebrigens lassen sich auch in diesem Systeme die Resultate der Ableitung in einem etwas einfacheren, triangulären Schema zusammenfassen, welches, ganz ähnlich wie im Tetragonalsysteme, folgendermaassen zu schreiben ist:



In der *Mitte* des Dreieckes stehen die dihexagonalen Pyramiden, als die allgemeinen Repräsentanten der holo-

ëdrischen Formen; an den drei Eckpunkten stehen die drei singulären Formen des Systemes; die linke Dreieckseite begreift die Formen der Grundreihe, die rechte Dreieckseite die Formen der Gränzreihe, und die untere Dreieckseite sämmtliche Prismen des Systems.

§. 113. Ableitung der hemiëdrischen Formen.

Wenn wir die verschiedenen Modalitäten der hemiëdrischen Ausbildung des Hexagonalsystemes kennen lernen wollen, so haben wir dabei genau denselben Weg einzuschlagen und zu verfolgen, wie solches in den §§. 84 und 85 für das Tetragonalsystem geschehen ist. Wir finden durch eine fast buchstäbliche Wiederholung der dort angestellten Betrachtungen, dass die dihexagonale Pyramide, als der allgemeine Repräsentant aller holoëdrischen Formen, auf dreierlei verschiedene Weise hemiëdrisch ausgebildet sein kann, und dass also überhaupt drei Arten der Hemiëdrie zu unterscheiden sind, welche auch hier wiederum, nach den für die dihexagonale Pyramide hervortretenden Resultaten, als trapezoëdrische, als skalenoëdrische und als pyramidale Hemiëdrie bezeichnet werden können.

Die erste Art der Hemiëdrie setzt nämlich voraus, dass an einer dihexagonalen Pyramide mPn die abwechselnden einzelnen Flächen zur Vergrösserung gelangen, wodurch sich die Pyramide in ein hexagonales Trapezoëder verwandelt. Die beiden, aus einer und derselben Pyramide abzuleitenden Trapezoëder sind wiederum wie rechts und links verschieden, und erhalten daher die Zeichen $r\frac{mPn}{2}$ und $l\frac{mPn}{2}$.

Bringt man dasselbe Gesetz der Hemiëdrie für die übrigen (vorher auf dihexagonale Pyramiden reducirten) Formen in Anwendung, so erhält man, gerade so wie in §. 84, das Resultat, dass diese Formen durchaus keine wesentliche Veränderung ihrer Configuration erleiden; daher kann denn auch das Vorhandensein dieser Hemiëdrie lediglich an der eigenthümlichen Ausbildungsart der dihexagonalen Pyramiden erkannt werden. Der Quarz zeigt zwar

bisweilen hexagonale Trapezoëder, welche aber eigentlich als das Resultat der gleichzeitigen Ausbildung zweier complementärer trigonaler Trapezoëder zu betrachten sind, so dass bis jetzt noch keine hexagonale Mineralspecies bekannt ist, an welcher diese Hemiëdrie verwirklicht wäre.

§. 114. Fortsetzung.

Die zweite Art der Hemiëdrie, welche eine Vergrösserung der, an den abwechselnden diagonalen Polkanten gelegenen Flächenpaare von mPn voraussetzt, führt auf ein hexagonales Skalenoëder, weshalb sie auch den Namen der skalenoëdrischen Hemiëdrie führt (§. 85). Die beiden, aus einem und demselben mPn abgeleiteten Skalenoëder sind wiederum völlig gleich und ähnlich, und nur durch ihre Stellung verschieden, weshalb sie durch die Vorzeichen + und — oder auch dadurch unterschieden werden können, dass man das Symbol P der Grundgestalt entweder ohne oder mit einem Accente schreibt.

Wird dasselbe Gesetz für die hexagonalen Pyramiden der Grundreihe verwirklicht, so findet man, dass sich solche in Rhomboëder, und zwar in Rhomboëder der ersten Art (§. 106), verwandeln, zu welchen die meisten in der Natur vorkommenden Gestalten dieses Namens gehören, und deren Zeichen daher $\pm\frac{mP}{2}$, oder $\frac{mP}{2}$ und $\frac{mP'}{2}$ zu schreiben sein würde. Alle übrigen holoëdrischen Formen des Hexagonalsystemes bleiben dagegen gänzlich unverändert, und erscheinen mit ihrer vollständigen Flächenzahl; daher giebt sich denn auch die skalenoëdrische Hemiëdrie lediglich an der eigenthümlichen Ausbildungsart der dihexagonalen und der Pyramiden der Hauptreihe zu erkennen. Die Mehrzahl der hexagonal krystallisirenden Mineralien ist dem Gesetze dieser Hemiëdrie unterworfen, welche deshalb eine ganz besondere Wichtigkeit erlangt. Der Kalkspath, die Silberblende, der Turmalin, das Glanzeisenerz, der Korund u. a. Species liefern sehr lehrreiche Beispiele.

Da nun die Rhomboëder weit häufiger vorkommen, als die Skalenoëder, und als die gewöhnlichsten Producte die-

ser Hemiëdrie zu betrachten sind, so kann man solche auch füglich die rhomboëdrische Hemiëdrie nennen, unter welchem Namen wir sie auch künftig aufführen werden.

Die dritte Art der Hemiëdrie endlich, welche eine Vergrösserung der, an den abwechselnden Mittelkanten gelegenen Flächenpaare von $m\mathrm{P}n$ voraussetzt, liefert eine hexagonale Pyramide der dritten Art. Auch hier erscheinen die beiden, aus einer und derselben Stammform $m\mathrm{P}n$ abzuleitenden derartigen Pyramiden als rechts und links verwendet, wenn man sie nämlich mit den Pyramiden der Hauptreihe vergleicht; aber diese Verschiedenheit ist wiederum relativ, gerade so, wie es mit den analogen Gestalten im Tetragonalsysteme der Fall war (§. 85), weshalb denn auch hier die Zeichen $\frac{r}{l}\,\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ und $\frac{l}{r}\,\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ sehr zweckmässig zu ihrer Unterscheidung dienen können.

Versucht man, dasselbe Gesetz auf die übrigen holoëdrischen Gestalten in Anwendung zu bringen, so ergiebt sich, dass nur noch die dihexagonalen Prismen $\infty\mathrm{P}n$ einer Veränderung unterliegen, indem sich solche in hexagonale Prismen der dritten Art verwandeln, während die Pyramiden und Prismen der Grundreihe sowohl als der Gränzreihe, gerade so, wie bei holoëdrischer Ausbildung des Systemes erscheinen. Die pyramidale Hemiëdrie offenbart sich daher lediglich in der eigenthümlichen Ausbildungsweise der Formen aus den Zwischenreihen, und hat für eine jede, ihrem Gesetze unterworfene Krystallreihe das merkwürdige Resultat zur Folge, dass in solcher Krystallreihe keine anderen Gestalten, als hexagonale Pyramiden und Prismen auftreten. Der Apatit liefert ein sehr ausgezeichnetes Beispiel dieser Hemiëdrie.

§. 115. Secundäre Ableitung und Bezeichnung der Rhomboëder und Skalenoëder.

In dem vorhergehenden §. haben wir die wesentlichen Beziehungen kennen gelernt, in welchen die ge-

wöhnlichen Rhomboëder und die Skalenoëder zu gewissen holoëdrischen Formen des Hexagonalsystemes stehen. Aus der Ableitung derselben ergab sich zugleich ihre eigentliche und ursprüngliche Bezeichnung, in welcher jene wesentlichen Beziehungen zu ihren Stammformen ausgedrückt sein mussten. Es lässt sich jedoch für die Rhomboëder und Skalenoëder ausser dieser ursprünglichen noch eine andere, secundäre Ableitung und Bezeichnung geltend machen, welche jedenfalls mehr repräsentativ für die Einbildungskraft und einfacher in ihren numerischen Elementen ist, weshalb sie, namentlich für das praktische Bedürfniss der Mineralogie, der ursprünglichen Ableitung und Bezeichnung vorzuziehen sein dürfte.

Diese secundäre Ableitung der Skalenoëder beruht darauf, dass die Mittelkanten eines jeden Skalenoëders $\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ genau dieselbe Lage haben, wie die Mittelkanten eines gewissen Rhomboëders $\frac{m'\mathrm{P}}{2}$, welches wir das eingeschriebene Rhomboëder, oder auch das Rhomboëder der Mittelkanten nennen wollen.

Die Ableitungszahl m' dieses Rhomboëders ist $= \frac{m(2-n)}{n}$. Man begreift nun leicht, dass man die Hauptaxe dieses Rhomboëders nur nach einem Coëfficienten $n' = \frac{n}{2-n}$ zu vervielfältigen braucht, um ihr wieder dieselbe Länge zu geben, welche sie im Skalenoëder $\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ hat. Legt man hierauf durch jede Mittelkante des Rhomboëders zwei Ebenen, von welchen die eine den oberen, die andere den unteren Endpunkt der verlängerten Hauptaxe schneidet, so ist offenbar das gegebene Skalenoëder $\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ durch Umschreibung um sein eingeschriebenes Rhomboëder construirt oder abgeleitet worden. Alle Skalenoëder, für welche der Ausdruck $\frac{m(2-n)}{n}$ denselben Werth giebt, haben natürlich

dasselbe Rhomboëder der Mittelkanten, und werden daher auch aus einem und demselben Rhomboëder abzuleiten sein, indem man dessen Hauptaxe verschiedenen Verlängerungen unterwirft, wie solche durch die verschiedenen Werthe von $\frac{n}{2-n}$ bestimmt werden. Da 1 der kleinste, und 2 der grösste Werth von n ist, so wird die Hauptaxe eines jeden Rhomboëders alle möglichen Verlängerungen von 1 bis ∞ erfahren können, und demnach aus jedem Rhomboëder eine grosse Anzahl von Skalenoëdern abzuleiten sein, welche sich einerseits immer mehr dem Rhomboëder selbst, anderseits einem hexagonalen Prisma nähern werden, welches kein anderes, als das Prisma ∞P2 der Nebenreihe ist. Da nun diese Ableitung aus jedem beliebigen, sowohl flachen als auch spitzen Rhomboëder, und für jeden beliebigen Werth der Ableitungszahl n' zwischen 1 und ∞ vorgenommen werden kann, so wird es kein Skalenoëder geben können, welches nicht auf diese Weise aus seinem eingeschriebenen Rhomboëder abzuleiten wäre. Das krystallographische Zeichen der so abgeleiteten Skalenoëder lässt sich allgemein m'Rn' schreiben, indem man den Buchstaben R als ein eigenthümliches Grundelement zur Bezeichnung der Rhomboëder einführt, und die Ableitungszahl n', obwohl sie sich nicht auf die Nebenaxen, sondern wiederum auf die Hauptaxe bezieht, rechts von dem Buchstaben R schreibt.

Hat man sich einmal entschlossen, nur von der secundären Ableitung und Bezeichnung Gebrauch zu machen, so schreibt man die Hauptreihe des Systems sogleich als die Reihe der Rhomboëder

0R $\pm m$R $\pm$R $+m$R ∞R,

welche einerseits durch das Pinakoid 0R, anderseits durch das erste hexagonale Prisma ∞R begränzt wird. Aus jedem Rhomboëder mR wird nun eine Reihe von Skalenoëdern,

mR , mRn mR∞

abgeleitet, welche einerseits durch das Rhomboëder mR selbst, anderseits durch die Gestalt mR∞ begränzt wird, die in jedem Falle (d. h. für jeden beliebigen Werth von

m) immer nur das Prisma $\infty P2$ ist. Verbindet man die Reihen der Skalenoëder mit der Reihe der Rhomboëder, und fügt man noch die Reihe der hexagonalen Pyramiden der zweiten Art hinzu, so erhält man für das Hexagonalsystem in seiner rhomboëdrisch-hemiëdrischen Ausbildungsweise folgendes Schema:

	$m<1$		$m<1$	
$0R$	mR	R	mR	∞R
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$0R$	mRn	Rn	mRn	∞Rn
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$0R$	$mR\infty$	$R\infty$	$mR\infty$	$\infty R\infty$
		$\infty P2$		
$0P$	$mP2$	$P2$	$mP2$	$\infty P2$

In diesem Schema tritt freilich der wesentliche Zusammenhang zwischen den Skalenoëdern und den hexagonalen Pyramiden $mP2$ nicht mehr hervor, was auch ganz natürlich ist, wenn man bedenkt, dass sich diese ganze Ableitung zunächst auf die Mittelkanten der Rhomboëder stützt, welche unter keiner Bedingung mit den Mittelkanten der hexagonalen Pyramiden identisch werden können.

Die oberste horizontale Reihe dieses Schemas, welche wir wiederum die Hauptreihe nennen, begreift alle Rhomboëder und das hexagonale Prisma der ersten Art.

Die unterste, abgesonderte horizontale Reihe, welche den Namen der Nebenreihe beibehält, begreift alle hexagonalen Pyramiden und das gleichnamige Prisma der zweiten Art.

Die mittleren horizontalen Reihen, mit Ausnahme der eingeklammerten, begreifen lauter Skalenoëder und dihexagonale Prismen, und zwar jede einzelne Reihe (für

welche derselbe Werth von n gilt) nur solche Gestalten von ähnlichen Querschnitten. Die eingeklammerte Reihe selbst enthält dagegen nur eine und dieselbe Gestalt, nämlich das hexagonale Prisma der zweiten Art, oder ∞P2.

Wir haben bisher je zwei complementäre Rhomboëder oder Skalenoëder durch die Stellungszeichen + und — unterschieden, von denen das erstere in der Regel gar nicht geschrieben zu werden braucht; man könnte auch den zweiten Gegenkörper durch einen dem Buchstaben R beigefügten Accent bezeichnen, so dass mR und mR′ die beiden aus mP abgeleiteten Rhomboëder, mRn und mR′n die aus diesen zwei Rhomboëdern abgeleiteten complementären Skalenoëder bedeuten würden, was allerdings in typographischer Hinsicht einige Abkürzung gewährt.

§. 116. Tetartoëdrie des Hexagonalsystems.

Wie die Hemiëdrie, so ist auch die Tetartoëdrie zunächst in Bezug auf die dihexagonalen Pyramiden zu erforschen, wenn man die Gesetzmässigkeit der Erscheinung durch die übrigen Gestalten hindurch mit Sicherheit verfolgen will. Gehen wir dabei von der Voraussetzung aus, dass je vier, über einem und demselben Sextanten der Basis liegende Flächen von mPn ein Glied der Pyramide bilden, und dass in jedem der sechs Glieder eine Fläche bleiben soll, während die drei übrigen verschwinden, so wird nothwendig, wegen des in §. 12 erwähnten Symmetriegesetzes, in den drei abwechselnden Gliedern eine obere, und in den drei übrigen Gliedern eine untere Fläche bleiben müssen. Dabei können jedoch die oberen mit den unteren Flächen in Bezug auf rechts und links entweder eine übereinstimmende, oder eine entgegengesetzte Lage haben. Diess giebt zwei Arten der Tetartoëdrie, die wir nach den Resultaten, welche sie für die Erscheinungsweise der dihexagonalen Pyramiden zur Folge haben, mit den Namen der rhomboëdrischen und der trapezoëdrischen Tetartoëdrie bezeichnen wollen.

Rhomboëdrische Tetartoëdrie. Wenn in einer dihexagonalen Pyramide $m\mathrm{P}n$ die, in den abwechselnden Gliedern nach oben und unten entgegengesetzt, nach rechts und links übereinstimmend liegenden einzelnen Flächen vergrössert werden, so entsteht ein Rhomboëder der dritten Art, wie man sich sehr leicht dadurch überzeugen kann, dass die so bestimmten Flächen in der That keine anderen, als die abwechselnden einzelnen Flächen der, in §. 114 abgeleiteten hexagonalen Pyramiden der dritten Art sind. Die Zeichen der vier, aus einer und derselben Pyramide $m\mathrm{P}n$ abzuleitenden Rhomboëder der dritten Art sind $\pm\frac{r}{l}\frac{m\mathrm{P}n}{4}$ und $\pm\frac{l}{r}\frac{m\mathrm{P}n}{4}$.

Für die übrigen holoëdrischen Gestalten lassen sich sehr leicht folgende Resultate ableiten.

Die dihexagonalen Prismen $\infty\mathrm{P}n$ verwandeln sich in hexagonale Prismen der dritten Art.

Die hexagonalen Pyramiden der Hauptreihe $m\mathrm{P}$ verwandeln sich in Rhomboëder der ersten Art.

Die hexagonalen Pyramiden der Nebenreihe $m\mathrm{P}2$ verwandeln sich in Rhomboëder der zweiten Art, denen wir also hier zum ersten Male begegnen.

Die beiden hexagonalen Prismen $\infty\mathrm{P}$ uud $\infty\mathrm{P}2$ erscheinen vollständig mit allen 6 Flächen.

Im Allgemeinen erscheinen daher sämmtliche Pyramiden als Rhomboëder, und sämmtliche Prismen als hexagonale Prismen.

Bis jetzt ist diese Art der Tetartoëdrie besonders an gewissen Varietäten des Titaneisenerzes und am Dioptas beobachtet worden.

§. 117. Fortsetzung.

Trapezoëdrische Tetartoëdrie. Wenn in einer dihexagonalen Pyramide $m\mathrm{P}n$ die, in den abwechselnden Gliedern nach oben und unten sowohl, als auch nach rechts und links entgegengesetzt oder widersinnig liegenden Flächen vergrössert werden, so entsteht ein trigonales Trapezoëder, wie man sich am leichtesten überzeugen

kann, wenn man erwägt, dass die so bestimmten Flächen keine anderen, als die an den abwechselnden Mittelkanten gelegenen Flächenpaare der in §. 114 abgeleiteten hexagonalen Skalenoëder, oder auch die abwechselnden einzelnen Flächen der, in §. 113 abgeleiteten hexagonalen Trapezoëder sind. Die Zeichen von je vier, aus einer und derselben Pyramide mPn abzuleitenden trigonalen Trapezoëdern sind $\pm r \frac{mPn}{4}$ und $\pm l \frac{mPn}{4}$.

Für die übrigen holoëdrischen Gestalten erhält man durch buchstäblich genaue Vollziehung desselben Gesetzes (nachdem sie vorher auf dihexagonale Pyramiden zurückgeführt worden sind) folgende Resultate.

Die dihexagonalen Prismen ∞Pn verwandeln sich in ditrigonale Prismen.

Die hexagonalen Pyramiden mP der Hauptreihe erscheinen als Rhomboëder der ersten Art.

Die hexagonalen Pyramiden mP2 der Nebenreihe gehen in trigonale Pyramiden über.

Das hexagonale Prisma ∞P bleibt unverändert, während sich das hexagonale Prisma ∞P2 in zwei trigonale Prismen sondert, deren jedes für sich erscheinen kann, obgleich auch beide gleichzeitig ausgebildet sein können*).

Mit Ausnahme des Prismas ∞P erleiden also alle Formen eine wesentliche Gestaltveränderung durch diese Tetartoëdrie, welche bis jetzt nur an gewissen Varietäten der Species Quarz, und zwar insbesondere am Bergkrystall beobachtet worden ist.

III. Berechnung der hexagonalen Formen.

§. 118. Berechnung der holoëdrischen Formen.

In Gemässheit von §. 22 und in Uebereinstimmung mit §. 86 werden wir uns auch in diesem Systeme auf die Berechnung der Kantenwinkel aus den Ableitungs-

*) Phillips sagt ausdrücklich von ∞P2 am Quarze: its planes replace sometimes only the alternate edges of the prism ∞P.

zahlen, und dieser aus jenen, so wie auf die Berechnung der Zwischenaxen beschränken.

Kantenwinkel. In einer jeden dihexagonalen Pyramide mPn sei

die normale Polkante $= X$,
die diagonale Polkante $= Y$,
die Mittelkante $= Z$,

so wird, wenn $4m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2=M$ ist,

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(n^2-2+2n)+3n^2}{M}$$

$$\cos Y = -\frac{2m^2a^2(4n-n^2-1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{4m^2a^2(n^2-n+1)-3n^2}{M}$$

Die Cosinus der halben Winkel sind:

$$\cos\tfrac{1}{2}X = \frac{ma(2-n)}{\sqrt{M}}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}Y = \frac{ma(n-1)\sqrt{3}}{\sqrt{M}}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}Z = \frac{n\sqrt{3}}{\sqrt{M}}$$

Hieraus folgen die Proportionen:

$\cos\tfrac{1}{2}X : \cos\tfrac{1}{2}Z = ma(2-n) : n\sqrt{3}$,
$\cos\tfrac{1}{2}Y : \cos\tfrac{1}{2}Z = ma(n-1) : n$,
$\cos\tfrac{1}{2}X : \cos\tfrac{1}{2}Y = 2-n : (n-1)\sqrt{3}$;

auch ergiebt sich, dass $X = Y$, wenn $n = \tfrac{1}{2}(1+\sqrt{3})$, und dass also regelmässig zwölfseitige Pyramiden in der Natur nicht vorkommen können, weil sie eine irrationale Ableitungszahl voraussetzen (§. 15).

Zwischenaxen. Für eine jede dihexagonale Form mPn bestimmt sich R oder die Länge der halben Zwischenaxe

$$R = \frac{n\sqrt{3}}{n+1}$$

In den Pyramiden der Hauptreihe wird $R = \sqrt{\tfrac{3}{4}}$; betrachtet man diesen Werth als den Grundwerth der Zwischenaxen, so wird der Coëfficient r, mit welchem dieser

Grundwerth multiplicirt werden muss, um die Zwischenaxe irgend einer Form $m\mathrm{P}n$ zu erhalten:

$$r = \frac{2n}{n+1}$$

Für das dihexagonale Prisma $\infty\mathrm{P}n$ wird

$$cos\, X = -\frac{n^2+2n-2}{2(n^2-n+1)}$$

$$cos\, Y = -\frac{4n-n^2-1}{2(n^2-n+1)}$$

oder auch

$$tang\, \tfrac{1}{2} X = \frac{n\sqrt{3}}{2-n}$$

$$tang\, \tfrac{1}{2} Y = \frac{n+1}{(n-1)\sqrt{3}}$$

während der Coëfficient r seinen vorhergehenden Werth behauptet, da er von m unabhängig ist.

In jeder hexagonalen Pyramide $m\mathrm{P}$ der Haupt- oder Grundreihe muss nun die Polkante mit X, die Mittelkante mit Z bezeichnet werden, und man findet unmittelbar aus den obigen Ausdrücken:

$$cos\, X = -\frac{2m^2a^2+3}{4m^2a^2+3}$$

$$cos\, Z = -\frac{4m^2a^2-3}{4m^2a^2+3},$$

so wie

$$cos\, \tfrac{1}{2} X : cos\, \tfrac{1}{2} Z = ma : \sqrt{3}$$

und endlich

$$r = 1.$$

In jeder hexagonalen Pyramide $m\mathrm{P}2$ der Neben- oder Gränzreihe muss dagegen die Polkante mit Y bezeichnet werden, während die Mittelkante den Buchstaben Z behält;

man findet:

$$cos\, Y = -\frac{m^2a^2+2}{2(m^2a^2+1)}$$

$$cos\, Z = -\frac{{}^2ma^2-1}{m^2a^2+1},$$

ferner

$$\cos\tfrac{1}{2}\,Y : \cos\tfrac{1}{2}\,Z = ma : 2,$$

und endlich

$$r = \tfrac{4}{3}.$$

In den hexagonalen Prismen ∞P und $\infty P2$ sind die Seitenkanten $= 120^{0}$, während r die vorhergehenden Werthe behält.

§. 119. Berechnung der hemiëdrischen Formen.*)

Hexagonale Trapezoëder. Wir bezeichnen in jedem hexagonalen Trapezoëder $r\frac{mPn}{2}$ oder $l\frac{mPn}{2}$

die Polkanten mit X,
die normalen Mittelkanten mit Z und
die diagonalen Mittelkanten mit Z',

so bestimmt sich

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z' = -\frac{2m^2a^2(4n-n^2-1)-3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{2m^2a^2(n^2+2n-2)-3n^2}{M}$$

Hexagonale Skalenoëder. Wir bezeichnen in einem jeden hexagonalen Skalenoëder $\pm\frac{mPn}{2}$

die kürzeren, schärferen Polkanten mit X,
die längeren, stumpferen Polkanten mit Y,
die Mittelkanten mit Z,

und finden

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(2n^2-2n-1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Y = -\frac{2m^2a^2(4n-n^2-1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{2m^2a^2(n^2+2n-2)-3n^2}{M}$$

*) Da die tetartoëdrischen Formen sehr selten vorkommen, so übergehe ich die Berechnung derselben.

und für die halben Kantenwinkel

$$\cos\tfrac{1}{2}X = \frac{ma\sqrt{3}}{\sqrt{M}}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}Y = \frac{ma(n-1)\sqrt{3}}{\sqrt{M}}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}Z = \frac{man\sqrt{3}}{\sqrt{M}},$$

woraus die Proportionen folgen:

$$\cos\tfrac{1}{2}X : \cos\tfrac{1}{2}Y = 1 : n-1$$

$$\cos\tfrac{1}{2}X : \sin\tfrac{1}{2}Z = 1 : n$$

$$\cos\tfrac{1}{2}Y : \sin\tfrac{1}{2}Z = n-1 : n.$$

In dem Rhomboëder $\frac{mP}{2}$ ist die Polkante mit X, die Mittelkante mit Z zu bezeichnen, und es bestimmt sich

$$\cos X = \frac{2m^2a^2-3}{4m^2a^2+3}$$

$$\cos Z = -\cos X.$$

Hexagonale Pyramiden der dritten Art. Bezeichnet man ihre Polkanten mit X, ihre Mittelkanten mit Z, so wird

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{4m^2a^2(n^2-n+1)-3n^2}{M}$$

§. 120. Berechnung der Skalenoëder und Rhomboëder nach der secundären Bezeichnung.

In §. 115 haben wir gesehen, dass dem primitiven Zeichen des Skalenoëders $\frac{mPn}{2}$ das secundäre Zeichen $\frac{m(2-n)}{n}R\frac{n}{2-n}$ entspricht, woraus umgekehrt folgt, dass das secundäre Zeichen mRn mit dem primitiven Zeichen $mnP\frac{2n}{n+1}$ äquivalent ist. Wollen wir also die in §. 119 für die Skalenoëder gefundenen Formeln so ausdrücken, dass sie sich auf das secundäre Zeichen mRn beziehen, so

haben wir in diesen Formeln statt m den Werth mn, und statt n den Werth $\frac{2n}{n+1}$ zu substituiren. Man findet so

$$r = \frac{4n}{3n+1}$$

$$\cos X = -\frac{m^2a^2(3n^2-6n-1)+6}{2M}$$

$$\cos Y = -\frac{m^2a^2(3n^2-6n-1)+6}{2M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(3n^2-1)-3}{M},$$

wo $M = m^2a^2(3n^2+1)+3$ ist.

Ferner bestimmt sich

$$\cos\tfrac{1}{2}X : \cos\tfrac{1}{2}Y = n+1 : n-1$$

$$\cos\tfrac{1}{2}X : \sin\tfrac{1}{2}Z = n+1 : 2n$$

$$\cos\tfrac{1}{2}Y : \sin\tfrac{1}{2}Z = n-1 : 2n.$$

Bezeichnet man mit υ und ξ die Neigungswinkel der Polkanten Y und X gegen die Hauptaxe, so wird

$$\cot\xi = \frac{ma(3n-1)}{2\sqrt{3}}$$

$$\cot\upsilon = \frac{ma(3n+1)}{2\sqrt{3}}$$

Diese Winkel eines Skalenoëders $m\mathrm{R}n$ lassen sich auch so finden. Man berechnet zunächst den Winkel ξ' des eingeschriebenen Rhomboëders

$$\cot\xi' = ma\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

und findet dann

$$\tang\tfrac{1}{2}Z = n\cos\xi'\sqrt{3}$$

$$\cos\tfrac{1}{2}X = \frac{n+1}{2n}\sin\tfrac{1}{2}Z$$

$$\cos\tfrac{1}{2}Y = \frac{n-1}{2n}\sin\tfrac{1}{2}Z$$

$$\cot\upsilon = \tfrac{1}{2}(3n+1)\cot\xi'$$

$$\cot\xi = \tfrac{1}{2}(3n-1)\cot\xi'.$$

Für die Rhomboëder ändert sich nichts, wenn man das Zeichen $\frac{m\mathrm{P}}{2}$ mit dem Zeichen $m\mathrm{R}$ vertauscht. Es ist

daher wiederum für mR:

$$\cos X = \frac{2m^2a^2-3}{4m^2a^2+3}$$

$$\text{und } \cos Z = -\cos X.$$

Der Winkel ξ ist der Neigungswinkel der Polkante, der Winkel υ jener der geneigten Diagonalen der Rhomboëderflächen gegen die Hauptaxe, und es wird also für mR:

$$\cot\xi = ma\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

$$\cot\upsilon = 2ma\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

Bezeichnet man den halben, an der geneigten Diagonale (oder dem Polecke) anliegenden Flächenwinkel des Rhomboëders mit ζ, so wird

$$\cos\zeta = \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}X}$$

und eben so durch X ausgedrückt,

$$\cos\xi = \cot\tfrac{1}{2}X\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

$$\cos\upsilon = 2\cos\tfrac{1}{2}X\sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

Ist der Winkel ξ für die Grundform R irgend einer Krystallreihe bekannt, so findet sich der analoge Winkel ξ' jedes anderen Rhomboëders mR derselben Krystallreihe:

$$\cot\xi' = m\cot\xi$$

und dann

$$\cot\tfrac{1}{2}X' = \cos\xi'\sqrt{3},$$

mittels welcher Formeln sich die Polkanten der verschiedenen Rhomboëder einer und derselben Krystallreihe am leichtesten berechnen lassen. Für den Kalkspath zum Beispiel ist $\xi = 63^0\,45'$.

So wie die Mittelkanten eines jeden Skalenoëders mRn mit denen des Rhomboëders mR coincidiren, so entsprechen auch seine beiderlei Polkanten den Polkanten zweier Rhomboëder, welche man daher die Rhomboëder seiner Polkanten nennen kann. Das Rhomboëder der kürzeren Polkanten befindet sich in gleicher, das Rhomboëder der längeren Polkanten in verwendeter Stellung zu dem Skalenoëder;

jenes hat das Zeichen $\frac{1}{2}m(3n-1)$R,
dieses hat das Zeichen $-\frac{1}{2}m(3n+1)$R.

§. 121. Berechnung der Ableitungszahlen der holoëdrischen Formen aus ihren Kantenwinkeln.

I. Zur Bestimmung einer dihexagonalen Pyramide mPn sind im Allgemeinen zwei ihrer Kantenwinkel erforderlich, aus welchen sich die Ableitungszahlen m und n in folgender Weise berechnen:

1.) X und Z sind gegeben;

man sucht $\cos\nu = \dfrac{\cos\frac{1}{2}X}{\sin\frac{1}{2}Z}$

und findet $n - \frac{1}{2} = \tang(\nu - 30^0)\sqrt{\frac{3}{4}}$

$ma = \tang Z \frac{1}{2} \sin\nu.$

2.) Y und Z sind gegeben;

man sucht $\cos\delta = \dfrac{\cos\frac{1}{2}Y}{\sin\frac{1}{2}Z}$

und findet $n - \frac{1}{2} = \tang(120^0 - \delta)\sqrt{\frac{3}{4}}$

$ma = \tang\frac{1}{2}Z\sin(150^0 - \delta).$

3.) X und Y sind gegeben;

man findet $\dfrac{2-n}{n-1} = \dfrac{\cos\frac{1}{2}X\sqrt{3}}{\cos\frac{1}{2}Y}$

bestimmt $\sin\xi = \dfrac{n\sqrt{3}}{2-n}\cot\frac{1}{2}X$

und endlich $ma = \tang\xi.$

Häufig ist die Pyramide von der Form $mP\dfrac{m}{m-1}$; dann reicht ein Winkel zu ihrer Bestimmung hin; man findet nämlich

aus X: $\sin\xi' = \cos\frac{1}{2}Z'\cot\frac{1}{2}X\sqrt{3},$

wo Z' die Mittelkante der Pyramide 2P2 ist,

und $ma = \tang(\frac{1}{2}Z' + \xi')$:

aus Y: $\cos\upsilon = \dfrac{1}{a}\cot\frac{1}{2}Y$

und $2m - 1 = \dfrac{1}{a}\tang\upsilon\sqrt{3},$

endlich aus Z: $\cos\delta = a\cot\frac{1}{2}Z$

und $2m - 1 = \tang\delta\sqrt{3}.$

II. Für die hexagonale Pyramide mP folgt:

aus X: $ma = tang\,\xi$

wenn $sin\,\xi = cot\tfrac{1}{2}X\sqrt{3}$;

aus Z: $ma = tang\tfrac{1}{2}Z\sqrt{\tfrac{3}{4}}$.

III. Für die hexagonale Pyramide $mP2$ folgt:

aus Y: $ma = tang\tfrac{1}{2}Z$,

wenn $sin\tfrac{1}{2}Z = 2cos\tfrac{1}{2}Y$;

aus Z: $ma = tang\tfrac{1}{2}Z$.

IV. Für das dihexagonale Prisma ∞Pn endlich folgt:

aus X: $\dfrac{n}{2-n} = tang\tfrac{1}{2}X\sqrt{\tfrac{1}{3}}$;

aus Y: $\dfrac{n+1}{n-1} = tang\tfrac{1}{2}Y\sqrt{3}$.

§. 122. Berechnung der Ableitungszahlen der Skalenoëder und Rhomboeder.

I. Zur Berechnung der Ableitungszahlen m und n eines Skalenoëders mRn sind im Allgemeinen zwei seiner Kantenwinkel erforderlich; man rechnet dann, wie folgt.

1.) X und Y sind gegeben:

man findet n durch $\dfrac{n+1}{n-1} = \dfrac{cos\tfrac{1}{2}X}{cos\tfrac{1}{2}Y}$

bestimmt $sin\tfrac{1}{2}Z = \dfrac{2n}{n+1}cos\tfrac{1}{2}X$

$$cos\,\xi' = \frac{tang\tfrac{1}{2}Z}{n\sqrt{3}}$$

und $ma = cot\,\xi'\sqrt{3}$.

2.) X und Z sind gegeben:

man findet n durch $\dfrac{2n}{n+1} = \dfrac{sin\tfrac{1}{2}Z}{cos\tfrac{1}{2}X}$

$$cos\,\xi' = \frac{tang\tfrac{1}{2}Z}{n\sqrt{3}}$$

und $ma = cot\,\xi'\sqrt{3}$.

3.) Y und Z sind gegeben:

man findet n durch $\dfrac{2n}{n-1} = \dfrac{sin\tfrac{1}{2}Z}{cos\tfrac{1}{2}Y}$

$$cos\,\xi' = \frac{tang\tfrac{1}{2}Z}{n\sqrt{3}}$$

und $ma = cot\,\xi'\sqrt{3}$

Oft ist eine der Ableitungszahlen bekannt, und dann die Bestimmung der anderen Zahl mittels eines einzigen Winkels zu erhalten.

Ist m oder das eingeschriebene Rhomboëder bekannt, so findet man

4.) aus X: $n = tang(\varphi - \frac{1}{2}Z')cot\frac{1}{2}Z'$,
wenn $sin\varphi = 2cos\frac{1}{2}Xcos\frac{1}{2}Z'$;

5.) aus Y: $n = tang(\varphi + \frac{1}{2}Z')cot\frac{1}{2}Z'$,
wenn $sin\varphi = 2cos\frac{1}{2}Ycos\frac{1}{2}Z'$;

6.) aus Z: $n = tang\frac{1}{2}Zcot\frac{1}{2}Z'$.

In allen diesen drei Fällen ist Z' die Mittelkante des eingeschriebenen Rhomboëders, in den beiden ersteren Fällen aber sorgfältig darauf zu achten, ob der Winkel φ ein stumpfer oder ein spitzer ist.

Ist n bekannt, so findet man

7.) aus X: $sin\frac{1}{2}Z = \frac{2n}{n+1}cos\frac{1}{2}X$
und rechnet nun weiter, wie oben unter 1;

8.) aus Y: $sin\frac{1}{2}Z = \frac{2n}{n-1}cos\frac{1}{2}Y$
und rechnet nun weiter, wie oben unter 1;

9.) aus Z: man berechnet $cos\xi'$, wie oben unter 1, und findet dann ma.

II. Für ein Rhomboëder mR findet man sehr leicht aus der Polkante X

erst $cos\xi = cot\frac{1}{2}X\sqrt{\frac{1}{3}}$
und dann $ma = cot\xi\sqrt{3}$.

IV. Zeichnung der hexagonalen Formen.

§. 123. Zeichnung des Axensystemes und der Grundform.

Wir müssen uns zuvörderst das hexagonale Axensystem in der Voraussetzung entwerfen, dass die Hauptaxe der Nebenaxe gleich sei, und folglich jede Halbaxe die Grösse 1 habe. Die Breite des verlangten Bildes sei wiederum mit 2β gegeben.

Man ziehe zwei sich rechtwinkelig schneidende Linien, Fig. 147, und trage in die eine, als die Horizontale, beiderseits vom Mittelpunkte M aus, die Länge $MH = MZ = \beta$. Die HZ theile man nun in 6 gleiche Theile, und lege durch ihre Theil- und Endpunkte die Hilfsverticalen 1, 2, 3, 4, 5 und 6. Ueber der unteren Hälfte der mittelsten Verticale beschreibe man mit einer beliebigen Länge MR ein gleichseitiges Dreieck MRT, dessen eine, von M auslaufende Seite MT die Verticale 4 in dem Punkte C schneidet. Man verlängere die TM über M hinaus, so ist ihr, zwischen den beiden Verticalen 3 und 4 enthaltener Theil CC' die Projection der einen Nebenaxe.

Durch C lege man eine Horizontale, welche die Verticale 1 in dem Punkte S und die Verticale 6 in dem Punkte S' schneidet. Den Punkt S verbinde man mit dem fünften Theilpunkte Q durch die SQ, welche die Verticale 2 in dem Punkte D, die Verticale 4 in dem Punkte P schneidet. Hierauf ziehe man die DM, und verlängere sie über M hinaus, so ist ihr, zwischen den beiden Verticalen 2 und 5 enthaltener Theil DD' die Projection der zweiten Nebenaxe.

Durch P lege man eine Horizontale, welche die Verticale 6 in B schneidet, ziehe die BM und verlängere sie über M hinaus, so ist ihr, zwischen den beiden Verticalen 1 und 6 enthaltener Theil BB' die Projection der dritten Nebenaxe.

Um nun die scheinbare Länge der Hauptaxe in der Voraussetzung zu finden, dass solche den Nebenaxen gleich und folglich ihre Hälfte $= 1$ ist, ziehe man die MS', welches die wirkliche Länge der, unserer Construction zu Grunde liegenden Einheit ist, während ihre scheinbare Länge nur $\sqrt{\frac{24}{25}}$ beträgt. Man theile also die MS' in fünf gleiche Theile, und sei $S'K$ ein solcher Theil; nun beschreibe man über MS' einen Halbkreis, und darauf mit $S'K$ aus S' einen Bogen, welcher den Halbkreis in X schneidet, so ist MX die scheinbare Länge der halben Hauptaxe. Macht man daher $MA = MA' = MX$, so wird

AA' die Projection der Hauptaxe unter der Voraussetzung, dass solche den Nebenaxen gleich sei.

Sollen nun Formen aus irgend einer hexagonalen Krystallreihe gezeichnet werden, so hat man zu berücksichtigen, dass die Hauptaxe der Grundform P mit irgend einem, von der Einheit verschiedenen Werthe a gegeben ist. Man sucht also in der Proportion

$$1 : a = MA : x$$

das vierte Glied, trägt diese Linie von M aus beiderseits in die, nöthigenfalls verlängerte Linie AA' ein, und bestimmt so zwei Punkte, welche die Pole der Hauptaxe von P sind. Verbindet man nun die Endpunkte der gefundenen Axen durch gerade Linien, so erhält man das Bild der Pyramide P.

§. 124. Zeichnung der Pyramiden *m*P, *m*P*n* und *m*P2.

Nachdem die Grundform gezeichnet worden, ist die Construction irgend einer anderen holoëdrischen Form derselben Krystallreihe eine sehr einfache Aufgabe.

Für eine Pyramide *m*P der Hauptreihe vervielfältigt man die Hauptaxe von P nach der Ableitungszahl m, und erhält so zwei neue Endpunkte derselben, welche mit den Eckpunkten der Basis von P verbunden werden müssen, um das Bild von *m*P zu erhalten.

Soll eine dihexagonale Pyramide *m*P*n* construirt werden, so hat man zuvörderst die Zwischenaxen der Grundform einzuzeichnen. Zu dem Ende lege man durch den Mittelpunkt M in Fig. 147 drei Parallelen mit den Linien durch B und D, durch D und C', sowie durch C' und B, welche ihrer Lage nach die Zwischenaxen allgemein, und, ihrer Grösse nach, wie sich solche durch die Durchschnittspunkte mit den Seiten der Basis bestimmt, die Zwischenaxen von P insbesondere darstellen. Für irgend eine dihexagonale Pyramide *m*P*n* ist nun jede halbe Zwischenaxe der Grundform, so wie sie im Bilde erscheint, um $\frac{n-1}{n+1}$ ihrer selbst zu verlängern, wodurch die diagonalen

Mitteleckpunkte von $m\mathrm{P}n$ bestimmt werden. Diese Punkte verbindet man mit den Endpunkten der Nebenaxen, und erhält so die Projection der dihexagonalen Basis aller, nach dem Coëfficienten n abgeleiteten Formen. Endlich bestimmt man die Länge der Hauptaxe, wie bei $m\mathrm{P}$, und vollendet die Construction der Gestalt.

Für $m\mathrm{P}2$ legt man durch die Endpunkte einer jeden Nebenaxe zwei Parallelen mit derjenigen Zwischenaxe, welche auf ihr rechtwinkelig ist, und erhält so die Basis aller Formen der Nebenreihe, bestimmt hierauf die Hauptaxe wie vorher, und vollendet die Construction.

§. 125. Zeichnung der Rhomboëder und Skalenoëder.

Weil die Mittelkanten der Rhomboëder und Skalenoëder nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen, so lässt sich für sie, der Deutlichkeit des Bildes unbeschadet, die Voraussetzung einführen, dass das Auge des Beobachters in der Ebene der Basis liege, wodurch folgende sehr einfache Construction gewonnen wird.

Die verlangte Breite des Bildes sei wiederum $= 2\beta$. Soll nun irgend ein Rhomboëder $m\mathrm{R}$ gezeichnet werden, so ziehe man zwei, sich rechtwinkelig schneidende Linien Fig. 148, von denen die eine die Horizontale, die andere die Richtung der Hauptaxe darstellt. In der Horizontale nehme man von M aus $MH = MZ = \beta$, theile hierauf die HZ in 6 gleiche Theile; durch die Theil- und Endpunkte lege man die Hilfs-Verticalen 1, 2, 3, 4, 5 und 6, und beschreibe aus dem Theilpunkte P mit PH einen Bogen, welcher die Vertikale 2 in dem Punkte Q schneidet. Nimmt man nun in der mittelsten Verticale $MX = MX' = MQ$, so wird XX' die Hauptaxe in der Voraussetzung, dass solche den Nebenaxen gleich und folglich $MX = 1$ ist. In dem Rhomboëder $m\mathrm{R}$ aber ist die halbe Hauptaxe $= ma$, man mache also $MA = ma \times MX = MA'$, so werden A und A' die Polecke des verlangten Rhomboëders. Nun liegen in einem jeden Rhomboëder die Mittelecke um den

dritten Theil der halben Hauptaxe über oder unter der Ebene der Basis, welche letztere durch die Horizontale HZ repräsentirt wird. Man mache also $MN = MN' = \frac{1}{3}MA$, und ziehe durch N und N' zwei Horizontalen, so müssen die Mittelecke des Rhomboëders mR nothwendig in diesen beiden Horizontalen enthalten sein. Aus den anderweiten Voraussetzungen der ganzen Construction folgt aber, dass sie nur in den Durchschnittspunkten E beider Horizontalen mit den sechs Hilfsverticalen liegen können. Je nachdem man nun das Rhomboëder in der einen oder in der andern Stellung (als + mR oder als — mR) zeichnen will, sind die 6 Punkte E, oder die 6 Punkte E' als Mitteleckpunkte zu wählen. Verbindet man daher entweder die Punkte E, oder die Puncte E' mit einander und mit den beiden Punkten A und A' durch gerade Linien, wie es der Verlauf des Kantennetzes erfordert, so ist das Bild von mR oder — mR vollendet.

Die Zeichnung eines Skalenoëders mRn ist nun sehr leicht. Man bestimmt zuvörderst nach dem so eben beschriebenen Verfahren die Poleckpunkte und Mitteleckpunkte des eingeschriebenen Rhomboëders mR, vervielfältigt hierauf die Axe desselben Rhomboëders nach Maassgabe der Zahl n, und erhält so die beiden Poleckpunkte des Skalenoëders, dessen Mitteleckpunkte mit denen des Rhomboëders identisch und folglich bereits gefunden sind. Man hat daher nur noch die sechs Mitteleckpunkte mit einander und mit den beiden Poleckpunkten durch gerade Linien zu verbinden, um das Bild des Skalenoëders mRn zu erhalten.

§. 126. Zeichnung der hexagonalen Pyramiden der dritten Art und der Trapezoëder.

Um eine hexagonale Pyramide der dritten Art $\frac{r}{l}\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ oder $\frac{l}{r}\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ zu zeichnen, entwirft man zuvörderst, nach der in §. 124 angegebenen Regel die dihexagonale Basis der Pyramide mPn, verlängert hierauf die abwechselnden Sei-

ten derselben bis zu ihren gegenseitigen Durchschnitten, und erhält so die hexagonale Basis der verlangten Pyramide. Endlich bestimmt man die Pole der Hauptaxe, verbindet selbige mit den Eckpunkten der Basis, und das Bild ist vollendet.

Die Zeichnung der hexagonalen Trapezoëder $\frac{mPn}{2}$ gründet sich darauf, dass die Polkanten der oberen Hälfte eines solchen Trapezoëders dieselbe Lage haben, wie die Polkanten der oberen Hälfte einer hexagonalen Pyramide der dritten Art. Man entwirft daher zuvörderst die obere Hälfte der Pyramide $\frac{r}{l}\frac{mPn}{2}$ oder $\frac{l}{r}\frac{mPn}{2}$, indem man sich zugleich diejenigen Punkte *B* ihrer Mittelkanten bemerkt, in welchen dieselben von den Nebenaxen geschnitten werden; Fig. 149. Hierauf nimmt man in der oberen Hälfte *MA* der Hauptaxe vom Mittelpunkte *M* aus die Länge

$$MD = \frac{(n-1)(2-n)}{n(n+1)} \times MA$$

und legt durch den Punkt *D* drei, mit den Diagonalen der gefundenen Basis parallele Linien, welche mit den Polkanten der Pyramide zum Durchschnitte kommen, und so die sechs oberen Mitteleckpunkte *E* des Trapezoëders bestimmen. Jeden dieser Punkte *E* verbindet man mit dem zunächst liegenden Punkte *B* durch eine gerade Linie, verlängert selbige über *B*, bis $BE' = BE$ und erhält so die sechs normalen Mittelkanten zugleich mit den sechs unteren Mitteleckpunkten *E'*, welche letztere nur noch mit den Punkten *E* und *A'* zu verbinden sind, um auch die fehlenden diagonalen Mittelkanten und unteren Polkanten des Trapezoëders zu erhalten, und so das Bild der Gestalt zu vollenden.

Die Zeichnung der trigonalen Trapezoëder ist am einfachsten auf die der hexagonalen Skalenoëder zu gründen Es haben nämlich die längeren Mittelkanten eines jeden Trapezoëders $\frac{mPn}{4}$ genau dieselbe Lage, wie die abwech-

selnden Mittelkanten des Skalenoëders $\frac{mPn}{2}$ oder $\frac{m(2-n)}{n}R\frac{n}{2-n}$ und sie bestimmen sich ihrer Grösse nach als ein Multiplum dieser Skalenoëderkanten nach dem Coëfficienten $2n-1$. Man entwerfe also das Skalenoëder $\frac{m(2-n)}{n}R\frac{n}{2-n}$ oder $\frac{mPn}{2}$ nach der Regel des §. 125, verlängere die abwechselnden Mittelkanten desselben, und mache die Verlängerung auf jeder Seite $= n-1$ von ihnen selbst, so sind die 6 Mitteleckpunkte des Trapezoëders gefunden, welche man nur noch mit einander und mit den Poleckpunkten durch gerade Linien zu verbinden hat.

V. Combinationen der hexagonalen Gestalten.

§. 127. Eintheilung dieser Combinationen.

Die Combinationen des Hexagonalsystemes sind entweder holoëdrische (hexagonale), oder hemiëdrische (hemihexagonale), oder auch tetartoëdrische Combinationen, je nachdem die Formen der betreffenden Krystallreihe dem Gesetze der holoëdrischen, oder der hemiëdrischen, oder der tetartoëdrischen Ausbildung unterworfen sind.

Die Ausbildungsweise der dihexagonalen Pyramiden gewährt bei dieser Bestimmung des Charakters der hexagonalen Krystallreihen das sicherste Unterscheidungsmerkmal, und in vielen Fällen wird man das Urtheil darüber suspendiren müssen, ob eine Krystallreihe holoëdrisch sei oder nicht. Die sehr häufig vorkommende rhomboëdrische Hemiëdrie giebt sich unter allen hemiëdrischen Ausbildungsweisen am leichtesten zu erkennen, weil die hexagonalen Pyramiden der Hauptreihe durch sie die sehr wesentliche Metamorphose in Rhomboëder erleiden. Die pyramidale Hemiëdrie ist auch dann noch zu erkennen, wenn ausser den Gestalten der Haupt- und Nebenreihe nur noch Prismen der Zwischenreihen vorkommen. Die

trapezoëdrische Hemiëdrie setzt aber zu ihrer Erkennung das Vorkommen von dihexagonalen Pyramiden und zugleich eine Ausbildung der Krystalle mit dem oberen und unteren Ende voraus. Die beiden Arten der Tetartoëdrie endlich geben sich leicht zu erkennen, weil durch sie die meisten Gestalten eine wesentliche Formveränderung erleiden.

Wir können uns an gegenwärtigem Orte nur mit den wichtigsten holoëdrischen und rhomboëdrischen Combinationen ausführlicher beschäftigen, weil solche in der Natur am häufigsten ausgebildet sind, und werden erst die gewöhnlichsten binären Combinationen durchgehen, dann aber die Entwickelung mehrzähliger Combinationen und den Gebrauch der Zonengleichung an einigen Beispielen erläutern.

A.) Holoëdrische oder hexagonale Combinationen.

§. 128. Binäre Combinationen mit vorherrschendem *m*P.

Aus ganz ähnlichen Gründen, wie solche zu Anfang des §. 95 für das Tetragonalsystem angegeben worden sind, werden wir auch in diesem Systeme besonders diejenigen Combinationen betrachten müssen, in welchen Pyramiden der Hauptreihe oder der Nebenreihe als vorherrschende Gestalten auftreten.

Eine Pyramiden *m*P der Hauptreihe kann durch die Flächen der übrigen holoëdrischen Formen folgende Modificationen erleiden:

a.) an den Polkanten,

1.) eine Zuschärfung derselben, Fig. 150; dieselbe wird durch irgend eine, aus derselben Pyramide *m*P abzuleitende dihexagonale Pyramide, also durch irgend ein *m*P*n* gebildet;

2.) eine Abstumpfung derselben, Fig. 151; sie wird durch die aus *m*P abgeleitete Pyramide der Nebenreihe *m*P2 gebildet.

b.) an den Mittelkanten,

3.) eine Zuschärfung derselben, Fig. 152; die zuschärfende Form ist irgend eine spitzere Pyramide der Hauptreihe, also ein m'P mit $m' > m$;

4.) eine Abstumpfung derselben, Fig. 153; die abstumpfende Form ist jedenfalls das Prisma ∞P.

c.) an den Polecken,

5.) eine 12flächige Zuspitzung, Fig. 154; dieselbe rührt von irgend einer dihexagonalen Pyramide m'Pn' her, deren Ableitungszahl $m' < m$ ist;

6.) eine 6flächige Zuspitzung, die Zuspitzungsflächen auf die Flächen aufgesetzt, Fig. 155; die zuspitzende Form ist irgend eine flachere Pyramide der Hauptreihe, also ein m'P mit $m' < m$;

7.) eine 6flächige Zuspitzung, die Zuspitzungsflächen auf die Polkanten aufgesetzt, Fig. 156; die zuspitzende Form ist irgend eine Pyramide m'P2 der Nebenreihe mit $m' < m$; erscheinen die Zuspitzungsflächen als Rhomben, so ist $m' = \frac{2}{3}m$.

8.) eine Abstumpfung, Fig. 157; die abstumpfende Form ist das Pinakoid 0P.

d.) an den Mittelecken,

9.) eine 4flächige Zuspitzung, Fig 158; sie wird jedenfalls durch irgend eine dihexagonale Pyramide m'Pn' gebildet, für welche $m' > m$ ist; sind die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP parallel, so ist $m'(n'+1) = 2mn'$, und sind sie den Polkanten von mP parallel, so ist $m' = mn'$;

10.) eine Zuschärfung, die Zuschärfungsflächen auf die Polkanten aufgesetzt, Fig. 159; sie wird gebildet durch jede Pyramide m'P2, für welche $m' > m$ ist; wenn die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP parallel sind, wie in der Figur, so ist $m' = \frac{4}{3}m$; wenn sie dagegen den Polkanten parallel sind, so ist $m' = 2m$.

11.) eine Zuschärfung, die Zuschärfungsflächen auf die Mittelkanten aufgesetzt, Fig. 160; sie wird gebildet durch jedes dihexagonale Prisma mPn.

12.) eine Abstumpfung, Fig. 161; die Abstumpfungsflächen gehören dem Prisma ∞P2.

§. 129. Binäre Combinationen mit vorherrschendem *m*P2.

Wie im Tetragonal-Systeme (§. 96), so verhält es sich auch hier; die Veränderungen, welche eine Pyramide der Nebenreihe durch die Flächen der übrigen Gestalten erleiden kann, sind völlig dieselben, welche wir im vorhergehenden §. an den Pyramiden der Hauptreihe kennen gelernt haben; allein die entsprechenden Bedingungen oder die Relationen der Ableitungszahlen stellen sich ganz anders heraus, weshalb wir es denn auch nicht umgehen können, dieselben 12 Fälle nochmals in Betrachtung zu ziehen. Es erfährt nämlich eine jede Pyramide *m*P2 als vorherrschende Gestalt durch die übrigen Gestalten folgende Veränderungen:

a.) an den Polkanten,

1.) eine Zuschärfung, Fig. 150, durch irgend eine dihexagonale Pyramide m'Pn', für welche $m'(n'+1) = \frac{3}{2}mn'$;

2.) eine Abstumpfung, Fig. 151, durch die hexagonale Pyramide $\frac{3}{4}m$P.

b.) an den Mittelkanten,

3.) eine Zuschärfung, Fig. 152, durch jede Pyramide m'P2, für welche $m' > m$;

4.) eine Abstumpfung, Fig. 153, durch das Prisma ∞P2.

c.) an den Polecken,

5.) eine 12flächige Zuspitzung, Fig. 154, durch irgend eine dihexagonale Pyramide m'Pn', für welche $m'(n'+1) < \frac{3}{2}mn'$ ist;

6.) eine 6flächige, auf die Flächen aufgesetzte Zuspitzung, Fig. 155, durch jede Pyramide m'P2, für welche $m' < m$;

7.) ein 6flächige, auf die Polkanten aufgesetzte Zuspitzung, Fig. 156, durch jede Pyramide m'P, für welche $m' < \frac{3}{4}m$; erscheinen die Zuspitzungsflächen als Rhomben, so ist $m' = \frac{1}{2}m$;

8.) eine Abstumpfung, Fig. 157, durch das Pinakoid 0P.

d.) an den Mittelecken,

9.) eine 4flächige Zuspitzung, Fig. 158, durch irgend eine dihexagonale Pyramide $m'Pn'$, für welche $m'(n'+1) > \frac{3}{2}mn'$ ist; sind die Combinationskanten entweder den Höhenlinien der Flächen, oder auch den Polkanten von mP2 parallel, so ist entweder $m' = m$, oder auch $2m'(2n'-1) = 3mn'$;

10.) eine, auf die Polkanten aufgesetzte Zuschärfung, F. 159, durch jede Pyramide m'P, für welche $m' > \frac{3}{4}m$ ist; sind die Combinationskanten den Höhenlinien der Flächen von mP2 parallel, so ist $m' = m$, sind sie den Polkanten von mP2 parallel, so ist $m' = \frac{3}{2}m$;

11.) eine, auf die Mittelkanten aufgesetzte Zuschärfung, Fig. 160, durch jedes dihexagonale Prisma ∞Pn;

12.) eine Abstumpfung, Fig. 161, durch das hexagonale Prisma ∞P.

§. 130. Regelmässigste Combinationen zweier Pyramiden aus der Haupt- und Nebenreihe.

Von denen, in den beiden vorhergehenden §§. aufgeführten Combinationserscheinungen sind diejenigen besonders wichtig, welche die beiderlei hexagonalen Pyramiden der Haupt- und Nebenreihe gegenseitig hervorbringen, weil gerade diese Pyramiden in der Natur am häufigsten vorkommen. Nun müssen nothwendig die Flächen jeder Pyramide der einen Reihe auf die Polkanten jeder Pyramide der andern Reihe aufgesetzt erscheinen, und können solche entweder eine 6flächige Zuspitzung der Polecke, oder eine Abstumpfung der Polkanten, oder auch eine Zuschärfung der Mittelecke hervorbringen, von welchen Veränderungen die zweite eine singuläre und besonders regelmässige genannt werden kann. Wie aber die Natur überhaupt diejenigen Combinationen vorzugsweise zu verwirklichen pflegt, welche mit einer besonderen Regelmässigkeit behaftet sind, so trifft man auch von den zahllosen möglichen 6flächigen Zuspitzungen der Polecke diejenigen am häufigsten, bei welchen die Zuspitzungs-

flächen als Rhomben auftreten, und eben so von den zahllosen möglichen Zuschärfungen der Mittelecke diejenigen am häufigsten, bei welchen die Combinationskanten entweder den Flächen-Höhenlinien oder den Polkanten der vorherrschenden Pyramide parallel sind. Es sind also überhaupt vier Combinationserscheinungen zwischen den beiderlei hexagonalen Pyramiden, welche zugleich als die regelmässigsten und als die häufigsten unsere Aufmerksamkeit in Anspruch nehmen. Um nun den Gedächtnisse die, diesen vier Fällen entsprechenden Bedingungen leicht und sicher einprägen zu können, und um einer, bei der Aehnlichkeit der Erscheinungen leicht möglichen Verwechslung der, zwischen den beiderseitigen Ableitungszahlen bestehenden Relationen vorzubeugen, dazu dient folgende Uebersicht

Es wird gebildet	an mP durch m'P2	an mP2 durch m'P
1.) eine 6flächige Zuspitzung der Polecke durch rhombische Flächen,	wenn $m' = \frac{2}{3}m$;	wenn $m' = \frac{2}{4}m$;
2.) eine Abstumpfung der Polkanten,	$m' = \frac{3}{3}m$,	$m' = \frac{3}{4}m$;
3.) eine Zuschärfung der Mittelecke, die C.K. parallel den Höhenlinien,	$m' = \frac{4}{3}m$,	$m' = \frac{4}{4}m$;
4.) eine Zuschärfung der Mittelecke, die C.K. parallel den Polkanten.	$m' = \frac{6}{3}m$,	$m' = \frac{6}{4}m$;

Man braucht also nur im Gedächtnisse zu behalten, dass diese vier regelmässigsten Combinationen in beiden Fällen successiv, wie solche eine immer spitzere Pyramide fordern, durch vier Brüche mit den Zählern 2, 3, 4 und 6 bestimmt werden, und dass der gemeinschaftliche Nenner dieser Brüche bei vorherrschendem mP die Zahl 3, bei vorherrschendem mP2 die Zahl 4 ist.

§. 131. Einige allgemeine Regeln für ternäre und mehrzählige Combinationen.

Weil diejenigen binären Combinationen, in welchen ein Prisma oder das Pinakoid als vorherrschende Gestalt auftritt, keiner besonderen Erläuterung bedürfen, so schreiten wir jetzt zur Aufführung einiger allgemeiner Regeln, welche bei der Entwickelung mehrzähliger Combinationen in Rücksicht kommen.

Bei einer jeden vielzähligen Combination ist, nach vorgängiger Bestimmung der Grundform, die allgemeine Orientirung der Combination eine nicht zu vernachlässigende Aufgabe, welche dadurch gelöst wird, dass man die verschiedenen Gestalten vorläufig als Glieder der Hauptreihe, der Nebenreihe, oder der Zwischenreihen des Schemas in §. 112 erkennt.

Bei der weiteren Entwickelung sind folgende allgemeine Regeln zu beachten:

1.) Je zwei Gestalten, deren Flächen horizontale Combinationskanten bilden, haben dieselbe Ableitungszahl der Nebenaxe, oder $n' = n$.

2.) Je zwei Gestalten, deren an einem und demselben normalen Hauptschnitte gelegene Flächen Combinationskanten bilden, welche diesem Hauptschnitte parallel sind, haben dieselbe Ableitungszahl der Hauptaxe, oder $m' = m$.

3.) Je zwei Gestalten, deren an einem und demselben diagonalen Hauptschnitte gelegene Flächen Combinationskanten bilden, welche diesem Hauptschnitte parallel sind, haben $m'(n'+1)n = m(n+1)n'$.

Für einige, besonders häufig vorkommende ternäre Combinationen gelten aber folgende Specialregeln:

1.) Diejenige hexagonale Pyramide der Nebenreihe, welche die Combinationsecke zwischen mP und ∞P so abstumpft, dass die Abstumpfungsflächen als Rhomben erscheinen, ist $2m$P2; Fig. 162.

2.) Diejenige hexagonale Pyramide der Hauptreihe, welche

auf dieselbe Weise die Combinationsecke zwischen mP2 und ∞P2 abstumpft, ist $\frac{3}{2}m$P.

3.) Diejenige dihexagonale Pyramide, welche die Combinationskanten zwischen m'P und ∞P2 abstumpft, Fig. 163, ist von der Zeichenform

$$mP\frac{2m}{2m-m'}$$

4.) Diejenige dihexagonale Pyramide, welche eben so die Combinationskanten zwischen m'P2 und ∞P abstumpft, ist von der Zeichenform

$$mP\frac{2m}{2m-m'}$$

§. 132. Anwendung der Zonengleichung im Hexagonalsysteme.

Was den bei Entwickelung der Combinationen so nützlichen Gebrauch der Zonengleichung betrifft, so ist im Gebiete des Hexagonalsystemes folgender sehr wichtiger Umstand zu berücksichtigen. Die Zonengleichung des §. 19 bezieht sich zunächst auf trimetrische Axensysteme und hat daher auch nur in den trimetrischen Krystallsystemen unmittelbar eine unbeschränkte Giltigkeit. Im Hexagonalsysteme dagegen, als einem tetrametrischen Krystallsysteme, wo ausser der Hauptaxe (der x) und den beiden Nebenaxen der y und z auch noch eine Nebenaxe der u auftritt, da kann sie auch unmittelbar nur eine beschränkte Giltigkeit haben. Sie wird nämlich nur in allen den Fällen gelten, da die drei Flächen, deren Verhältniss sie bestimmt, sich unmittelbar auf dieselben beiden Nebenaxen beziehen, welche man dann immer als die Axen der y und z einführen kann. Sobald also die drei Flächen F, F' und F'' ihre in dem krystallographischen Zeichen ausgedrückten Parameter in denselben beiden Nebenaxen liegen haben, oder, mit anderen Worten, sobald sie entweder über einem und demselben Sextanten, oder auch über zwei Gegensextanten der Basis gelegen sind, so wird von der Zonengleichung ohne Weiteres Gebrauch zu machen sein. Sobald diess aber nicht mehr der Fall ist, sobald also eine der Flächen

mit von der Nebenaxe der u abhängig ist, oder einen ihrer Parameter in dieser Axe liegen hat, so muss, vor dem Gebrauche der Zonengleichung, eine andere, von der Axe der u gänzlich unabhängige Lagenbestimmung dieser Fläche eintreten. Die Fläche wird dann, ausser in der Axe der u, auch noch entweder in der Axe der y, oder in der Axe der z einen ihrer Parameter haben; man hat nun ihre Lage, statt von der Nebenaxe der u, von derjenigen dritten Nebenaxe abhängig zu machen, in deren Sextanten sie eigentlich nicht gelegen ist, oder in welcher sie ursprünglich keinen Parameter liegen hat.

Fällt also die Fläche in die Sextanten der u und z, so hat man die Axe der u mit der Axe der y, und fällt sie in die Sextanten der u und y, so hat man die Axe der u mit der Axe der z zu vertauschen, was immer möglich ist, aber natürlich in den meisten Fällen einen ganz anderen Parameter für die neue Axe erfordern wird, als der in der Axe der u gegebene Parameter ist. — Dieser neue Parameterwerth bestimmt sich nun folgendermaassen.

Für irgend eine, in den Sextanten der u und z fallende Fläche sei s der Parameter in der Axe der u, und r der Parameter in der Axe der z, so wird der, dieselbe Fläche in der Axe der y bestimmende Parameter

$$p = \frac{sr}{s-r}$$

Dieser Werth gilt auch für eine, in den Sextanten der u und y fallende Fläche, sobald man den in der Axe der y gegebenen Parameter mit r, und den in der Axe der z gesuchten Parameter mit p bezeichnet.

Nachdem diese Transformation der Parameter erfolgt ist, wird sich die Zonengleichung für jede, von der Axe der u abhängige Fläche benutzen lassen.

§. 133. Entwickelung einer vielzähligen holoëdrischen Combination.

Als Beispiel der Entwickelung vielzähliger holoëdrischer Combinationen mag uns Fig. 164 dienen, welche eine 9zählige Combination des Apatites darstellt.

Wir wählen diejenige Pyramide, deren Flächen mit x bezeichnet sind, zur Grundform, und erhalten sofort folgende allgemeine Orientirung der Combination; es gehören

in die Hauptreihe die Flächen P, r, x, z und M,

in die Nebenreihe die Flächen a, s, d und e.

Auf den ersten Blick bestimmen sich

$$P = 0\mathrm{P}$$
$$M = \infty\mathrm{P}$$
$$e = \infty\mathrm{P}2.$$

Weil die Flächen a die Polkanten der Grundform abstumpfen, so folgt

$$a = \mathrm{P}2$$

Weil die Combinationskanten zwischen s und x den Polkanten von x parallel sind, so wird

$$s = 2\mathrm{P}2;$$

aus dem ähnlichen Verhältnisse zwischen r und a folgt, dass $r = \frac{1}{2}\mathrm{P}$ sein muss.

Weil s die Polkanten von z abstumpft, so ist

$$z = 2\mathrm{P}$$

und folglich wird

$$d = 4\mathrm{P}2$$

Alle diese Folgerungen ergeben sich aus den einfachen Regeln des §. 130; die Combination ist daher vollständig entwickelt und erhält das Zeichen:

$$\infty\mathrm{P}.\infty\mathrm{P}2.0\mathrm{P}.\tfrac{1}{2}\mathrm{P}.\mathrm{P}.2\mathrm{P}.\mathrm{P}2.2\mathrm{P}2.4\mathrm{P}2.$$

Um dieselbe Figur zur Erläuterung von §. 132 zu benutzen, wollen wir die Flächen z' und d' daraus bestimmen, dass sie in die Zone der Flächen M' und s' fallen.

Es ist M' eine Fläche von $\infty\mathrm{P}$, welche in den Sextanten der Nebenaxen y und z fallen mag; so fällt die Fläche s' in den Sextanten der Nebenaxen z und u, und zwar hat solche (§. 132)

in z den Parameter $r = 2$

in u den Parameter $s = 1$,

folglich wird der, dieser Fläche in der Axe der y zukommende Parameter

$$p = -2.$$

Will man also in der Zonengleichung

$$\frac{1}{ab'c''}+\frac{1}{bc'a''}+\frac{1}{ca'b''}=\frac{1}{ab''c'}+\frac{1}{bc''a'}+\frac{1}{ca''b'}$$

die zweimal accentuirten Buchstaben als die Parameter der Fläche *M'*, die einmal accentuirten Buchstaben als die Parameter der Fläche *s'* betrachten, so hat man

$$a''=\infty,\quad b''=1,\quad c''=2$$
$$a'=2,\quad b'=-2,\quad c'=2$$

zu setzen, und es wird nach erfolgter Substitution die Zonengleichung

$$\frac{2}{a}=\frac{1}{c}-\frac{}{b}$$

welche für alle in die Zone von *M'* und *s'* fallende Flächen gilt, sofern sie auf die Axen der *y* und *z* bezogen werden.

Nun ist *d'* eine Fläche, welche sich unmittelbar auf diese Axen beziehen lässt, indem

$$a=m,\quad b=2,\quad c=1$$

gesetzt wird; also bestimmt sich

$$d'=4\text{P}2$$

Dagegen ist *z'* eine Fläche, welche unmittelbar nicht in den Axen *y* und *z*, sondern in den Axen *z* und *u* gegeben ist; und zwar bestimmt sich für sie

in *z* der Parameter $r=1=c$,
in *u* der Parameter $s=1$,

folglich wird ihr Parameter in der Axe der *y*

$$p=\infty=b,$$

daher die Zonengleichung

$$\frac{2}{a}=\frac{1}{c}=1$$

und endlich

$$z'=2\text{P}.$$

Diess mag hinreichen, um die Transformation der Parameter zu erläutern, welche zur Anwendung der Zonengleichung in allen solchen Fällen erfordert wird, da eine oder mehre der gegebenen oder gesuchten Flächen von der Axe der *u* oder der dritten Nebenaxe abhängig sind.

B. Pyramidal-hemiëdrische Combinationen.

§. 134. Hemiëdrische Combination des Apatites.

Die pyramidal-hemiëdrischen Combinationen des Hexagonalsystemes sind nach §. 114 überhaupt nur daran zu erkennen, dass die Gestalten der Zwischenreihen nicht mehr als dihexagonale, sondern als hexagonale Pyramiden und Prismen der dritten Art ausgebildet sind. So lange man daher am Apatite nur solche Combinationen kannte, in welchen blos Gestalten der Haupt- und Nebenreihe ausgebildet sind, so lange musste man die Existenz dieser Hemiëdrie ignoriren. Erst nachdem das Vorkommen dihexagonaler Gestalten von Haüy nachgewiesen, und nachdem die Gesetzmässigkeit ihrer unvollständigen Ausbildung von Haidinger erkannt worden war, ist der wahre Charakter dieser Krystallreihe zu unserer Kenntniss gekommen. Und so wird sich vielleicht noch manches Mineral, dessen Krystallreihe gegenwärtig für holoëdrisch gilt, weil man nur Formen der Grund- und Gränzreihe kennt, bei späterer Erweiterung unserer Kenntnisse als pyramidal-hemiëdrisch oder auch als trapezoëdrisch-hemiëdrisch erkennen lassen.

Zur Erläuterung des pyramidal-hemiëdrischen Charakters der hexagonalen Combinationen mag Fig. 165 dienen, welche eine Combination des weissen Apatites vom St. Gotthard darstellt. Die mit den Buchstaben *P*, *x*, *z*, *M*, *a*, *s* und *e* bezeichneten Flächen gehören denselben Gestalten, wie in der vorhergehenden Figur, welche in §. 133 erläutert worden ist. Die Flächen *u* gehören einer dihexagonalen Pyramide, und zwar, wie sich leicht mittels der Zonengleichung oder auch mittels der Regeln des §. 131 finden lässt, der Pyramide $3P\frac{3}{2}$. Allein diese Pyramide ist nicht vollständig, sondern nur mit den, an den abwechselnden Mittelkanten gelegenen Flächenpaaren, d. h, als hexagonale Pyramide der dritten Art ausgebildet. Eben so erscheint das dihexagonale Prisma $c = \infty P\frac{3}{2}$ nur mit seinen abwechselnden Flächen, als hexagonales Prisma der

dritten Art, und dasselbe gilt von dem Prisma $f = \infty P\frac{5}{4}$; nur sieht man, dass diese beiden hexagonalen Prismen sich in entgegengesetzter Stellung befinden.

C. Rhomboëdrisch-hemiëdrische Combinationen.

§. 135. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Skalenoëder mRn.

Da bei den rhomboëdrischen Combinationen überhaupt die Stellung der combinirten Formen einige Wichtigkeit erlangt, so ist in dieser Hinsicht folgende allgemeine Bemerkung vorauszuschicken.

Zwei Rhomboëder befinden sich in gleicher, oder in verwendeter Stellung, je nachdem die Flächen des einen über die Flächen, oder über die Polkanten des andern fallen. Zwei Skalenoëder aber haben allemal dieselbe Stellung zu einander, wie die Rhomboëder ihrer Mittelkanten; oder auch: zwei Skalenoëder befinden sich in gleicher, oder in verwendeter Stellung, je nachdem ihre gleichnamigen (schärferen oder stumpferen) Polkanten über einander fallen, oder nicht. Ein Skalenoëder endlich und ein Rhomboëder befinden sich in gleicher, oder in verwendeter Stellung, je nachdem die Flächen des Rhomboëders über die stumpferen oder schärferen Polkanten des Skalenoëders fallen.

Ein vorherrschendes Skalenoëder mRn kann durch die übrigen Gestalten folgende Veränderungen erleiden:

a.) an den stumpferen oder längeren Polkanten;

1.) eine Zuschärfung, Fig. 166; die zuschärfende Form ist jedenfalls ein Skalenoëder $m'Rn'$, für welches $m'(3n'+1) = m(3n+1)$;

2.) eine Abstumpfung, Fig. 167; die abstumpfende Form ist ein Rhomboëder $m'R$, für welches $m' = \frac{1}{4}m(3n+1)$;

b.) an den schärferen oder kürzeren Polkanten;

3.) eine Zuschärfung, Fig. 168; die zuschärfende Form kann sein:

ein $m'Rn'$, wo $m'(3n'-1) = m(3n-1)$,

ein $-m'Rn'$, wo $m'(3n'+1) = m(3n-1)$,
ein $m'P2$, wo $m' = \frac{1}{3}m(3n-1$;

4.) eine Abstumpfung, Fig. 169; die abstumpfende Form ist jedenfalls ein Rhomboëder $-m'R$, für welches $m' = \frac{1}{4}m(3n-1)$.

c.) an den Mittelkanten;

5.) eine Zuschärfung, Fig. 170; die zuschärfende Form ist allemal ein Skalenoëder mRn', mit $n' > n$;

6.) eine Abstumpfung, Fig. 171; die Abstumpfungsflächen sind vertical und gehören dem Prisma $\infty P2$;

d.) an den Polecken;

7.) eine 6flächige Zuspitzung, Fig. 172; diese kann im Allgemeinen theils durch Skalenoëder der einen oder anderen Stellung, theils durch hexagonale Pyramiden der Nebenreihe gebildet werden; besonders wichtig, weil häufig vorkommend, sind die in der Figur dargestellten, durch Skalenoëder $m'Rn'$ von gleicher Stellung gebildeten Zuspitzungen, bei welchen die Combinationskanten entweder horizontal, oder den Mittelkanten parallel sind; im ersteren Falle ist $n' = n$, im zweiten $m' = m$.

8.) eine 3flächige, auf die längeren Polkanten aufgesetzte Zuspitzung, Fig. 173; die zuspitzende Form ist allemal ein Rhomboëder $m'R$ mit $m' < \frac{1}{4}m(3n+1)$; erscheinen die Zuspitzungsflächen als Rhomben, so ist $m' = m$.

9.) eine 3flächige, auf die kürzeren Polkanten aufgesetzte Zuspitzung, Fig. 174; die zuspitzende Form ist allemal ein Rhomboëder $-m'R$, mit $m' < \frac{1}{4}m(3n-1)$.

10.) eine Abstumpfung, Fig. 175; sie wird gebildet durch das Pinakoid 0R.

e.) an den Mittelecken,

11.) eine Zuschärfung, Fig. 176; dieselbe kann im Allgemeinen theils durch verschiedene Skalenoëder der einen oder anderen Stellung, theils durch hexagonale Pyramiden $m'P2$, theils durch dihexagonale Prismen $\infty Rn'$ hervorgebracht werden, welchen letzteren Fall man sogleich an der verticalen Lage der Zuschärfungskanten erkennt;

übrigens ist besonders auf die Lage der Combinationskanten zu achten, welche oft horizontal ($n' = n$), oft auch parallel den längeren oder den kürzeren Polkanten von mRn beobachtet wird, und dann die Bestimmung der zuschärfenden Form erleichtert.

12.) eine Abstumpfung, Fig. 177; die abstumpfende Form ist entweder das Prisma ∞R, oder ein Rhomboëder m'R, mit $m' > \frac{1}{4}m(3n+1)$, oder auch ein Rhomboëder $-m'$R, mit $m' > \frac{1}{4}m(3n-1)$, welche drei Fälle leicht an der Lage der Abstumpfungsfläche zu unterscheiden sind; in den beiden letzteren Fällen ist der sehr häufige Parallelismus der Combinationskanten mit den Polkanten des Skalenoëders zu beachten, welcher das Rhomboëder unmittelbar bestimmen lässt.

§. 136. Binäre Combinationen mit vorherrschendem Rhomboëder mR.

Ein vorherrschendes Rhomboëder mR kann durch die übrigen Gestalten folgende Veränderungen erleiden:

a.) an den Polkanten,

1.) eine Zuschärfung, Fig. 178; die zuschärfende Form kann sein:

ein m'Rn', wo $\frac{1}{2}m'(3n'-1) = m$
ein $-m'$Rn', wo $\frac{1}{2}m'(3n'+1) = m$,
ein m'P2, wo $m' = \frac{2}{3}m$;

2.) eine Abstumpfung, Fig. 179; die abstumpfende Form ist jedenfalls das Rhomboëder $-\frac{1}{2}m$R;

b.) an den Mittelkanten,

3.) eine Zuschärfung, Fig. 180; die zuschärfende Form ist jedenfalls ein aus dem Rhomboëder mR abgeleitetes Skalenoëder mRn;

4.) eine Abstumpfung, Fig. 181; sie wird lediglich durch das Prisma ∞P2 gebildet;

c.) an den Polecken,

5.) eine 6flächige Zuspitzung, Fig. 182; dieselbe kann hervorgebracht werden durch ein Skalenoëder von gleicher oder von verwendeter Stellung, so wie durch eine hexa-

gonale Pyramide; die entsprechenden Bedingungen sind aus Nr. 1 zu ersehen;

6.) eine 3flächige, auf die Flächen gesetzte Zuspitzung, Fig. 183; die zuspitzende Form ist ein Rhomboëder m'R von gleicher Stellung, aber kleinerer Axe als mR.

7.) eine 3flächige, auf die Polkanten gesetzte Zuspitzung, Fig. 184; die zuspitzende Form ist ein Rhomboëder $-m'$R, mit $m' < \frac{1}{2}m$.

8.) eine Abstumpfung, Fig. 185; wird durch das Pinakoid 0R gebildet;

d.) an den Mittelecken,

9.) eine Zuschärfung, Fig. 186; dieselbe kann auf verschiedene Weise, theils durch ein Skalenoëder von gleicher Stellung, theils durch ein Skalenoëder von verwendeter Stellung, theils durch eine hexagonale Pyramide der Nebenreihe, theils auch durch ein dihexagonales Prisma gebildet werden; dabei ist in den ersteren drei Fällen besonders darauf zu achten, ob die Combinationskanten den Klinodiagonalen der Rhomboëderflächen parallel sind, weil dadurch die Bestimmung der zuschärfenden Form bedeutend erleichtert wird; dann ist nämlich

für m'Rn', $\frac{1}{4}m'(3n'+1) = m$,

für $-m'$Rn', $\frac{1}{4}m'(3n'-1) = m$,

für m'P2, $m' = \frac{4}{3}m$.

Das dihexagonale Prisma erkennt man an der verticalen Lage der Zuschärfungskante;

10.) eine Abstumpfung, Fig. 187; die abstumpfende Gestalt kann sein:

das Prisma ∞R,

ein Rhomboëder m'R, mit $m' > m$, und

ein Rhomboëder $-m'$R, mit $m' > \frac{1}{2}m$;

die drei Fälle sind sehr leicht an der Lage der Abstumpfungsflächen zu erkennen, und ist im letzteren Falle darauf zu achten, ob die Combinationskanten den Klinodiagonalen der Flächen von mR parallel sind, weil dann $m' = 2m$ ist.

§. 137. Combinationen mit vorherrschender Pyramide *m*P2.

In einigen, der rhomboëdrischen Hemiëdrie unterworfenen Mineralspecies, wie z. B. im Glanzeisenerze und im Korund oder Sapphir spielen die hexagonalen Pyramiden der Nebenreihe eine so vorherrschende Rolle, dass wir noch in aller Kürze diejenigen Veränderungen betrachten müssen, welche sie durch die Flächen der beiden hemiëdrischen Formen, der Skalenoëder und der Rhomboëder, erleiden.

Die Flächen eines jeden Skalenoëders $m'Rn'$ liegen immer paarweise an den abwechselnden Polkanten von *m*P2, und bilden:

1.) eine Zuschärfung der abwechselnden Polkanten, wenn $\frac{1}{3}m'(3n'+1) = m$,
2.) eine 6flächige Zuspitzung der Polecke, wenn $\frac{1}{3}m'(3n'+1) < m$, oder
3.) eine Zuschärfung der Mittelecke, wenn $\frac{1}{3}m'(3n'+1) > m$; sind in diesem letzteren Falle die Combinationskanten parallel den Höhenlinien der Pyramidenflächen, so ist $m'n' = m$, und sind sie parallel den Polkanten der Pyramide, so ist $\frac{1}{3}m'(3n'-1) = m$.

Die Flächen eines jeden Rhomboëders $m'R$ sind immer auf die abwechselnden Polkanten von *m*P2 aufgesetzt und bilden:

1.) eine Abstumpfung derselben, Fig. 188; dann ist $m' = \frac{3}{4}m$;
2.) eine 3flächige Zuspitzung der Polecke, F. 189; dann ist $m' < \frac{3}{4}m$, oder
3.) eine Abstumpfung der Mittelecke, Fig. 190; dann ist $m' > \frac{3}{4}m$; sind in diesem letzteren Falle die Combinationskanten parallel den Höhenlinien oder den Polkanten, so ist $m' = m$ oder $= \frac{3}{2}m$ (vergl. §. 130).

§. 138. Entwickelung einiger mehrzähliger Combinationen.

Es stellt Fig. 191 eine siebenzählige Combination des Kalkspathes dar, deren Orientirung sich für *P* als Grund-

gestalt leicht ergiebt, indem die Flächen *P*, *g*, *φ*, *f* und c in die Hauptreihe, die Flächen *t* und *r* in eine Zwischenreihe gehören.

Die Flächen *c* sind vertical und stumpfen die Mittelecke des Skalenoëders *r* ab; folglich gehören sie dem Prisma ∞R.

Die Flächen *g* stumpfen die Polkanten des Rhomboëders *P* = *R* ab, und gehören daher dem Rhomboëder $-\frac{1}{2}$R.

Wenn *P* und *f* zum Durchschnitte kämen, so würde man sehen, dass *P* die Polkanten des Rhomboëders *f* abstumpft, und daraus schliessen, dass *f* = — 2R sein müsse. Weil aber der erwähnte Durchschnitt nicht Statt findet, so muss man eine Messung zu Hilfe nehmen, welche dasselbe Resultat giebt.

Das Skalenoëder *r* ist offenbar aus der Grundgestalt R abgeleitet, weil seine Mittelkanten den Combinationskanten von *P* zu *r* parallel sind; also ist es ein R*n*; da nun *f* seine schärferen Polkanten abstumpft, so folgt *r* = R3.

Das Skalenoëder $t = m\text{R}n$ bildet horizontale Combinationskanten mit R3 und hat daher ebenfalls $n = 3$; seine schärferen Polkanten werden ausserdem von den Flächen des Rhomboëders $-\frac{1}{2}$R abgestumpft; folglich ist es $=\frac{1}{4}$R3.

Das so eben bestimmte Skalenoëder *t* befindet sich in verwendeter Stellung gegen das Rhomboëder *φ*, dessen Polkanten es zuschärft; hieraus folgt $\varphi = -\frac{5}{4}$R.

Die Combination ist nun vollständig entwickelt und ihr Zeichen: R3. $\frac{1}{4}$R3. ∞R. $-\frac{5}{4}$R. $-\frac{1}{2}$R. —2R. R.

Die Fig. 192 stellt eine fünfzählige Combination des Kalkspathes dar, in welcher *P* die Flächen der Grundform *R* sind; es gehören also in die Hauptreihe *P*, *m* und *c*, dagegen in Zwischenreihen *r* und *y*,

Die verticalen Flächen *c* gehören wiederum dem Prisma ∞R. Die beiden Skalenoëder *r* und *y* sind offenbar aus *R* abgeleitet und daher von der Form R*n*. Man bestimmt sie am leichtesten aus ihren Verhältnissen zu dem Rhomboëder *m*, welches durch eine Messung (z. B. der Kanten

m zu *r*) als 4R erkannt wird. Es stumpft nämlich *m* die längeren Polkanten von *y* ab, folglich ist $y = R5$. Die Combinationskanten von *r* und *m* sind aber den kürzeren Polkanten von *r* parallel, folglich wird $r = R3$.

Das Zeichen der so entwickelten Combination wird $R5.R3.R.4R.\infty R$.

D.) Tetartoëdrische Combinationen.

§. 139. Combination des Quarzes und Titaneisenerzes.

Der Umfang dieser Anfangsgründe erlaubt nur wenige Bemerkungen über diese Combinationen. Das Titaneisenerz von Gastein, Oisans und Miask, so wie der Dioptas sind, wie bereits oben §. 116 erwähnt wurde, die bis jetzt bekannten Mineralien, an welchen sich die rhomboëdrische Tetartoëdrie verwirklicht findet. Ihre Combinationen erhalten zum Theil ein sehr unsymmetrisches Ansehen, sind jedoch leicht zu entwickeln, wenn man nur, unter sorgfältiger Berücksichtigung der Lage der verschiedenen Flächen, die Regeln für die holoëdrischen und skalenoëdrischen Combinationen, so wie die allgemeine Zonengleichung zu Hilfe nimmt. Fig. 195 stellt eine Combination des Titaneisenerzes von Oisans, und Fig. 194 eine dergleichen von Gastein dar.

Die trapezoëdrische Tetartoëdrie ist, nach §. 117, daran zu erkennen, dass

a.) die Pyramiden der Hauptreihe als Rhomboëder, und das Prisma dieser Reihe unverändert,

b.) die Pyramiden der Nebenreihe als trigonale Pyramiden und das Prisma dieser Reihe als trigonales Prisma,

c.) die Pyramiden der Zwischenreihen als trigonale Trapezoëder, und die Prismen derselben als ditrigonale Prismen

auftreten. Es stellt nun Fig. 193 eine nicht selten vorkommende Combination des Bergkrystalls dar, an welcher mehre dieser Eigenthümlichkeiten zu erkennen sind. Die

hexagonale Pyramide der Grundgestalt ist in die zwei Rhomboëder *P* und *z* zerfallen; von der spitzeren Pyramide 5P erscheint blos die eine Hälfte als das Rhomboëder *t*; die Pyramide 2P2 der Nebenreihe ist nur mit den sechs Flächen *s* ausgebildet, welche für sich allein eine trigonale Pyramide bilden würden, und von der dihexagonalen Pyramide $6P\frac{6}{5}$ erscheinen nur 6 Flächen *x*, welche für sich allein ein trigonales Trapezoëder darstellen würden. Eben so zeigt sich in F. 196 eine Combination des Bergkrystalls, an welcher zwar die beiden Rhomboëder *P* und *z* im Gleichgewichte ausgebildet sind und eine hexagonale Pyramide darstellen, dennoch aber der tetartoëdrische Charakter der Krystallform durch das trigonale Trapezoëder *x* und die trigonale Pyramide *s* sehr entschieden ausgesprochen ist.

VI. Zwillingskrystalle des Hexagonal-Systemes.

§, 140, Zwillinge mit parallelen Axensystemen beider Individuen.

Dergleichen Zwillinge, welche nach §. 20 nur bei hemiëdrischer Ausbildung der Individuen möglich sind, finden sich sehr häufig am Kalkspathe, an der Silberblende (Rothgiltigerz), am Chabasit, am Eisenglanz, am Quarze, am Phenakit und an anderen Mineralien.

Die nach diesem Gesetze gebildeten Zwillinge des Kalkspathes sind oft sehr regelmässig gestaltet, indem beide Individuen in einer Parallelfläche der Basis zusammenstossen, und einen scheinbar einfachen Krystall darstellen, welcher jedoch bei genauerer Betrachtung aus zwei Hälften besteht, deren obere dem einen, und deren untere dem anderen Individuo angehört, während sich beide Individuen in complementärer Stellung befinden. Solche Zwillinge lassen sich sehr richtig vorstellen, wenn man sich denkt, ein Individuum sei durch einen Parallelschnitt der Basis halbirt, und die eine Hälfte gegen die andere um die Hauptaxe durch 180° verdreht worden. Fig. 197 stellt

einen solchen Zwilling der Combination ∞R.—$\frac{1}{2}$R, Fig. 198 einen ähnlichen der Combination —$\frac{5}{4}$R.0R.R dar. Besonders häufig ist auch das Skalenoëder R3 und die Mehrzahl seiner Combination dieser Zwillingsbildung unterworfen. Fig. 199 und 200. Seltener sind die Individuen in einer Parallelfläche von ∞R verwachsen, wie solches für zwei Rhomboëder R in Fig. 201 dargestellt ist.

Die Zwillingskrystalle des Chabasites sind meist Durchkreuzungs-Zwillinge, welche, unter Voraussetzung einer völlig gleichmässigen Ausbildung beider Individuen, wie Fig. 202 oder 203 erscheinen würden, je nachdem die einzelnen Individuen nur die Grundgestalt *R*, oder die Combination R.—$\frac{1}{2}$R.—2R.∞P2 darstellen. Gewöhnlich ist aber das eine Individuum vorherrschend, so dass nur Rudimente des zweiten Individuums über seinen Flächen hervorragen.

Der Eisenglanz von Altenberg findet sich nicht selten in sehr regelmässigen Durchkreuzungs-Zwillingen der Combination $\frac{4}{3}$P2.R.0R, Fig. 204.

Der Quarz zeigt bisweilen ähnliche Durchkreuzungs-Zwillinge, Fig. 205, so wie auch Berührungs-Zwillinge, wie Fig. 206, welche beide nur in Folge der Tetartoëdrie als wirkliche Zwillingskrystalle gelten können. Fig. 206a stellt gleichfalls einen Durchkreuzungs-Zwilling dar, welcher sich jedoch nicht so deutlich wie Fig. 205 als ein solcher zu erkennen giebt, weil die beiden Rhomboëder *P* und *z* im Gleichgewichte ausgebildet sind.

§. 141. Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen beider Individuen.

Sie finden sich an mehren Mineralspecies und zwar nach verschiedenen Gesetzen.

Der Kalkspath z. B. zeigt häufig eine zwillingsartige Zusammensetzung nach dem Gesetze: Zwillingsaxe die Normale einer Fläche von —$\frac{1}{2}$R, oder Zwillingsäquator eine Fläche von —$\frac{1}{2}$R. Die Grundform R, welche zugleich die

Spaltungsgestalt der Species ist, kommt auf diese Weise vor, Fig. 207; oft mit mehrfacher Wiederholung der Zusammensetzung, wobei gewöhnlich das eine System von Individuen nur in der Form ganz dünner Lamellen ausgebildet ist, welche einem Rhomboëder eingeschoben sind, Fig. 208, wie diess unter Anderm gar nicht selten an Spaltungsstücken des isländischen Doppelspathes beobachtet werden kann. Auch andere Krystallformen, z. B. die Combination ∞R.0R und ähnliche Combinationen mit vorherrschendem Prisma, sind nach diesem Gesetze zu Zwillingen verwachsen, in denen die Hauptaxen beider Individuen einen Winkel von 127° 34′ bilden; Fig. 212.

Ein anderes, am Kalkspathe nicht selten vorkommendes Gesetz ist: Zwillingsaxe die Normale einer Fläche von *R*, oder Zwillingsäquator eine Fläche von *R*. Die so gebildeten Zwillinge sind im Allgemeinen leicht daran zu erkennen, dass die Hauptaxen beider Individuen fast rechtwinkelig auf einander stehen, indem ihr Neigungswinkel 89° 8′ beträgt. Die Figur 209 zeigt einen solchen Zwilling der Combination ∞R.0R.

Seltner kommt am Kalkspathe das Gesetz vor: Zwillingsaxe die Normale einer Fläche von —2R, oder: Zwillingsäquator eine Fläche von —2R. Man findet es zuweilen sehr regelmässig bei Zwillingen des Skalenoëders R3, Fig. 210, in welchen die beiderseitigen Hauptaxen unter 53° 50′ geneigt sind.

Die rhomboëdrische Silberblende oder das Rothgiltigerz zeigt häufig Zwillinge nach dem Gesetze: Zwillingsaxe eine Polkante von $-\frac{1}{2}$R, oder: Zwillingsäquator eine Normalfläche dieser Kante. Diese Zwillingsbildung wiederholt sich gewöhnlich mehrfach und besonders häufig in der Weise, dass um ein grösseres mittleres Individuum drei oder mehre kleinere Individuen symmetrisch verbunden sind, wodurch schöne bouquetförmige Krystallgruppen entstehen. Fig. 211 stellt einen so gebildeten Vierlingskrystall der Combination ∞P2.$-\frac{1}{2}$R dar, in welchem der Neigungswinkel der Hauptaxe eines jeden äusseren In-

dividuums gegen die Axe des mittleren Individuums 26° beträgt.

Sehr selten sind am Quarze Zwillinge mit geneigten Hauptaxen beobachtet worden. Weiss beschrieb dergleichen zuerst. Es sind knieförmige Zwillingskrystalle der Combination $\infty P . P$, gebildet nach dem Gesetze: Zwillingsäquator eine Fläche von $P2$, oder: Zwillingsaxe die Normale einer solchen Fläche; die Hauptaxen beider Individuen sind gegen einander unter 80° 35′ geneigt.

Vierter Abschnitt.

Rhombisches System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 142. Grundcharakter, Hauptaxen.

Der geometrische Grundcharakter aller zu dem rhombischen Krystallsysteme gehörigen Formen ist in drei, auf einander rechtwinkeligen, aber durchgängig ungleichen Axen gegeben. Der sehr bezeichnende Name rhombisches System rührt von Breithaupt her und ist von der Figur der Hauptschnitte, und insbesondere der Mittelquerschnitte entlehnt, welche in allen Gestalten dieses Systemes entweder Rhomben, oder doch solche Figuren sind, in oder um welche sich Rhomben beschreiben lassen.*) Die Hauptaxe ist mehr oder weniger arbiträr (§. 10), indem eine der drei Axen als solche gewählt werden muss, wobei man im Allgemeinen derjenigen den Vorzug giebt, welche die einfachste und gefälligste Uebersicht der Combinationen gewährt; nur muss die für irgend eine Krystallreihe einmal gewählte Hauptaxe consequent als solche beibehalten werden. Durch die Wahl der Hauptaxe bestimmen sich die beiden anderen Axen als Nebenaxen, welche wegen ihrer verschiedenen Grösse einen verschiedenen Werth und eine gegenseitige Unabbängigkeit behaupten, was für die Ableitung einen wesentlichen Unterschied zwischen diesem und dem tetragonalen Systeme begründet.

*) Die Berliner Schule nennt es das zwei- und zweigliederige, oder auch das ein- uud einaxige, Haidinger mit Mohs das orthotype oder prismatische System.

Von einfachen geschlossenen Formen (§. 11) hat das rhombische System nur zwei, nämlich Pyramiden und Sphenoide, aufzuweisen. Als offene Formen gesellen sich zu ihnen drei Arten von Prismen, nämlich verticale und zweierlei horizontale Prismen, so wie die den Coordinat-Ebenen entsprechenden Pinakoide. Für die horizontalen Prismen werden wir uns weiter unten, zur Abkürzung der Nomenclatur, des von Breithaupt eingeführten Namens Doma bedienen.

§. 143. Rhombische Pyramiden.

Die rhombischen Pyramiden sind von acht ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und haben zwölf Kanten und sechs Ecke; Fig. 213.

Die Kanten sind symmetrisch und dreierlei: vier kürzere, stumpfere Polkanten, im Hauptschnitte durch die kleinere Nebenaxe, vier längere, schärfere Polkanten, im Hauptschnitte durch die grössere Nebenaxe, und vier Mittelkanten in der Ebene der Basis.

Die Ecke sind rhombisch und gleichfalls dreierlei: zwei Polecke an den Endpunkten der Hauptaxe, zwei stumpfere Mittelecke an den Endpunkten der kleineren Nebenaxe, und zwei spitzere Mittelecke an den Endpunkten der grösseren Nebenaxe.

Die Querschnitte sind Rhomben, und zwar nach allen drei Axen, was diese Pyramiden ganz besonders charakterisirt.

§. 144. Rhombische Sphenoide.

Die rhombischen Sphenoide sind von vier ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Formen, deren Mittelkanten nicht in einer Ebene liegen, sondern im Zickzack auf- und absteigen; sie haben sechs Kanten und vier Ecke; Fig. 214.

Die Kanten sind unregelmässig und dreierlei: zwei

horizontale Pol- oder Endkanten, zwei längere, stumpfere, und zwei kürzere, schärfere Mittel- oder Seitenkanten.

Die Ecke sind einerlei und unregelmässig dreiflächig.

Die Querschnitte sind Rhomboide, der Mittelquerschnitt aber ist ein Rhombus.

Die Nebenaxen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Seitenkanten.

Die rhombischen Sphenoide haben keinen Flächen-Parallelismus.

§. 144a. Prismatische Formen und Pinakoide des Systemes.

Ausser den sehr gewöhnlichen Pyramiden und den seltenen Sphenoiden, als geschlossenen Formen des Systems, spielen noch drei Arten von prismatischen Formen und drei Pinakoide eine sehr wichtige Rolle.

Die prismatischen Formen sind lauter Prismen von rhombischen Querschnitten, nämlich Inbegriffe von vier, je einer der Axen parallelen Flächen, deren Querschnitt ein Rhombus ist. Da nun die Hauptaxe vertical ist, während die Nebenaxen horizontal sind, so würden eigentlich verticale und zwei Arten von horizontalen Prismen zu unterscheiden sein. Um jedoch die Nomenclatur dieser verschiedenen Formen zu vereinfachen, dazu ist es zweckmässig, das Wort Prisma lediglich für die verticalen Prismen beizubehalten, für jedes horizontale Prisma dagegen den Namen Doma zu gebrauchen.

Die drei Pinakoide sind die drei, den Hauptschnitten des Axensystemes parallelen Flächenpaare, und werden als Basopinakoid, Makropinakoid und Brachypinakoid unterschieden.

§. 145. Holoëdrische und hemiëdrische Formen des Systemes.

Die Pyramiden repräsentiren die holoëdrischen, die Sphenoide dagegen die hemiëdrischen Formen; die Prismen und Pinakoide schliessen sich beiden an. Die meisten

Krystallreihen des rhombischen Systems sind jedoch holoëdrisch ausgebildet, und daher die Sphenoide im Allgemeinen sehr seltene Erscheinungen. Viele Mineralogen und Krystallographen betrachten freilich die sämmtlichen Formen der klinoëdrischen Krystallsysteme als blose hemiëdrische und tetartoëdrische Formen des rhombischen Systemes, wodurch denn das Gebiet dieses Systemes bedeutend erweitert werden würde. So lange jedoch die vielen Gründe, welche für die Realität klinoëdrischer Krystallformen sprechen, nicht widerlegt sind, so lange scheint es naturgemässer, die Selbstständigkeit derselben anzuerkennen, wenn auch nicht geläugnet werden kann, dass in den Verhältnissen einiger weniger monoklinoëdrischen Krystallreihen eine Hindeutung auf den geometrischen Grundcharakter des rhombischen Systemes gegeben sei.

II. Ableitung und Bezeichnung der rhombischen Formen.

§. 146. Ableitung der holoëdrischen Formen; Vorbereitung.

Es kann eine jede beliebige rhombische Pyramide bei der Ableitung der holoëdrischen Formen als Grundgestalt dienen. Wir bezeichnen sie mit P, und denken sie nach einer ihrer drei Axen aufrecht vor uns, wodurch diese Axe zur Hauptaxe erhoben wird. Da keine der Axen einen eminenten Werth behauptet, so lässt sich zwar eine jede rhombische Pyramide und folglich auch eine jede rhombische Krystallreihe nach drei verschiedenen Richtungen aufrecht stellen; indessen muss man sich doch jedenfalls für eine dieser Richtungen entscheiden. Weil aber verschiedene Beobachter hierbei nach verschiedenen Motiven verfahren, so kommt es, dass die Beschreibungen und Zeichnungen der Formen einer und derselben rhombischen Mineralspecies bei verschiedenen Schriftstellern nicht selten auf ganz verschiedene Hauptaxen bezogen worden sind. Ist

aber einmal die Hauptaxe auf die eine oder andere Weise bestimmt worden, so sind es auch die Nebenaxen.

Wir wollen künftig in jeder Grundgestalt

die halbe Hauptaxe $= a$,

die halbe grössere Nebenaxe $= b$,

die halbe kleinere Nebenaxe $= c$

setzen. Die beiden Nebenaxen sind offenbar die Diagonalen der Basis von P, und in solcher als Makrodiagonale und Brachydiagonale zu unterscheiden (§. 2), welche Benennungen bei der Nomenclatur der abzuleitenden Formen benutzt werden können, um die Manchfaltigkeit derselben zur Unterscheidung zu bringen; was um so nöthiger ist, da sie, ihrer geometrischen Configuration nach, grossentheils nur Formen derselben Art darstellen.

In jeder rhombischen Krystallreihe verstehen wir also künftig unter den Ausdrücken Makrodiagonale und Brachydiagonale lediglich die grosse und kleine Nebenaxe der Grundgestalt. Die Ebene durch die Hauptaxe und die Makrodiagonale nennen wir den makrodiagonalen, die Ebene durch die Hauptaxe und die Brachydiagonale den brachydiagonalen Hauptschnitt der Krystallreihe, und es werden diese Begriffe unverändert auf alle möglichen abzuleitenden Formen übergetragen. Daher unterscheiden wir auch die Polkanten, Mittelecke und Seitenkanten aller abgeleiteten Formen als makrodiagonale und brachydiagonale Polkanten, Mittelecke oder Seitenkanten, je nachdem sie in dem einen oder andern Hauptschnitte der Grundform gelegen sind.

§. 147. Ausführung.

Aus der Grundform P wird nun zuvörderst, gerade so, wie in den §§. 81 und 110, ein Inbegriff von Pyramiden abgeleitet, welche gleiche Basis und Flächenstellung mit P haben, und einerseits durch das basische Pinakoid 0P, anderseits durch das rhombische Prisma ∞P begränzt werden. Diese Pyramiden lassen sich daher in die Reihe

$$0P \; \ldots . \; mP \; \ldots . \; P \; \ldots . \; mP \; \ldots . \; \infty P$$

zusammenstellen, welche wir auch hier die Hauptreihe oder Grundreihe des Systemes nennen.

Aus jedem Gliede dieser Hauptreihe können nun weitere Ableitungen durch Veränderung der Nebenaxen oder Diagonalen erfolgen, wobei jedoch auf die oben (§. 142) erwähnte gegenseitige Unabhängigkeit derselben ganz besonders zu achten, und daher nur eine jede einzeln der Veränderung zu unterwerfen ist. Hieraus folgt denn, dass die ferneren Ableitungen in diesem Systeme nach zwei verschiedenen Richtungen erfolgen und zweierlei verschiedene Resultate liefern werden, je nachdem dabei die Makrodiagonale oder die Brachydiagonale der Grundform als veränderliches Element vorausgesetzt wird. Wir wollen diese zweierlei Producte der Ableitung in der Rede durch die Beinamen makrodiagonal und brachydiagonal, in der Bezeichnung aber dadurch unterscheiden, dass über den Buchstaben P, als das Grundelement aller Zeichen, für jede makrodiagonale Form das prosodische Zeichen der Länge (—), für jede brachydiagonale Form das prosodische Zeichen der Kürze (◡) gesetzt wird. Ist also n allgemein die Ableitungszahl, nach welcher eine der Diagonalen von mP verändert wurde, so wird das Zeichen der abgeleiteten Form entweder $m\bar{P}n$ oder $m\breve{P}n$, je nachdem die Makrodiagonale oder Brachydiagonale verändert worden.

Die Ableitungsconstruction und ihre besonderen Resultate sind aber folgende. Für irgend ein Glied der Hauptreihe mP werde zuvörderst die Makrodiagonale nach der Zahl n vervielfältigt, welche aller rationalen Werthe zwischen 1 und ∞ fähig ist; man erhält so zwei neue Endpunkte der Makrodiagonale. Hierauf lege man in jede brachydiagonale Polkante von mP zwei Flächen, deren eine den einen, die andere den anderen Endpunkt der so verlängerten Makrodiagonale trifft, so ist offenbar eine makrodiagonale Pyramide oder Makropyramide *)

*) Da es, namentlich für das Bedürfniss der Mineralogie, besonders darauf ankommt, die krystallographische Nomenclatur nicht nur bestimmt, sondern auch kurz zu bilden, so kann man sich füglich der Abkürzungen Makropyramide und Brachypyramide statt der Benennungen makrodiagonale und brachydiagonale Pyramide bedienen.

$m\bar{P}n$ construirt worden. Je grösser der Werth von n ist, um so mehr wird diese Pyramide nach der Makrodiagonale in die Länge gestreckt sein; endlich für $n = \infty$ fallen je zwei Flächen in eine Ebene, und die Pyramide verwandelt sich in ein horizontales Prisma oder ein Doma $m\bar{P}\infty$, welches nach der Makrodiagonale gestreckt und daher als ein makrodiagonales Doma, kürzer als ein Makrodoma zu bezeichnen ist.

Vergrössert man eben so in irgend einem Gliede mP der Hauptreihe die Brachydiagonale nach n, und legt man Flächen durch die makrodiagonalen Polkanten von mP, welche zugleich die Endpunkte der verlängerten Brachydiagonale schneiden, so wird eine brachydiagonale Pyramide oder Brachypyramide $m\breve{P}n$ construirt, welche sich für $n = \infty$ in das brachydiagonale Doma oder Brachydoma $m\breve{P}\infty$ verwandelt.

Wie jedes andere Glied der Hauptreihe, so wird auch ∞P diesen Ableitungen zu unterwerfen sein; man erhält so zwei Reihen von Prismen, von denen die einen als makrodiagonale Prismen oder Makroprismen, $\infty\bar{P}n$, die anderen als brachydiagonale Prismen oder Brachyprismen, $\infty\breve{P}n$ zu bezeichnen sind; die ersteren werden durch das makrodiagonale Flächenpaar oder Makropinakoid $\infty\bar{P}\infty$, die anderen durch das brachydiagonale Flächenpaar oder Brachypinakoid $\infty\breve{P}\infty$ begränzt.

§. 148. Uebersicht der holoëdrischen Formen des rhombischen Systemes.

Durch die Constructionen des vorhergehenden §. ist in der That eine jede mögliche holoëdrische Form des rhombischen Systemes abgeleitet worden. Man kann nun, wie in dem tetragonalen und hexagonalen Krystallsysteme, so auch in diesem die sämmtlichen Resultate der Ableitung in ein tabellarisches Schema zusammenstellen, welches eine vollständige und wohlgeordnete Uebersicht aller holoëdrischen Formen gewährt.

	$m<1$		$m>1$	
0P	$m\bar{P}\infty$	$\bar{P}\infty$	$m\bar{P}\infty$	$\infty\bar{P}\infty$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0P	$m\bar{P}n$	$\bar{P}n$	$m\bar{P}n$	$\infty\bar{P}n$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0P	mP	P	mP	∞P
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0P	$m\breve{P}n$	$\breve{P}n$	$m\breve{P}n$	$\infty\breve{P}n$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0P	$m\breve{P}\infty$	$\breve{P}\infty$	$m\breve{P}\infty$	$\infty\breve{P}\infty$

Dieses Schema wird durch die mittelste horizontale Reihe, welche die Haupt- oder Grundreihe des Systemes ist, in zwei Hälften, in eine makrodiagonale und eine brachydiagonale Hälfte getheilt. Von der Grundreihe ausgehend, haben wir also zwei Arten von Zwischenreihen, makrodiagonale und brachydiagonale, und eben so zwei verschiedene Gränzreihen zu unterscheiden.

Die Grund- oder Hauptreihe begreift alle rhombischen Pyramiden von gleicher oder ähnlicher Basis und gleicher Flächenstellung mit P.

Die makrodiagonalen Zwischenreihen enthalten sämmtliche Makropyramiden und Makroprismen, und zwar jede einzelne dieser Reihen nur solche von gleicher und ähnlicher Basis.

Die makrodiagonale Gränz- oder Nebenreihe begreift die sämmtlichen Makrodomen und das Makropinakoid.

Die brachydiagonalen Zwischenreihen enthalten alle Brachypyramiden und Brachyprismen, und

die brachydiagonale Gränz- oder Nebenreihe begreift die sämmtlichen Brachydomen und das Brachypinakoid.

Jede verticale Reihe des Schemas enthält nur solche Formen von gleicher Länge der Hauptaxe, weshalb denn auch die äusserste verticale Reihe rechter Hand die sämmtlichen Prismen in sich begreift.

§. 149. Hemiëdrische Formen.

Wenn an irgend einer rhombischen Pyramide $m\breve{P}n$ die abwechselnden einzelnen Flächen verschwinden, so bilden die vier übrigen Flächen ein rhombisches Sphenoid. Es verhalten sich daher diese Formen zu den rhombischen Pyramiden, wie die tetragonalen Sphenoide zu den tetragonalen Pyramiden, wie das Tetraëder zu dem Oktaëder. Welcher Reihe die Pyramide angehört, das ist hierbei gleichgiltig; immer wird das Product der Hemiëdrie ein Sphenoid sein. Die Prismen und Domen erfahren gar keine wesentliche Veränderung ihrer Gestalt, wenn sie dieser sphenoidischen Hemiëdrie unterworfen werden. Daher giebt sich dieselbe lediglich in der Erscheinungsweise der Pyramiden zu erkennen. Uebrigens ist diese Hemiëdrie bis jetzt nur in sehr wenigen Krystallreihen beobachtet worden; am ausgezeichnetsten am Zinkvitriole und am Bittersalze, von welchem letzterem Fig. 235 eine sehr gewöhnliche Combination darstellt, die vom Prisma ∞P, von dem, aus der Pyramide P abgeleiteten Sphenoide $\frac{P}{2}$ und von dem Brachypinakoide $\infty\breve{P}\infty$ gebildet wird.

Bei der Seltenheit sphenoidischer Formen und Combinationen mag diese kurze Erwähnung derselben genügen, und werden daher weiter unten nur die holoëdrischen Combinationen betrachtet werden.

III. Berechnung der rhombischen Formen.

§. 150. Berechnung der Kantenwinkel aus den Axen.

Da in dem rhombischen Systeme keine Zwischenaxen hervortreten oder vielmehr die ihnen entsprechenden Linien kein besonderes Interesse gewähren, so haben wir es auch

hier nur mit den beiden Problemen zu thun, aus den gegebenen Lineardimensionen die Angulardimensionen, und aus diesen jene zu berechnen.

Wir bezeichnen in jeder rhombischen Pyramide
die makrodiagonalen Polkanten mit *X*,
die brachydiagonalen Polkanten mit *Y*,
die Mittelkanten mit *Z*,

und wollen nun zuvörderst diese Kanten für die Grundform P berechnen, deren halbe Hauptaxe $= a$, halbe Makrodiagonale $= b$, halbe Brachydiagonale $= c$ ist. Wir erhalten:

$$\cos X = \frac{a^2b^2 - c^2a^2 - b^2c^2}{a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2}$$

$$\cos Y = \frac{c^2a^2 - b^2c^2 - a^2b^2}{a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2}$$

$$\cos Z = \frac{b^2c^2 - a^2b^2 - c^2a^2}{a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2}$$

ferner für die halben Kantenwinkel;

$$\cos \tfrac{1}{2} X = \frac{ab}{\sqrt{M}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y = \frac{ac}{\sqrt{M}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Z = \frac{bc}{\sqrt{M}}$$

wenn $M = a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2$ ist.

Hieraus folgen die Proportionen:

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Y = b : c,$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Z : \cos \tfrac{1}{2} X = c : a$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \cos \tfrac{1}{2} Z = a : b.$$

mittels welcher man am leichtesten aus einem Winkel die übrigen berechnen kann.

Die Tangenten der halben Kantenwinkel bestimmen sich wie folgt:

$$\tang \tfrac{1}{2} X = \frac{c\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$$

$$\tang \tfrac{1}{2} Y = \frac{b\sqrt{c^2+a^2}}{ca}$$

$$\tang \tfrac{1}{2} Z = \frac{a\sqrt{b^2+c^2}}{bc}$$

Diese zunächst für die Grundform gefundenen Werthe sind aber allgemein brauchbar, sobald man auf die Veränderungen Rücksicht nimmt, welchen das der Grundform entsprechende Verhältniss der Parameter $a : b : c$ unterliegt, wenn irgend eine andere Form abgeleitet werden soll. Man hat offenbar in vorstehenden Formeln.

für irgend eine andere Pyramide der Hauptreihe mP nur ma statt a,

für irgend eine Makropyramide $m\bar{P}n$, ma statt a und nb statt b, so wie

für irgend eine Brachypyramide $m\breve{P}n$, ma statt a und nc statt c

zu schreiben, um sie sofort für die eine oder andere dieser Gestalten brauchbar zu machen.

Für die Prismen und Domen gilt Folgendes. Setzt man in vorstehenden Formeln $a = \infty$, so erhält man zunächst für das Prisma ∞P:

$$\cos X = \frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}, \; \cos Y = - \cos X$$

$$\tang \tfrac{1}{2} X = \frac{c}{b}, \; \tang \tfrac{1}{2} Y = \frac{b}{c}$$

Dieselben Formeln gelten für jedes Makroprisma $\infty\bar{P}n$, oder für jedes Brachyprisma $\infty\breve{P}n$, wenn man nb statt b, oder nc statt c setzt.

Nimmt man in den Formeln für P $b = \infty$, so folgt zunächst für das Makrodoma $\bar{P}\infty$:

$$\cos X = \frac{a^2 - c^2}{a^2 + c^2}, \; \cos Z = - \cos X$$

$$\tang \tfrac{1}{2} X = \frac{c}{a}, \qquad \tang \tfrac{1}{2} Z = \frac{a}{c},$$

welche Werthe ganz allgemein für jedes beliebige Makrodoma $m\bar{P}\infty$ gelten, sobald man ma statt a setzt.

Nimmt man endlich in den Formeln für P $c = \infty$, so erhält man zunächst für das Brachydoma $\breve{P}\infty$:

$$\cos Y = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}, \; \cos Z = - \cos Y$$

$$\tang \tfrac{1}{2} Y = \frac{b}{a}, \qquad \tang \tfrac{1}{2} Z = \frac{a}{b},$$

welche Werthe ebenfalls für jedes andere Brachydoma $m\breve{P}\infty$, allgemein giltig sind, wenn man ma statt a schreibt.

§. 151. Berechnung der Axen aus den Kantenwinkeln.

Eine jede rhombische Pyramide ist durch des Verhältniss ihrer drei Dimensionen a', b' und c' bestimmt, von welchen wir durchgängig annehmen, dass a' in der Hauptaxe, b' in der Makrodiagonale und c' in der Brachydiagonale der Grundform enthalten sei. — Bei der Berechnung hat man nun immer zunächst die ebenen Winkel zweier Hauptschnitte der Pyramide zu bestimmen. Nennen wir nämlich

α den Winkel der makrodiagonalen Polkante gegen die Hauptaxe,

β den Winkel der brachydiagonalen Polkante gegen die Hauptaxe, und

γ den Winkel der Mittelkante gegen die Makrodiagonale der Grundform, so folgt allgemein

I. aus α und β:

$$a':b':c' = 1 : tang\,\alpha : tang\,\beta;$$

II. aus α und γ:

$$a':b':c' = cot\,\alpha : 1 : tang\,\gamma;$$

III. aus β und γ:

$$a':b':c' = cot\,\beta : cot\,\gamma : 1.$$

Sind also die eigenthümlichen Kanten der Pyramide gegeben, so hat man aus ihnen zuvörderst zwei der Hauptschnittwinkel α, β und γ zu bestimmen.

Nun ist aber von den Winkeln α, β und γ sehr häufig einer oder der andere unmittelbar durch Beobachtung gegeben, indem α und β die halben Polkanten der zu der gesuchten Pyramide gehörigen Domen, γ die halbe makrodiagonale Seitenkante des zu derselben Pyramide gehörigen Prismas sind, von welchen Gestalten gar nicht selten eine oder die andere ausgebildet zu sein pflegt.

Wenn wir also, ausser den eigenthümlichen Kanten X, Y und Z der gesuchten Pyramide, auch diese Winkel α, β und γ mit als Beobachtungselemente einführen wollen,

so kommen überhaupt folgende vier Fälle zur Unterscheidung:

1.) es sind gegeben zwei der Winkel X, Y und Z; dann bestimmt sich:

aus X und Y

$$\cos\alpha = \frac{\cos\frac{1}{2}Y}{\sin\frac{1}{2}X} \qquad \cos\beta = \frac{\cos\frac{1}{2}X}{\sin\frac{1}{2}Y}$$

aus X und Z

$$\sin\alpha = \frac{\cos\frac{1}{2}Z}{\sin\frac{1}{2}Y} \qquad \cos\gamma = \frac{\cos\frac{1}{2}X}{\sin\frac{1}{2}Z}$$

aus Y und Z

$$\sin\beta = \frac{\cos\frac{1}{2}Z}{\sin\frac{1}{2}Y} \qquad \sin\gamma = \frac{\cos\frac{1}{2}Y}{\sin\frac{1}{2}Z};$$

2.) es sind gegeben zwei der Winkel α, β und γ, dann rechnet man unmittelbar nach einer der vorhergehenden Proportionen;

3.) es sind gegeben einer der Winkel X, Y und Z, und der dazu gehörige von den Winkeln α, β und γ; dann bestimmt sich:

aus X und α

$$\tang\beta = \tang\tfrac{1}{2}X\sin\alpha,$$

aus Y und β

$$\tang\alpha = \tang\tfrac{1}{2}Y\sin\beta,$$

aus Z und γ

$$\cot\alpha = \tang\tfrac{1}{2}Z\sin\gamma;$$

4.) es sind gegeben einer der Winkel X, Y und Z, und einer der nicht dazu gehörigen von den Winkeln α, β und γ; dann bestimmt sich:

aus X und β oder γ

$$\sin\alpha = \cot\tfrac{1}{2}X\tang\beta$$
$$\cos\alpha = \cot\tfrac{1}{2}X\tang\gamma,$$

aus Y und α oder γ

$$\sin\beta = \cot\tfrac{1}{2}Y\tang\alpha$$
$$\cos\beta = \cot\tfrac{1}{2}Y\cot\gamma,$$

aus Z und α oder β

$$\sin\gamma = \cot\tfrac{1}{2}Z\cot\alpha$$
$$\cos\gamma = \cot\tfrac{1}{2}Z\cot\beta.$$

Mittels dieser und der oben unter I, II und III stehenden Formeln wird man also für jede Pyramide das Verhältniss ihrer Dimensionen $a':b':c'$ berechnen können. Aus der Ableitung folgt aber (§. 147), dass allemal wenigstens eine der beiden Nebenaxen b' oder c' denselben Werth haben müsse wie in der Grundform, dass also das gefundene Verhältniss

$$a':b':c' \text{ entweder } = ma:nb:c$$
$$\text{oder auch } = ma:b:nc$$

zu setzen ist, je nachdem die gesuchte Pyramide eine Makropyramide oder eine Brachypyramide ist. Man wird also auch die Ableitungszahlen m und n sehr leicht bestimmen; es wird nämlich für jede Makropyramide $m\bar{P}n$

$$m = \frac{ca'}{ac'},\quad n = \frac{cb'}{bc'},$$

und für jede Brachypyramide $m\breve{P}n$

$$m = \frac{ba'}{ab'},\quad n = \frac{bc'}{b'c}.$$

Es würde überflüssig sein, etwas über die Berechnung der Ableitungszahlen der Prismen und Domen aus ihren Kantenwinkeln zu sagen.

IV. Zeichnung der rhombischen Gestalten.

§. 152. Zeichnung der Grundform einer rhombischen Krystallreihe.

Die drei Axen einer jeden rhombischen Gestalt sind auf einander rechtwinkelig, und stimmen also ihrer Lage nach mit den Axen des Oktaëders überein. Wir können daher auch unmittelbar die, in §. 41 und Fig. 34 erläuterte Projection der drei Hauptaxen des Oktaëders zu Grunde legen, wenn die Grundform P irgend einer rhombischen Krystallreihe gezeichnet werden soll. Während aber die drei Axen des Oktaëders einander gleich sind, so findet zwischen den Axen der Pyramide P das Verhältniss durchgängiger Ungleichheit $a:b:c$ Statt, welches man auch

durch $\frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1$ ausdrücken kann. Man lasse also derjenigen horizontalen Axe in Fig. 34, welche die Brachydiagonale der Grundform P vorstellen soll, ihre unveränderte Länge, vervielfältige dagegen die andere horizontale Axe nach $\frac{b}{c}$, und die verticale Axe nach $\frac{a}{c}$, so sind die Axen der Grundform P gefunden, deren Bild nun leicht zu vollenden ist. Was die Wahl der Brachydiagonale betrifft, so scheint es im Allgemeinen zweckmässig, die auf den Beobachter zulaufende (vordere) horizontale Hauptaxe CC' in Fig. 34 als solche zu bestimmen, weil dann die Makrodiagonale auch ihrer scheinbaren Länge nach als die grössere Linie im Bilde hervortritt, während gewöhnlich das Gegentheil eintreten würde, wenn man BB' zur Brachydiagonale wählen wollte.

Die rhombischen Sphenoide werden ganz nach derselben Regel gezeichnet, wie solches in §. 91 für die tetragonalen Sphenoide angegeben wurde. Die daselbst erwähnten Zwischenaxen sind hier die, durch den Mittelpunkt des Axensystemes gelegten Parallelen der Mittelkanten derjenigen Pyramide, deren Sphenoïd dargestellt werden soll.

§. 153. Zeichnung der abgeleiteten Formen.

Nachdem die Grundform einer rhombischen Krystallreihe gezeichnet worden, ist die Zeichnung aller übrigen Formen eine sehr leichte Aufgabe, indem man nur die Constructionen der Ableitung genau so um das Bild der Grundform auszuführen braucht, wie solche um die wirkliche Grundform in §. 147 vollzogen worden sind. Man kann dabei für jedes $m\bar{P}n$ und $m\breve{P}n$ entweder unmittelbar die Verhältnisse

$$ma : nb : c$$
$$ma : b : nc,$$

oder auch, zumal wenn n sehr gross ist, die Verhältnisse

$$\frac{m}{n} a : b : \frac{1}{n} c$$

$$\frac{m}{n}a : \frac{1}{n}b : c$$

zu Grunde legen, mittels welcher man die wahre Lage der Kanten der Pyramiden $m\bar{P}n$ und $m\breve{P}n$ bestimmt, und darauf diese Kanten selbst leicht da einzeichnen kann, wo sie in der Combination erscheinen sollen.

Ist die zu zeichnende Form ein verticales oder horizontales Prisma, also eine ihrer Ableitungszahlen $= \infty$, so zeichnet man nur den Querschnitt des Prismas oder Domas in der entsprechenden Coordinat-Ebene, zieht durch die Eckpunkte dieses Querschnittes Parallelen mit der Axe des Prismas, und die Construction ist vollendet.

V. Combinationen der rhombischen Gestalten.

§. 154. Grundform, aufrechte Stellung, allgemeine Orientirung.

Bei der Seltenheit sphenoidischer Combinationen werden wir uns nur mit den holoëdrischen Combinationen beschäftigen. Eine jede holoëdrische Combination des rhombischen Systemes lässt überhaupt drei, ihrer allgemeinen Configuration nach wesentlich verschiedene Formen unterscheiden:

1.) achtflächige Formen, deren Flächen keiner der Axen parallel sind; Pyramiden;
2.) vierflächige Formen, deren Flächen einer der Axen parallel sind; verticale und horizontale Prismen, oder Prismen und Domen;
3.) zweiflächige Formen, deren Flächen zweien der Axen parallel sind; die drei Pinakoide.

Ueber die besondere krystallographische Stellung und Bedeutung aller dieser Formen kann jedoch nicht eher etwas ausgesagt werden, als bis die Grundform und die aufrechte Stellung oder die Hauptaxe gewählt worden sind. Dann erst sondern sich die verschiedenen Pyramiden als Pyramiden der Hauptreihe, als makrodiagonale und als brachydiagonale Pyramiden; dann erst weiss man,

welche Prismen als verticale, und welche als horizontale Prismen oder Domen, so wie welche von diesen letzteren als Makrodomen oder als Brachydomen zu betrachten sind; dann endlich bestimmen sich die Pinakoide als die Parallelflächen des einen oder des andern Hauptschnittes des Axensystemes. Grundform und Hauptaxe sind also diejenigen Elemente, deren Bestimmung selbst der allgemeinen Orientirung der Combination vorausgehen muss, weil durch sie erst den in der Combination enthaltenen Formen ihre Stelle in den verschiedenen Reihen des Schemas (§. 148) und somit ihre krystallographische Bedeutung angewiesen wird.

Man wählt also zuvörderst eine der vorhandenen Pyramiden zur Grundform und bestimmt darauf ihre Hauptaxe. Sollte in der Combination keine, oder doch keine zur Grundform geeignete Pyramide enthalten sein, so schliesst man aus den Verhältnissen der übrigen Formen auf diejenige Pyramide, welche sich am besten zur Grundform empfiehlt, indem man dabei die in §. 146 angedeuteten Rücksichten beachtet. Die aufrechte Stellung wählt man wohl gern nach der vorherrschenden Längenrichtung der Combinationen, wenn eine solche durchgängig stattfindet (wie z. B. bei dem Topas, Lièvrit und anderen Mineralien); ausserdem giebt man wohl auch derjenigen Stellung den Vorzug, bei welcher möglichst viele Pyramiden als Glieder der Hauptreihe erscheinen, weil diess die Uebersicht und Entwickelung leichter macht.

Nachdem die Grundform und Hauptaxe gewählt worden sind, so hat die allgemeine Orientirung der Combination oder die Einordnung ihrer sämmtlichen Formen in die Reihen des in §. 148 aufgestellten Schemas keine Schwierigkeit.

§. 155. Combination mit einer vorherrschenden Pyramide der Hauptreihe.

Die allgemeine Theorie der binären Combinationen ist in diesem Systeme so einfach, dass sie sich bei einigem Nachdenken einem Jeden leicht darbieten wird. Um nicht

zu weitläufig zu werden, will ich nur den in der Wirklichkeit häufig vorkommenden Fall in Betrachtung ziehen, wo eine Pyramide der Hauptreihe, also irgend ein mP, die vorherrschende Form bildet, oder doch wenigstens ausgebildet ist; ein Fall, welcher am häufigsten für die Grundform P selbst einzutreten pflegt.

Eine Pyramide mP wird durch die Flächen der übrigen Gestalten folgende Veränderungen erleiden:

a) an den makrodiagonalen Polkanten,

1.) eine Zuschärfung derselben, Fig. 215; sie wird jedenfalls durch eine der aus mP abgeleiteten Brachypyramiden $m\breve{P}n$ gebildet;

2.) eine Abstumpfung derselben, Fig. 216; sie rührt von dem aus mP abgeleiteten Brachydoma $m\breve{P}\infty$ her;

b) an den brachydiagonalen Polkanten,

3.) eine Zuschärfung derselben, Fig. 217; die zuschärfende Form ist allemal eine der aus mP abgeleiteten Makropyramiden $m\bar{P}n$;

4.) eine Abstumpfung derselben, Fig. 218; die abstumpfende Form ist das zu mP gehörige Makrodoma $m\bar{P}\infty$;

c) an den Mittelkanten,

5.) eine Zuschärfung, ähnlich F. 115a; die zuschärfende Form ist eine Pyramide m'P mit $m' > m$;

6.) eine Abstumpfung, ähnlich Fig. 116 a; die abstumpfende Form ist das Prisma ∞P;

d) an den Polecken,

7.) eine 4flächige Zuspitzung, und zwar sind die Combinationskanten mit den Mittelkanten von mP

α) parallel, ähnlich F. 118; dann ist die zuspitzende Form eine Pyramide m'P mit $m' < m$; oder

β) convergent nach den makrodiagonalen Mittelecken hin, Fig. 222; dann ist die zuspitzende Form irgend eine Brachypyramide $m'\breve{P}n'$ mit $m' < m$; oder auch

γ) convergent nach den brachydiagonalen Mittelecken hin, Fig. 221; dann ist die zuspitzende Form irgend eine Makropyramide $m'\bar{P}n'$ mit $m' < m$;

8.) eine Zuschärfung, und zwar

α) die Zuschärfungsflächen auf die makrodiagonalen Polkanten gesetzt, Fig. 219; die zuschärfende Form ist irgend ein Brachydoma $m'\breve{P}\infty$ mit $m' < m$,

β) die Zuschärfungsflächen auf die brachydiagonalen Polkanten gesetzt, Fig. 220; die zuschärfende Form ist irgend ein Makrodoma $m'\bar{P}\infty$ mit $m' < m$;

9.) eine Abstumpfung, ähnlich F. 120; die abstumpfende Form ist das basische Pinakoid 0P;

e) an den makrodiagonalen Mittelecken,

10.) eine 4flächige Zuspitzung, durch irgend eine Brachypyramide $m'\breve{P}n'$ mit $m' > m$, und zwar sind die Combinationskanten mit den brachydiagonalen Polkanten von mP

α) parallel, Fig. 223, wenn $m' = mn'$,

β) convergent nach den Polecken, wenn $m' < mn'$,

γ) convergent nach den Mittelecken, wenn $m' > mn'$;

11.) eine Zuschärfung, die Zuschärfungsflächen auf die Polkanten aufgesetzt, Fig. 224; die zuschärfende Form ist ein Brachydoma $m'\breve{P}\infty$ mit $m' > m$;

12.) eine Zuschärfung, die Zuschärfungsflächen auf die Mittelkanten gesetzt, Fig. 225; die zuschärfende Form ist irgend ein Brachyprisma $\infty\breve{P}n$;

13.) eine Abstumpfung, Fig. 229 und 231; die abstumpfende Form ist das Brachypinakoid;

f) an den brachydiagonalen Mittelecken,

14.) eine 4flächige Zuspitzung, durch irgend eine Makropyramide $m'\bar{P}n'$ mit $m' > m$; und zwar sind die Combinationskanten mit den makrodiagonalen Polkanten von mP

α) parallel, Fig. 226, wenn $m' = mn'$,

β) convergent nach den Polecken, wenn $m' < mn'$,

γ) convergent nach den Mittelecken, wenn $m' > mn'$;

15.) eine auf die Polkanten aufgesetzte Zuschärfung, Fig. 227; die zuschärfende Form ist ein Makrodoma $m'\bar{P}\infty$ mit $m' > m$;

16.) eine auf die Mittelkanten aufgesetzte Zuschärfung, Fig. 228; die zuschärfende Form ist irgend ein Makroprisma $\infty\bar{P}n$; und

17.) eine Abstumpfung, Fig. 230; die abstumpfende Form ist das Makropinakoid.

Auf ähnliche Weise wird man die Verhältnisse und Bedingungen der binären Combinationen für irgend eine andere Form entwickeln können.

§. 156. Einige allgemeine Regeln für binäre und ternäre Combinationen.

Die folgenden drei Regeln sind ganz allgemein giltig und finden sehr häufige Anwendung bei der Entwickelung rhombischer Combinationen:

I. Je zwei Formen, deren Combinationskanten horizontal oder dem basischen Hauptschnitte parallel sind, haben dasselbe Verhältniss der beiden Nebenaxen;

II. je zwei Formen, deren Combinationskanten dem makrodiagonalen Hauptschnitte parallel sind, haben dasselbe Verhältniss der Hauptaxe zur makrodiagonalen Dimension, und

III. je zwei Formen, deren Combinationskanten dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallel sind, haben dasselbe Verhältniss der Hauptaxe zur brachydiagonalen Dimension.

Ferner hat man bei ternären Combinationen besonders häufig Gelegenheit, von folgenden Specialregeln Gebrauch zu machen:

1.) dasjenige Doma, welches die makrodiagonalen oder brachydiagonalen Combinationsecke zweier Pyramiden mP und $m'P$ dergestalt abstumpft, dass seine Flächen als Rhomben erscheinen, ist $\frac{2mm'}{m+m'}\breve{P}\infty$ oder $\frac{2mm'}{m+m'}\bar{P}\infty$;

2.) dasjenige Doma also, welches die makrodiagonalen oder brachydiagonalen Combinationsecke zwischen mP und ∞P auf dieselbe Weise abstumpft, ist $2m\breve{P}\infty$ oder $2m\bar{P}\infty$;

3.) diejenige Pyramide, welche die Combinationskanten zwischen mP und $\infty\breve{P}\infty$ abstumpft, ist eine $mn\breve{P}n$;

4.) diejenige Pyramide, welche die Combinationskanten zwischen mP und $m\breve{P}\infty$ abstumpft, ist eine $m'\breve{P}\frac{m'}{m'-m}$;

5.) dasjenige Doma, welches die 4flächigen Combinationsecke zwischen ∞P und $m\breve{P}\infty$ dergestalt abstumpft, dass seine Flächen als Rhomben erscheinen, ist $m\bar{P}\infty$;

6.) diejenige Pyramide der Hauptreihe, welche die Combinationskanten zweier ungleichnamiger Domen, $m\breve{P}\infty$ und $m'\bar{P}\infty$ abstumpft, ist $\frac{mm'}{m+m'}P$.

Dergleichen Specialregeln liessen sich leicht noch mehre aufstellen, was jedoch kaum nöthig ist, da sie insgesammt nur besondere Fälle der allgemeinen Zonengleichung in §. 19 sind, welche gerade in diesem, und noch weit mehr in den nachfolgenden Krystallsystemen eine ausserordentlich häufige Anwendung findet, weshalb man sich mit dem Gebrauche derselben vertraut machen muss.

Nächst den Kantenzonen der Grundform sind besonders diejenigen Zonen häufig ausgebildet, welche den Transversalen der Flächen von P entsprechen, wenn wir nämlich unter Transversalen diejenigen Linien verstehen, welche die Winkelpunkte mit den Mittelpunkten der Seiten verbinden.

§. 157. Entwickelung einer vielzähligen Combination des Antimonglanzes.

Es stellt Fig. 232 eine 7zählige Combination des Antimonglanzes dar. Wählen wir die mit ***P*** bezeichnete Pyramide zur Grundform, behalten wir die aufrechte Stellung des Bildes bei, und beachten wir, dass in diesem Bilde, gegen die Regel des §. 152, die Makrodiagonale auf den Beobachter zuläuft*), so orientirt sich die Combination wie folgt: es gehören

*) Diese Abweichung ist deshalb gerechtfertigt, weil viele kleine Flächen am makrodiagonalen Hauptschnitte liegen und in ihren Verhältnissen deutlicher hervortreten.

in die Grundreihe *s*, *P* und *m*,
in die brachydiagonalen Zwischenreihen, *e* und *b*,
in die brachydiagonale Gränzreihe, *a* und *o*.

Da *P* zur Grundform gewählt worden, so wird man auch ihre Linear- und Angular-Dimensionen zu bestimmen suchen. Misst man hierauf eine Kante der Pyramide *s*, so berechnet sich daraus

$$s = \tfrac{1}{3}\mathrm{P}.$$

Das Brachydoma *a* stumpft offenbar die makrodiagonalen Combinationsecke von P und $\tfrac{1}{3}$P so ab, dass seine Flächen als Rhomben erscheinen; folglich ist

$$a = \tfrac{1}{2}\breve{\mathrm{P}}\infty. \text{ (§. 156, 1.)}$$

Dasselbe Resultat, zugleich mit der Bestimmung der Brachypyramide *e*, erhalten wir durch Betrachtung der Zone *s*, *a*, *e* und *P*, welche uns durch die beiden Flächen *s* und *P* gegeben ist. Vergleichen wir diese Flächen mit den Flächen *F''* und *F'* in §. 19, so wird

$$a'' = \tfrac{1}{3},\quad b'' = 1,\quad c'' = 1,$$
$$a' = 1,\quad b' = 1,\quad c' = -1;$$

auch wissen wir, dass $b = 1$ und *c* negativ ist. Substituirt man diese Werthe in die Zonengleichung, so erhalten wir

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = 2,$$

unter welcher Bedingung sowohl die Flächen *a*, als die Flächen *e* stehen müssen. Nun gehören die Flächen *a* einem Brachydoma, folglich ist für sie $c = \infty$, und daher $a = \tfrac{1}{2}$, wie vorher.

Die Combinationskanten zwischen *e* und *s* sind den brachydiagonalen Polkanten der Pyramide *s* oder auch dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallel; folglich gilt für *e*:

$$a : c = \tfrac{1}{3} : 1. \text{ (§. 156, III.)}$$

Combinirt man diese Bedingung mit der vorher gefundenen Zonengleichung, so folgt

$$e = \tfrac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}2.$$

Für die Brachypyramide *b* folgt aus §. 156, 3, dass ihre beiden Ableitungszahlen einander gleich sind. Kämen ihre Flächen mit denen von *e* zum Durchschnitte, so würden sie horizontale Combinationskanten bilden, woraus

man schliessen würde, dass beide einer und derselben horizontalen Reihe des Schemas angehören; so bestimmte sich denn

$$b = 2\breve{P}2.$$

Da aber der Durchschnitt mit *e* nicht zu beobachten ist, so muss man zu einer Messung seine Zuflucht nehmen, aus welcher dann dasselbe Resultat abgeleitet werden würde.

Dass endlich $o = \infty\breve{P}\infty$ ist, bedarf keiner Nachweisung. Die Combination ist nun vollständig entwickelt, und ihr Zeichen

$$\infty P . P . \tfrac{1}{3}P . \infty\breve{P}\infty . 2\breve{P}2 . \tfrac{2}{3}\breve{P}2 . \tfrac{1}{2}\breve{P}\infty.$$

§. 158. Entwickelung einer Combination des Barytes.

Die Figur 233 stellt eine 10zählige Combination des Barytes vor, für welche sich die Pyramide *z*, deren makrodiagonale Polkanten über die Flächen *o* fallen, als die bequemste Grundform darbietet. Für diese Grundform und bei der aufrechten Stellung, wie solche im Bilde gegeben ist, ordnen sich die verschiedenen Formen, wie folgt; es gehören

in die Grundreihe: ***P***, *z* und ***M***,
in die brachydiagonale Gränzreihe: *o* und *k*,
in die makrodiagonale Gränzreihe: *d* und *s*,
in eine brachydiagonale Zwischenreihe: *y* und *q*,
in eine makrodiagonale Zwischenreihe: *t*.

Von diesen Formen bestimmen sich unmittelbar:

$$P = 0P,$$
$$s = \infty\bar{P}\infty,$$
$$k = \infty\breve{P}\infty,$$
$$M = \infty P,$$
$$o = \breve{P}\infty,$$

Misst man die Combinationskante $q : k$, so berechnet sich daraus:

$$q = \infty\breve{P}2.$$

Die Pyramide *y* ist, wegen ihrer horizontalen Combi-

nationskanten zu q eine $m\breve{P}2$, und wegen ihrer Verhältnisse zur Grundform z eine $\breve{P}n$, folglich

$$y = \breve{P}2.$$

Das Makrodoma d stumpft die brachydiagonalen Polkanten von $\breve{P}2$ ab, und folglich wird

$$d = \tfrac{1}{2}\bar{P}\infty.$$

Endlich bestimmt sich durch Messung

$$t = \infty\bar{P}\tfrac{3}{2}.$$

Die Combination ist nun vollständig entwickelt und erhält das Zeichen:

$$0P.\breve{P}\infty.\infty\breve{P}\infty.\tfrac{1}{2}\bar{P}\infty.\infty P.\breve{P}2.P.\infty\bar{P}\tfrac{3}{2}.\infty\bar{P}\infty.\infty\breve{P}2.$$

VI. Zwillingskrystalle des rhombischen Systems.

§. 159. Zwillinge nach ∞P mit parallelen Hauptaxen.

Zwillinge mit parallelen Axensystemen, welche nur bei hemiëdrischer Ausbildung vorkommen können, sind im rhombischen Krystallsysteme bis jetzt nur am Manganit beobachtet worden, welches Mineral durch das bisweilige (jedoch sehr untergeordnete) Vorkommen von Sphenoïden ausgezeichnet ist.

Weit häufiger sind Zwillinge mit nicht parallelen Axensystemen. Ein bei vielen rhombischen Mineralspecies verwirklichtes Gesetz ist: Zwillingsaxe eine Normale, Zwillingsäquator eine Fläche des Prismas ∞P. Diese Zwillingsbildung, bei welcher die Hauptaxen der Individuen parallel bleiben, findet sich unter Anderem sehr ausgezeichnet am Aragonit, am Bleicarbonat, am Markasite, am Melanglanze, am Arsenkiese und an anderen Mineralien. Am Aragonite sind die Individuen theils durch, theils an einander gewachsen; doch findet das Letztere fast noch häufiger Statt. Die Individuen der Combination $\infty\bar{P}.\infty\breve{P}\infty.\breve{P}\infty$ (zuweilen mit $\frac{1}{2}\breve{P}\infty$, $2\breve{P}\infty$, $\breve{P}2$, $2\breve{P}2$ und anderen untergeordneten Formen) kommen fast immer zwillingsartig verwachsen vor, wie in Fig. 237. Sind beide Individuen so ausgedehnt, dass sie den Winkelraum der verticalen, einspringenden Zwillingskante (von $116^0\ 12'$) ausfüllen, so ent-

stehen sechsseitige Prismen von dreierlei verschiedenen Seitenkanten (drei von 116° 12′, zwei von 121° 54′ und eine von 127° 36′). Diese Zwillingsbildung wiederholt sich häufig mit durchgängig p a r a l l e l e n Zusammensetzungsflächen, wodurch reihenförmige Aggregate entstehen, wie Figur 238; gewöhnlich sind jedoch die mittleren Individuen so schmal, dass sie nur als mehr oder weniger dünne, in den Körper eines grösseren Krystalles eingeschobene Lamellen erscheinen. Dann sieht man auf den Flächen $\breve{P}\infty$ und $\infty\breve{P}\infty$ dieses scheinbar einfachen Krystalles schmale Furchen und Leisten oder Streifen, wie in Fig. 234, welche der Combinationskante mit dem Prisma ∞P parallel, und nichts Anderes als die Ausgehenden der schmalen lamellaren Individuen sind, welche das grössere Individuum umschliesst.

Auch wiederholt sich dieselbe Zwillingsbildung mit g e n e i g t e n Zusammensetzungsflächen, wodurch kreisförmig in sich selbst zurücklaufende Aggregate entstehen. So erscheint z. B. die Combination $\infty P . 2\breve{P}\infty$ aus Spanien in Vierlingskrystallen, wie Fig. 236, in welchen die Individuen III und IV nur unvollständig ausgebildet sind, aber nicht immer die rinnenförmige Zwillingskante der beiden schmalen Flächenstreifen von ∞P wahrnehmen lassen, wie in der Figur; vielmehr fehlt diese einspringende Kante oft, und der Vierling erscheint als eine unregelmässig sechsseitige Säule mit zwei Winkeln von 116° 12′, drei Winkeln von 127° 36′ und einem Winkel von 104° 48′.

§. 160. Fortsetzung.

Die Zwillinge des Bleicarbonates sind denen des Aragonites sehr ähnlich; auch hier ist der Zwillingsäquator eine Fläche des Prismas ∞P (von 117° 14′). Die Zwillingsbildung findet theils mit Durchkreuzung, theils mit Juxtaposition Statt. So stellt Fig. 240 einen Zwilling der ersteren Art von Johanngeorgenstadt vor, dessen Individuen die Combination $2P\infty . \frac{1}{2}\breve{P}\infty . \infty\breve{P}\infty . P . \infty P$ zeigen; die sämmtlichen Flächen der Brachydomen sind horizontal gestreift, was, zur Verdeutlichung des Bildes, auf der Fläche

l durch eine ähnliche Schraffirung angedeutet ist. Dieselbe Combination findet sich auch in Drillingskrystallen, welche gleichsam sechsstrahlig gebildet sind.

Sehr schöne Durchkreuzungszwillinge der Combination $\infty\breve{P}\infty.P.\infty\breve{P}3.\infty P$ kommen unter anderen zu Miess und Przibram vor, Fig. 239; die Flächen *l* sind zur Verdeutlichung des Bildes horizontal schraffirt, während sie in der Wirklichkeit vertical gestreift zu sein pflegen. Die Flächen *T* und *t* fallen meist in eine Ebene; auch gesellt sich nicht selten ein drittes Individuum hinzu, wodurch wiederum sechsstrahlige Drillinge entstehen. Der Winkel, unter welchem sich die Individuen dieser Zwillinge kreuzen, beträgt 117° 14′; in den Drillingen schneiden sich zwei Paar der Individuen unter 117° 14′, das dritte Paar unter 125° 32′. Wenn sich die Individuen des in Fig. 239 abgebildeten Zwillings so weit über die Flächen *l* ausdehnen, dass die einspringenden Winkelräume der verticalen Zwillingskanten ausgefüllt werden, so entstehen scheinbar einfache Krystalle von der Form sechsseitiger Pyramiden, welche jedoch keinesweges hexagonal sind.

Der Markasit zeigt häufig Zwillinge nach demselben Gesetze: Zwillingsaxe eine Normale, Zwillingsäquator eine Fläche von ∞P, welches Prisma den Winkel von 106° 2′ hat. Die Zwillingsbildung findet fast immer mit Juxtaposition Statt, und die brachydiagonale Streifung der Flächen 0P lässt die gegenseitige Begränzung der Individuen sehr leicht erkennen, wie solches Fig. 242 zeigt, welche einen Zwilling der Combination $0P.\infty P$ im Grundrisse darstellt. Meist wiederholt sich die Zusammensetzung mit geneigten Zusammensetzungsflächen, und dann entstehen kreisförmig in sich zurücklaufende Gruppen von drei und mehr Individuen, wie Fig. 243, welche sehr häufig am sogenannten Speerkiese zu beobachten sind. Schliesst sich der Kreis vollständig durch das Hinzutreten eines fünften Individuums, so entstehen Fünflingskrystalle, wie Fig. 244. Ganz ähnliche Zusammensetzungen finden sich am Melanglanze oder gemeinen Sprödglaserze.

Endlich muss hier noch des Harmotomes oder Kreuz-

steines gedacht werden, wenn auch die Mineralogen noch nicht ganz einig darüber sind, ob seine Krystallformen dem rhombischen oder dem tetragonalen Systeme angehören. Wir wollen uns noch einstweilen der ersteren Ansicht anschliessen, weil solche durch die Symmetrie der Formen gerechtfertigt erscheint; doch ist nicht zu läugnen, dass das vorausgesetzte Prisma ∞P sehr nahe rechtwinkelig ist. Die gewöhnlichste Combination des Harmotomes ist $\infty\breve{P}\infty . \infty\bar{P}\infty . P . \breve{P}\infty$; zwei dergleichen Krystalle durchkreuzen sich anscheinend genau unter rechten Winkeln, so dass die beiderseitigen Hauptaxen coincidiren und das Brachypinakoid des einen Individuums dem Makropinakoide des anderen parallel ist; Fig. 247. Die gewöhnlich vorherrschenden Brachypinakoide bilden einspringende Kanten von 90°, und die Zurückführung dieser Zwillingsbildung auf eines der gewöhnlichen Gesetze hat allerdings ihre Schwierigkeiten.

§. 161. Zwillinge mit geneigten Hauptaxen.

Der gemeine Arsenkies zeigt bisweilen genau die, in Fig. 242 dargestellte Zwillingsbildung, welcher gewöhnlich die Combination $\infty P . \frac{1}{4}\breve{P}\infty . 0P$ zu Grunde liegt (Winkel des Prisma $\infty P = 111^{0}\ 53'$). Allein häufiger noch findet man an derselben Combination Zwillinge mit geneigten Hauptaxen beider Individuen, nach dem Gesetze: Zwillingsaxe eine Normale, Zwillingsäquator eine Fläche des Domas $\bar{P}\infty$. Diese Zwillinge zeigen in der Regel eine vollkommene Durchkreuzung beider Individuen, wie in Fig. 241, und die beiden Hauptaxen oder Brachydiagonalen schneiden sich unter einem Winkel von 59° 22′.

Der Staurolith ist, wie schon der Name besagt, ein durch seine kreuzförmigen Zwillingskrystalle sehr ausgezeichnetes Mineral. Die Individuen stellen gewöhnlich die säulenförmige Combination $\infty P . \infty\breve{P}\infty . 0P$ dar, in welcher ∞P den Winkel 129° 20′ (nach Hauy 129° 31′) hat, während das zuweilen vorkommende Doma $\bar{P}\infty$ an der Polkante 69° 16′ (nach Hauy 70° 31′) misst. Aus den Hauy'schen Winkelangaben folgt für die Grundform:

$$a:b:c = 2:3:\sqrt{2}.$$

Es sind nun die zweierlei kreuzförmigen Zwillinge des Staurolithes nach folgenden beiden Gesetzen gebildet:

1) Zwillingsaxe eine Normale, Zwillingsäquator eine Fläche des Brachydomas $\frac{3}{2}\breve{P}\infty$, Fig. 245;
2) Zwillingsaxe eine Normale, Zwillingsäquator eine Fläche der Brachypyramide $\frac{3}{2}\breve{P}\frac{3}{2}$, Fig. 246.

In beiden Fällen findet eine vollkommene Durchkreuzung der Individuen Statt, weshalb die Zwillinge immer ungefähr so erscheinen, wie es die Figuren zeigen.

Ist nun wirklich, wie Hauy annimmt, $a:b = 2:3$, so folgt, das sich die Individuen der nach dem ersten Gesetze gebildeten Zwillinge genau rechtwinkelig kreuzen, indem die Hauptaxe des einen Individuums der Makrodiagonale des anderen gleich liegt, und *vice versa*.

Ist ferner wirklich $a:b:c = 2:3:\sqrt{2}$, so folgt für die nach dem zweiten Gesetze gebildeten Zwillinge,

a) dass sich die Hauptaxen beider Individuen unter 60° schneiden,
b.) dass sich auch die Brachypinakoide $\infty\breve{P}\infty$ beider Individuen unter 60° schneiden, und
c) dass das eine System der Zwillingskanten ein regelmässiges Hexagon darstellt.

Diese und andere Relationen verschwinden freilich, wenn das Hauy'sche Verhältniss der Dimensionen nicht das wahre ist.

Fünfter Abschnitt.

Monoklinoëdrisches System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 126. Grundcharakter, Axen, Hauptschnitte.

Unter allen drei klinoëdrischen Krystallsystemen ist das monoklinoëdrische das wichtigste und interessanteste, weil es sehr viele Mineralspecies begreift, und dem rhombischen Systeme am nächsten verwandt ist. Der geometrische Grundcharakter ist darin gegeben, dass von den drei Coordinatebenen zwei einen schiefen Winkel *C* bilden, während die dritte auf ihnen beiden rechtwinkelig ist. Indem nun die beiden schiefwinkeligen Coordinatebenen zwei spitze und zwei stumpfe Winkel bilden, werden ganz eigenthümliche Symmetrieverhältnisse herbeigeführt, kraft welcher die dritte Coordinatebene die einzige Ebene ist, welche eine symmetrische Halbirung der Gestalten gestattet; auch ist sie die einzige absolut bestimmte und gar keiner willkürlichen Deutung unterworfene Fläche des Krystallsystems, weshalb ihre Aufsuchung jeder anderen Bestimmung vorhergehen muss.

Wie die Coordinatebenen, so verhalten sich auch die drei Axen, d. h. zwei derselben bilden einen schiefen Winkel *C*, während die dritte auf ihnen beiden rechtwinkelig ist. Ihr Grössenverhältniss ist allgemein das der durchgängigen Ungleichheit, also $a:b:c$. Nach §. 10 wird allemal eine der beiden schiefwinkeligen Axen zur Hauptaxe gewählt werden müssen; die andere schiefwinkelige und die dritte auf ihr rechtwinkelige Axe bilden also die Nebenaxen und zugleich die Diagonalen der schiefen,

d. h. bei verticaler Stellung der Hauptaxe geneigten Basis. Da bei dieser Stellung nur die eine Nebenaxe geneigt, die andere aber horizontal, oder da nur jene gegen die Hauptaxe schiefwinkelig, diese aber gegen sie rechtwinkelig ist, so können wir beide Nebenaxen füglich durch die Namen der Klinodiagonale und Orthodiagonale unterscheiden. Wie wir ferner die durch die Nebenaxen gehende Coordinatebene den basischen Hauptschnitt nennen, so lassen sich die beiden anderen Coordinatebenen als klinodiagonaler und orthodiagonaler Hauptschnitt unterscheiden.*)

§. 163. Monoklinoëdrische Pyramide.

Denken wir uns ein monoklinoëdrisches Axensystem vollständig bestimmt, indem uns nicht nur der Winkel C, sondern auch das Verhältniss $a : b : c$ gegeben sind, wobei wir ein für alle Mal festsetzen wollen, dass die Dimension

a in der Hauptaxe,
b in der Klinodiagonale und
c in der Orthodiagonale

liege, so fragt sich, welche Gestalt in dem Inbegriffe sämmtlicher isoparametrischer Flächen hervortreten werde. Da alle drei Axen ungleichwerthig sind, so können die Parameter a, b und c ihre Stellen nicht vertauschen; folglich ist in jedem Raumoctanten nur eine Fläche möglich, und wir erhalten daher eine von acht Dreiecken umschlossene Form, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen,

*) Weiss, Breithaupt und einige andere Krystallographen betrachten das monoklinoëdrische System als ein, auf eigenthümliche Weise hemiëdrisch ausgebildetes rhombisches System, wodurch allerdings für die Berechnung der Formen etwas, für ihre Ableitung und Bezeichnung so wie für die Darstellung ihrer Physiognomie aber nichts gewonnen, sondern viel verloren wird. Auch lassen sich gegen diese Betrachtungsweise manche theoretische Gründe geltend machen, welche dadurch nicht entkräftet werden dürften, dass es einige monoklinoëdrische Krystallreihen giebt, wie z. B. jene des Orthoklases und Pyroxenes, in welchen zu beiden Seiten der Hauptaxe gleich geneigte Flächen vorkommen, weil ihre Dimensionen der Bedingung $2b\cos C = a$ unterworfen sind.

d. h. eine Pyramide (§. 14). Allein diese monoklinoëdrische Pyramide ist keine einfache, sondern eine, aus zwei Partialformen zusammengesetzte oder dimerische Gestalt (§. 11), weil die, in dem spitzen Winkelraume des basischen und orthodiagonalen Hauptschnittes gelegenen vier Dreiecke von denen in dem stumpfen Winkelraume gelegen Dreiecken wie durch ihre Lage, so durch ihre Figur abweichen. Die beiderlei Dreiecke haben nämlich zwei Seiten gleich, aber die dritte Seite ungleich, und zwar die über dem spitzen Winkel *C* gelegenen die kleinere, die anderen die grössere dritte Seite.

Eine jede vollständige monoklinoëdrische Pyramide ist also eine von acht, zweierlei ungleichseitigen Dreiecken umschlossene Form, deren Mittelkanten in einer Ebene liegen, und hat zwölf Kanten und sechs Ecke, Fig. 248.

Ihre Flächen gruppiren sich in vier Flächenpaare, indem immer je zwei gleiche und ähnliche Flächen neben einander liegen, und je zwei gleichwerthige Paare für einander als Gegenflächenpaare erscheinen. Die ganze Pyramide zerfällt also in zwei Hemipyramiden, und jede Hemipyramide wiederum in zwei getrennte Glieder. Wir nennen künftig diejenige Partialform, deren Flächen über dem spitzen Winkel *C* liegen, die positive, und die andere die negative Hemipyramide, und unterscheiden sie demgemäss in der Bezeichnung durch Vorsetzung der Zeichen + und —.

Die Kanten der vollständigen monoklinoëdrischen Pyramiden sind viererlei: zwei symmetrische, längere, stumpfere Polkanten der negativen, zwei dergleichen kürzere, schärfere Polkanten der positiven Hemipyramide, vier unregelmässige, von beiden Hemipyramiden gebildete Polkanten, und vier eben dergleichen Mittelkanten.

Die Ecke sind unregelmässig, vierflächig und dreierlei: zwei dreierleikantige Polecke, zwei dergleichen Mittelecke an den Endpunkten der Klinodiagonale, und zwei zweierleikantige an den Endpunkten der Orthodiagonale.

§. 164. Hemipyramiden und übrige Formen.

Eine jede Hemipyramide stellt für sich allein einen Inbegriff von vier, ihren klinodiagonalen Polkanten parallen Flächen, also, ihrer geometrischen Erscheinungsweise nach, eine offene, indefinite, prismatoidische Form dar (§. 11), welche sich jedoch von den Prismen krystallographisch dadurch unterscheidet, dass ihre Flächen keiner der Axen parallel sind (§. 14). Aber freilich kann sie, eben so wenig als irgend ein Prisma, selbständig, sondern nur in Combination mit anderen, ihre indefinite Ausdehnung begränzenden Formen auftreten. Uebrigens sind aber je zwei zusammengehörige Hemipyramiden so völlig unabhängig von einander, dass sie selten zugleich und noch seltener gleichmässig ausgebildet sind, vielmehr in der Regel vereinzelt auftreten. Daher wird denn auch die Auffassung ihrer selbständigen oder ihrer isolirten Erscheinungsweise wichtiger als die Betrachtung ihres verbundenen Vorkommens in der vollständigen monoklinoëdrischen Pyramide.

Die isolirten Hemipyramiden zerfallen in ein oberes und ein unteres Glied oder Flächenpaar, und haben vier Kanten.

Ihre Kanten sind einander parallel, aber zweierlei: zwei im klinodiagonalen Hauptschnitte liegende Polkanten und zwei Mittelkanten.

Jede Fläche einer Hemipyramide kommt (gehörig verlängert) mit den drei Hauptschnitten zum Durchschnitte und bildet eine klinodiagonale, basische und orthodiagonale Kante, welche letztere nur dann als wirkliche Kanten erscheinen, wenn das dem respectiven Hauptschnitte entsprechende Flächenpaar ausgebildet ist.

Ausser den sehr manchfaltigen Hemipyramiden begegnen wir im monoklinoëdrischen Systeme noch verschiedenen Prismen, und zwar theils verticalen, theils geneigten, theils horizontalen Prismen, je nachdem ihre Flächen der Hauptaxe, der Klinodiagonale oder der Orthodiagonale parallel sind. Zur Abkürzung der Nomenclatur wollen wir künftig das Wort Prisma den verticalen Pris-

men reserviren, für die geneigten Prismen dagegen das Wort Klinodoma, und für die horizontalen Prismen oder Domen, welche allemal in zwei von einander unabhängige Partialformen zerfallen, mit Breithaupt das Wort Hemidoma gebrauchen. Endlich sind noch die drei, den Coordinatebenen entsprechenden Pinakoide zu bemerken.

II. Ableitung und Bezeichnung der monoklinoëdrischen Formen.

§. 165. Grundreihe oder Hauptreihe des Systemes.

Bei der Ableitung ist es nöthig, eine vollständig ausgebildete monoklinoëdrische Pyramide als Grundform anzunehmen, weil nur dadurch eine leichte Uebersicht der mancherlei abzuleitenden Formen und Partialformen gewonnen werden kann. Wir bezeichnen diese Grundform mit $\pm$P, indem wir die, der positiven und der negativen Hemipyramide entsprechenden Zeichen +P und —P vereinigen, und setzen wie oben die halbe Hauptaxe $= a$, die halbe Klinodiagonale $= b$, die halbe Orthodiagonale $= c$ und den Winkel zwischen a und $b = C$.

Aus der so bestimmten Grundform leiten wir nun, ganz auf dieselbe Weise, wie solches in §. 147 für das rhombische, und in den §§. 81 und 110 für das tetragonale und hexagonale System geschehen ist, die Haupt- oder Grundreihe ab.

$$\begin{array}{ccccccccc} & & m<1 & & & & m>1 & & \\ 0P & \ldots & \pm mP & \ldots & \pm P & \ldots & \pm mP & \ldots & \infty P, \end{array}$$

deren sämmtliche Glieder, mit Ausnahme von 0P und ∞P, monoklinoëdrische Pyramiden von gleicher Basis wie $\pm$P, dabei theils flacher, theils spitzer als diese, aber gleichfalls aus zwei, von einander völlig unabhängigen Hemipyramiden zusammengesetzt sind. Das eine Gränzglied 0P ist das basische Pinakoid, das andere Gränzglied ∞P ein Prisma, dessen vier Flächen durch die Mittelkanten von $\pm$P gehen

und keiner Verschiedenheit unterliegen, weshalb denn auch dieses Prisma vollständig erscheint und nicht in zwei Hemiprismen zerfällt.

§. 166. Zwischenreihen und Gränzreihen des Systemes.

Da die Nebenaxen oder die Diagonalen der Grundform ungleichwerthig sind, so werden sie auch hier, wie im rhombischen Systeme (§. 147), bei den ferneren Ableitungen als von einander unabhängige veränderliche Grössen zu behandeln sein. Wir erhalten daher aus jedem Gliede der Grundreihe einen Inbegriff von Formen, welcher durch Vergrösserung der Orthodiagonale, und einen anderen Inbegriff, welcher durch Vergrösserung der Klinodiagonale abgeleitet wird, wobei die Ableitungszahl allgemein mit n bezeichnet werden mag.

Indem wir nun auch hier die abgeleiteten Formen nach derjenigen Diagonale benennen, durch deren Veränderung sie erhalten wurden, so leiten wir zuvörderst aus jedem $\pm m$P eine Reihe orthodiagonaler Formen:

$$\pm m\mathrm{P} \;\ldots\ldots\; \pm m\mathrm{P}n \;\ldots\ldots\; \pm m\mathrm{P}\infty$$

und dann eine Reihe klinodiagonaler Formen ab, deren Zeichen wir, zum Unterschiede von jenen, in Klammern schliessen wollen:

$$\pm m\mathrm{P} \;\ldots\ldots\; \pm(m\mathrm{P}n) \;\ldots\ldots\; (m\mathrm{P}\infty).$$

Die erstere Reihe begreift zuvörderst viele orthodiagonale Pyramiden oder Orthopyramiden, $\pm m$Pn, deren jede in zwei Hemipyramiden zerfällt, und endlich als Gränzglied ein orthodiagonales Doma $\pm m$P∞, welches gleichfalls aus zwei von einander ganz unabhängigen Hemidomen zusammengesetzt ist. Die andere Reihe begreift zunächst viele klinodiagonale Pyramiden oder Klinopyramiden $\pm(m$P$n)$, deren jede gleichfalls aus zwei Hemipyramiden besteht, und endlich als Gränzglied ein Klinodoma $(m$P$\infty)$, welches aber nicht in Partialformen zerfällt, sondern wie das Prisma ∞P vier gleichwerthige Flächen besitzt.

Wie jedes Glied der Grundreihe, so wird auch ∞P dieser Ableitung zu unterwerfen sein, wodurch sich die beiden Reihen $\infty P \ldots\ldots \infty Pn \ldots\ldots \infty P\infty$

und $\infty P \ldots\ldots (\infty Pn) \ldots\ldots (\infty P\infty)$

ergeben, von welchen die erstere lauter orthodiagonale Prismen (oder Orthoprismen) und das Orthopinakoid, die andere lauter klinodiagonale Prismen (oder Klinoprismen) und das Klinopinakoid enthält.

§. 167. Uebersicht des Systems.

Die Resultate der in den beiden vorhergehenden §§. erläuterten Ableitungen lassen sich in folgendem Schema zusammenstellen;

$0P$		$\pm mP\infty$		$\pm P\infty$		$\pm mP\infty$		$\infty P\infty$
⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
$0P$		$\pm mPn$		$\pm Pn$		$\pm mPn$		∞Pn
⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
$0P$		$\pm mP$		$\pm P$		$\pm mP$		∞P
⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
$0P$		$\pm(mPn)$		$\pm(Pn)$		$\pm(mPn)$		(∞Pn)
⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
$0P$		$(mP\infty)$		$(P\infty)$		$(mP\infty)$		$(\infty P\infty)$

Dieses Schema gewährt eine vollständige Uebersicht des Systemes nach folgenden Reihen:

1) Die mittelste horizontale Reihe ist die Grundreihe des Systemes und begreift alle diejenigen Pyramiden, welche gleiche Basis mit $\pm P$ haben; sie theilt das ganze Schema in eine orthodiagonale und eine klinodiagonale Hälfte.

1) Die oberste horizontale Reihe, welche wir die ortho-

diagonale Gränzreihe nennen wollen, begreift die sämmtlichen Hemidomen und das Orthopinakoid.

3.) Die unterste horizontale Reihe, welche die klinodiagonale Gränzreihe heissen mag, enthält die sämmtlichen Klinodomen und das Klinopinakoid.

4) Die mittleren horizontalen Reihen der oberen Hälfte des Schemas, oder die orthodiagonalen Zwischenreihen begreifen lauter orthodiagonale Pyramiden und Prismen.

5.) Die mittleren horizontalen Reihen der unteren Hälfte des Schemas, oder die klinodiagonalen Zwischenreihen enthalten lauter klinodiagonale Pyramiden und Prismen.

6.) Jede verticale Reihe enthält Formen von gleicher Länge der Hauptaxe, weshalb denn in der äussersten Reihe rechter Hand die sämmtlichen Prismen vereinigt sind.

III. Berechnung der monoklinoëdrischen Formen.

§. 168. Berechnung der Winkel aus den Axen.

Wir haben es zunächst mit der Berechnung der Hemipyramiden zu thun, für welche wir, da sie an sich von indefiniter Ausdehnung sind, den basischen und orthodiagonalen Hauptschnitt als Begränzungsflächen einführen. Wie im rhombischen Systeme, so wollen wir auch hier die Resultate der Rechnung nur für die Grundform mittheilen, indem sich dieselben Formeln sehr leicht für jede andere Form benutzen lassen.

Wir bezeichnen in der positiven Hemipyramide P
die klinodiagonale Kante mit X (§. 164),
die orthodiagonale Kante mit Y
die basische Kante mit Z,
und in der negativen Hemipyramide P dieselben Kanten mit X', Y' und Z'.

Ferner bezeichnen wir in der posisiven Hemipyramide den Neigungswinkel

der klinodiagonalen Polkante gegen die Hauptaxe mit μ,
derselben Polkante gegen die Klinodiagonale mit ν,
der orthodiagonalen Kante gegen die Axe mit ρ,
der basischen Kante gegen die Klinodiagonale mit σ,

und die beiden ersteren Winkel in der negativen Hemipyramide mit μ' und ν'.

Endlich erinnern wir uns, dass die Dimensionen der Pyramide durch das Verhältniss $a:b:c$ und den Winkel C gegeben sind, welcher letztere für die positive Hemipyramide spitz, für die negative Hemipyramide stumpf ist*)

Die Winkel der Hauptschnitte μ, μ', ν, ν', ρ und σ spielen eine so wichtige Rolle bei allen Berechnungen, dass wir uns ihre Kenntniss zunächst verschaffen müssen.

Man findet:

$$tang\,\mu = \frac{b\ sin\,C}{a-b\ cos\,C}$$

$$tang\,\nu = \frac{a\ sin\,C}{b-a\ cos\,C}$$

$$tang\,\mu' = \frac{b\ sin\,C}{a+b\ cos\,C}$$

$$tang\,\nu' = \frac{a\ sin\,C}{b+a\ cos\,C}$$

$$tang\,\rho = \frac{c}{a}$$

$$tang\,\sigma = \frac{c}{b}$$

Mittels dieser Hauptschnittwinkel finden sich nun die Kantenwinkel sehr leicht nach folgenden Formeln:

$$tang\,X = \frac{tang\,\sigma}{sin\,\nu} = \frac{tang\,\rho}{sin\,\mu}$$

*) Ist $2b\,cos\,C = a$, wie z. B. im Orthoklas und Pyroxen, so wird $cos\,C = \frac{a}{2b}$

$$tang\,X' = \frac{tang\,\sigma}{sin\,\nu'} = \frac{tang\,\rho}{sin\,\mu'}$$

$$tang\,Y = \frac{tang\,\mu}{sin\,\rho}$$

$$tang\,Y' = \frac{tang\,\mu'}{sin\,\rho}$$

$$tang\,Z = \frac{tang\,\nu}{sin\,\sigma}$$

$$tang\,Z' = \frac{tang\,\nu'}{sin\,\sigma}$$

Diese Formeln sind allgemein brauchbar für jede andere Gestalt, wenn man nur bei Berechnung der Hauptschnittwinkel auf die Ableitungszahlen Rücksicht nimmt, welche als Factoren von a, b oder c eintreten.

Man schreibt daher

für irgend ein mP: ma statt a,

für irgend ein mPn: ma statt a und nc statt c,

für irgend ein (mPn): ma statt a und nb statt b.

§. 169. Winkel der Prismen und Domen.

Setzt man $a = \infty$, so folgt für ∞P oder das zur Grundform gehörige Prisma:

$$tang\,X = \frac{c}{b\,sin\,C} = cot\,Y,$$

welcher Ausdruck für alle Prismen ∞Pn oder (∞Pn) gilt, wenn man c oder b mit n multiplicirt.

Setzt man $c = \infty$, so folgt für die zur Grundform gehörigen Hemidomen P∞ und —P∞

$$tang\,Y = \frac{b\,sin\,C}{a - b\,cos\,C}$$

$$tang\,Z = \frac{a\,sin\,C}{b - a\,cos\,C}$$

$$tang\,Y' = \frac{b\,sin\,C}{a + b\,cos\,C}$$

$$tang\,Z' = \frac{a\,sin\,C}{b + a\,cos\,C}$$

welche Formeln für jedes andere Hemidoma $\pm m$P∞ gelten, wenn man ma statt a schreibt.

Setzt man $b = \infty$, so folgt für das zur Grundform gehörige Klinodoma ($P\infty$)

$$tang\,X = tang\,X' = \frac{c}{a\,sin\,C}$$

$$tang\,Z = tang\,Z' = cot\,X$$

$$tang\,Y = -\frac{tang\,C\sqrt{a^2+c^2}}{c}$$

$$tang\,Y' = -tang\,Y,$$

welche Formeln für alle Klinodomen ($mP\infty$) gelten, sobald man ma statt a schreibt.

§. 170. Berechnung der Axen aus den Winkeln.

Jede Pyramide wird durch das Verhältniss $a : b : c$ und den Winkel C vollständig bestimmt, welcher Winkel für alle Formen einer und derselben Krystallreihe derselbe ist. Weil es aber nur auf das Verhältniss der drei Axen ankommt, so setzt die vollständige Bestimmung einer jeden Hemipyramide im Allgemeinen drei von einander unabhängige Beobachtungselemente voraus. Diese Beobachtungselemente können nun Kantenwinkel sehr verschiedener Art sein; doch werden wir uns hier darauf beschränken, die Winkel X, Y und Z, so wie den Winkel C als gegebene Grössen zu betrachten.

Ist der Winkel C nicht unmittelbar gegeben, so hat man vor allen Dingen ihn zu bestimmen. Häufig ist er unmittelbar zu messen; nicht selten kann man ihn durch die Formeln

$$tang\,C = \frac{2 sin\,\mu\,sin\,\mu'}{sin(\mu-\mu')}$$

$$\text{oder}\quad tang\,C = \frac{2\,sin\,\nu\,sin\,\nu'}{sin(\nu-\nu')}$$

berechnen, weil man in vielen Fällen die Neigung zweier coordinirter Hemidomen gegen den basischen oder orthodiagonalen Hauptschnitt messen kann. Kennt man für irgend eine Hemipyramide oder irgend ein Hemidoma die Winkel μ und ν, oder μ' und ν', so ist auch der Winkel C bekannt, weil $C = 180^0 - \mu - \nu = \mu' + \nu'$ ist.

Nächst dem Winkel C ist die Kenntniss zweier verschiedener Hauptschnittwinkel von Wichtigkeit. Man findet sie aus den Kantenwinkeln durch folgende Formeln:

$$\cos\mu = \frac{\cos Y}{\sin X}, \quad \cos\mu' = \frac{\cos Y'}{\sin X'}$$

$$\cos\nu = \frac{\cos Z}{\sin X}, \quad \cos\nu' = \frac{\cos Z'}{\sin X'}$$

$$\cos\rho = \frac{\cos X}{\sin Y} = \frac{\cos X'}{\sin Y'}$$

$$\cos\sigma = \frac{\cos X}{\sin Z} = \frac{\cos X'}{\sin Z'}$$

Kennt man nun C und die Winkel zweier verschiedener Hauptschnitte, so ist auch das Verhältniss $a : b : c$ gefunden, welches man nur mit dem Verhältnisse der Grundform zu vergleichen braucht, um die Ableitungszahlen, und somit das krystallographische Zeichen der gemessenen Form zu bestimmen.

IV. Zeichnung der monoklinoëdrischen Formen.

§. 171. Vordere und seitliche Ansicht; Grundform.

Die monoklinoëdrischen Gestalten lassen sich auf zwei verschiedene Arten darstellen, wonach man die vordere und die seitliche Ansicht unterscheiden kann. Wenn nämlich die Gestalt so gestellt wird, dass der klinodiagonale Hauptschnitt auf den Beobachter gerichtet ist, so wird sie sich gleichsam *en face* oder von vorn präsentiren, während sie dagegen mehr im Profil oder von der Seite erscheint, wenn der orthodiagonale Hauptschnitt die Richtung auf den Beobachter hat.

Indem wir nun auch hier die Projection der Oktaëderaxen (§. 41 und Fig. 34) zu Grunde legen, so werden wir jene Verschiedenheit der Ansicht dadurch in die Zeichnungen übertragen, dass wir in Fig. 34 entweder den Hauptschnitt $ACA'C'$ oder den Hauptschnitt $ABA'B'$ zum klinodiagonalen Hauptschnitte bestimmen. Da nun die Hauptaxe im Bilde vertical erscheinen muss, so wird ent-

weder CC' oder BB' einer, dem Winkel C entsprechenden Veränderung der Lage zu unterwerfen sein. Vorläufig aber sind alle drei Axen von gleicher Grösse anzunehmen.

1) Darstellung des durch den Winkel C und das Verhältniss 1 : 1 : 1 bestimmten Axensystemes in der vorderen Ansicht.

Man nehme in der verticalen Axe AA des Oktaëders, Fig. 254, aufwärts von M aus die Grösse

$$MA' = MA \times \cos C$$

und in der vorderen horizontalen Axe CC rückwärts oder vorwärts von M aus, je nachdem im Bilde die schiefe Basis nach dem Beobachter zu, oder von ihm weg fallen soll, die Grösse

$$MC' = MC \times \sin C.$$

Hierauf vollende man das Parallelogramm über MA' und MC', ziehe dessen Diagonale MD, verlängere solche über M und mache die Verlängerung MD ihr selbst gleich, so ist DD die Klinodiagonale, AA die Hauptaxe, und BB die Orthodiagonale unter der Voraussetzung ihrer durchgängigen Gleichheit.*)

2) Darstellung des durch den Winkel C und das Verhältniss 1 : 1 : 1 bestimmten Axensystems in der seitlichen Ansicht.

Man nehme wiederum in AA von M aus aufwärts die Grösse

$$MA'' = MA \times \cos C$$

und in der seitlichen horizontalen Axe BB nach rechts oder links von M aus die Grösse

$$MB' = MB \times \sin C,$$

vollende das Parallelogramm über MA'' und MB', ziehe dessen Diagonale ME, verlängere solche über M und

*) Manche Krystallographen zeichnen (nach dem Vorgange von Mohs) die Bilder der monoklinoëdrischen Formen und Combinationen in der Weise, dass die schiefe Basis horizontal, und dagegen die Hauptaxe, also auch die verticalen Prismen, geneigt erscheinen. Diese Darstellungsweise widerspricht aber nicht nur den Begriffen der Hauptaxe und der aufrechten Stellung, sondern scheint mir auch die Auffassung der Formen zu erschweren.

mache ihre Verlängerung *ME* gleich ihr selbst, so ist *EE* die Klinodiagonale, *AA* die Hauptaxe und *CC* die Orthodiagonale unter der Voraussetzung des Verhältnisses 1 : 1 : 1.

Hiermit wäre für beide Ansichten die erforderliche Winkelconstruction vollendet. Was nun aber das Grössenverhältniss der Lineardimensionen betrifft, so ist selbiges für die Grundform irgend einer monoklinoëdrischen Krystallreihe mit $a : b : c$ gegeben, wo b die halbe Klinodiagonale bedeutet; man verwandle dieses Verhältniss in

$$\frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b}$$

oder in

$$\frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1,$$

lasse entweder die Klinodiagonale oder die Orthodiagonale unverändert, so wie sie jetzt im Bilde erscheint, während man die Hauptaxe nach dem Coëfficienten $\frac{a}{b}$ oder $\frac{a}{c}$, die andere Nebenaxe nach dem Coëfficienten $\frac{c}{b}$ oder $\frac{b}{c}$ vervielfältigt; so ist das richtige Verhältniss der Axen der gegebenen Grundform im Bilde dargestellt.

§. 172. Zeichnung anderer Gestalten, Horizontal- und Klinodiagonal-Projection.

Um irgend eine andere Gestalt als die Grundform zu zeichnen, hat man nur die ihr entsprechende Ableitungs-Construction im Bilde selbst um die Grundform auszuführen, wobei zu berücksichtigen ist, was §. 153 bei der Zeichnung der rhombischen Gestalten bemerkt wurde.

Sehr oft ist es nöthig, oder doch nützlich zu leichterem Verständnisse einer nach der Regel des vorigen §. entworfenen Zeichnung, dieselbe durch Hinzufügung einer orthographischen Horizontal- oder Klinodiagonal-Projection zu erläutern.

Bei der Horizontal-Projection, welche auch für manche verwickeltere Combinationen der früher betrachteten Krystallsysteme sehr zu empfehlen ist, dient die Ho-

rizontalebene als Projectionsfläche, und die Hauptaxe bestimmt die Richtung der Gesichtsstrahlen. Sie ist daher gänzlich unabhängig von der Hauptaxe, und reducirt sich auf die Projection der beiden Nebenaxen in der Horizontalebene. Zieht man also zwei sich rechtwinkelig schneidende Linien, und macht die eine derselben beiderseits vom Mittelpunkte $= b \sin C$, die andere $= c$, so ist die Horizontal-Projection der Dimensionen der Grundform entworfen, worauf die Projection der Dimensionen jeder anderen Gestalt leicht auszuführen ist.

Bei der Klinodiagonal-Projection dient die Ebene des klinodiagonalen Hauptschnittes als Projectionsfläche, während die Gesichtsstrahlen der Orthodiagonale parallel sind. Daher ist diese Projection ganz unabhängig von der Orthodiagonale, und sehr leicht auszuführen, weil man nur zwei, sich unter dem Winkel C schneidende Linien zu ziehen, und die eine derselhen vom Mittelpunkte aus $= a$, die andere $= b$ zu machen braucht, um die Elemente für das Bild der Grundform zu erhalten, worauf sich eben so die Elemente für jede andere Gestalt leicht einzeichnen lassen.

V. Combinationen der monoklinoëdrischen Formen.

§. 173. Allgemeine Regeln der Entwickelung.

Est ist schon oben §. 162. bemerkt worden, welche wichtige Rolle der klinodiagonale Hauptschnitt in der ganzen Entwickelung des monoklinoëdrischen Systems spielt, und wie seine Aufsuchung allen übrigen Bestimmungen vorausgehen muss. Diess gilt nun auch ganz besonders bei der Entwickelung der Combinationen. Mit dem klinodiagonalen Hauptschnitte ist auch zugleich die Orthodiagonale gefunden, welche eben so die einzige, absolut bestimmte Linie, wie jener Hauptschnitt die einzige, absolut bestimmte Fläche ist. Nachdem der klinodiagonale Hauptschnitt gefunden, schreitet man zur Wahl der Hauptaxe und Klinodiagonale, wodurch sich zugleich die

aufrechte Stellung des Axensystems und die Unterscheidung der sämmtlichen vierflächigen Formen in Hemipyramiden Prismen und Klinodomen, so wie der sämmtlichen zweiflächigen Formen in Hemidomen und Pinakoide bestimmt. Endlich wählt man eine der vorhandenen Hemipyramiden zur Grundform, und nun erst ist es möglich, die allgemeine Orientirung der Combination vorzunehmen, d. h. den verschiedenen Formen und Partialformen ihre Stellen in den Reihen des Schemas in §. 167 anzuweisen.

Für die weitere Entwickelung sind nun zunächst folgende allgemeine Regeln zu berücksichtigen:

1) Je zwei Formen, deren Combinationskanten dem basischen Hauptschnitte parallel sind, haben dasselbe Verhältniss der Klinodiagonale und Orthodiagonale;
2) je zwei Formen, deren heteropolare Combinationskanten (§. 17) dem orthodiagonalen Hauptschnitte parallel sind, haben dasselbe Verhältniss der Hauptaxe und Orthodiagonale;
3) je zwei Formen, deren heteropolare Combinationskanten dem klinodiagonalen Hauptschnitte parallel sind, haben dasselbe Verhältniss der Hauptaxe und Klinodiagonale.

Die binären Combinationen unterliegen ähnlichen Regeln, wie im rhombischen Systeme, nur bringt das gesonderte Auftreten der Partialformen ganz eigenthümliche Symmetrieverhältnisse mit sich, welche sehr charakteristisch für die Combinationen dieses Systems sind, selbst wenn der Winkel *C* sehr nahe (oder, wie es in einigen Krystallreihen der Fall zu sein scheint, genau) ein rechter sein sollte. Wer auf dem Gebiete der bisher betrachteten Krystallsysteme in der Entwickelung der Combinationen einigermaassen geübt ist, der wird sich auch leicht in die monoklinoëdrischen Combinationen zu finden wissen.

Das gesonderte oder isolirte Auftreten der Partialformen hat für die Flächen der verschiedenen Gestalten eine weit grössere Manchfaltigkeit von gegenseitigen Durchschnitten oder Combinationskanten zur Folge, welche wie-

derum eine sehr vielseitige Ausbildung von Zonen mit sich bringt. Daher kommt es denn, dass die Zonengleichung in diesem Systeme eine ausserordentlich häufige Anwendung findet, und dass man nicht selten, lediglich mit ihrer Hilfe, die complicirtesten Combinationen zu entwickeln mag.

§. 174. Einige Specialregeln, zumal für ternäre Combinationen.

Theils aus der Ableitung unmittelbar, theils aus der Zonengleichung lassen sich manche Specialregeln herleiten, von denen wir hier nur einige ausheben.

1) Diejenige Form, welche die Polkanten der orthodiagonalen Hemipyramide $\pm mPn$ abstumpft, ist das Hemidoma $\pm mP\infty$, und diejenige Form, welche dieselben Kanten zuschärft, ist eine Hemipyramide $\pm mPn'$ mit $n' > n$;

2) diejenige Form, welche die Polkanten der klinodiagonalen Hemipyramide $\pm(mPn)$ abstumpft, ist das Hemidoma $\pm\frac{m}{n}P\infty$, und diejenige Form, welche dieselben Kanten zuschärft, ist eine Hemipyramide $\pm\frac{m}{n}Pn'$ oder auch $\pm\left(\frac{mn'}{n}Pn'\right)$, in welchem letzteren Falle $n' < n$.

3) dasjenige Hemidoma, welches die klinodiagonalen Combinationsecke von $\pm mP$ und ∞P so abstumpft, dass seine Flächen als Rhomben erscheinen, ist $\pm 2mP\infty$;

4) dasjenige Klinodoma, welches die amphipolaren Combinationskanten (§. 17.) zwischen mP oder $-mP$ und ∞P abstumpft, ist $(2mP\infty)$;

5) diejenige Hemipyramide, welche die Combinationskanten zwischen $\pm mP$ und den Pinakoiden $\infty P\infty$ oder $(\infty P\infty)$ abstumpft, ist $\pm mnPn$ oder $\pm(mnPn)$;

6) diejenige Hemipyramide, welche die Combinationskanten zwischen $\pm mP\infty$ oder $(mP\infty)$ und ∞P abstumpft, ist gewöhnlich $\pm m'P\frac{m'}{m'-m}$ oder $\pm\left(m'P\frac{m'}{m'-m}\right)$;

7) diejenige Hemipyramide der Grundreihe, welche die Combinationskanten des Hemidomas $\pm m$P∞ und des Klinodomas (m'P∞) abstumpft, ist $\pm\frac{mm'}{m+m'}$P.

§. 175. Entwickelung einer Combination des Orthoklases.

Die Figur 251 und die, zu ihrer Erläuterung beigefügte Horizontalprojection Figur 251 a stellen eine neunzählige Combination des Orthoklases dar, für welche sogleich *M* als das Klinopinakoid oder der Repräsentant des klinodiagonalen Hauptschnittes erkannt wird. Wählen wir die Fläche *P* zur Basis, das Prisma *T* zu ∞P, endlich die Flächen *o* zur Hemipyramide P, so erhalten wir folgende Orientirung der Combination; es gehören

in die Grundreihe: *P*, *o* und *T*;
in die orthodiagonale Gränzreihe: *q*, *x* und *y*;
in die klinodiagonale Gränzreihe : *n* und *M*;
in eine klinodiagonale Zwischenreihe: *z*.

Wir wissen bereits, dass

$$M = (\infty\mathrm{P}\infty),$$
$$P = 0\mathrm{P},$$
$$T = \infty\mathrm{P},$$
$$o = \mathrm{P}.$$

Das Hemidoma *x* erkennt man sogleich als P∞.

Die übrigen Formen bestimmen sich leicht mittels der Zonengleichung. Die Flächen T', n', o' und y' fallen in eine Zone, welche durch T' und o' gegeben ist. Vergleichen wir o' mit F'', und T' mit F' in §. 19, indem wir alle a in die Hauptaxe, alle b in die Klinodiagonale, und alle c in die Orthodiagonale verlegen, so wird

$$a'' = 1, \quad b'' = 1, \quad c'' = 1$$
$$a' = \infty, \quad b' = -1, \quad c' = 1$$

und folglich die Zonengleichung

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Nun gehört n' einem Klinodoma; folglich wird für dieses

$$b = \infty, \quad c = 1$$

und daher

$$n = (2P\infty).$$

Die Fläche y' dagegen gehört einem positiven oder vorderen Hemidoma; folglich wird für dieses

$$b = 1, \quad c = \infty$$

und daher

$$y = 2P\infty.$$

Die Flächen q', o', z' und n' bilden ebenfalls eine Zone, welche durch o' und n' bestimmt ist. Setzen wir abermals $o' = F''$, aber $n' = F'$ in §. 19, so wird

$$a'' = 1, \quad b'' = 1, \quad c'' = 1$$
$$a' = -2, \quad b' = \infty, \quad c' = 1$$

und folglich die Zonengleichung

$$\frac{2}{a} = \frac{3}{b} - \frac{1}{c}$$

Es gehört aber die Fläche q' einem positiven Hemidoma; folglich wird für dasselbe

$$b = 1, \quad c = \infty \text{ und } a = \tfrac{2}{3},$$

oder das Hemidoma selbst

$$q = \tfrac{2}{3}P\infty.$$

Die Fläche z' dagegen gehört einem klinodiagonalen Prisma, für welches

$$a = \infty, \quad c = 1, \quad \text{und daher } b = 3$$

ist, woraus denn

$$z = (\infty P3)$$

folgt. Die Combination ist nun vollständig entwickelt und erhält das Zeichen:

$$\infty P.(\infty P\infty).(\infty P3).0P.2P\infty.P\infty.\tfrac{2}{3}P\infty.P.(2P\infty).$$

Man würde die meisten Formen auch mittels der in §. 174 stehenden Specialregeln bestimmen können, allein die Zonengleichung gewährt den Vortheil, dass immer mehre Formen auf einmal gefunden werden.

§. 176. Entwickelung einer Combination der Hornblende.

Figur 252 giebt die seitliche Ansicht einer achtzähligen Combination der sogenannten basaltischen Hornblende,

und wird noch durch die Horizontalprojection Fig. 252a verdeutlicht.

Man sieht sogleich, dass die Flächen x dem Klinopinakoide angehören; wählen wir nun p zur Basis und r zur Hemipyramide P, so erhalten wir folgende Orientirung der Combination; es gehören

in die Grundreihe: p, r, q und M,
in die klinodiagonale Gränzreihe: z und x,
in klinodiagonale Zwischenreihen: c und t.

Wir wissen bereits, dass

$$p = 0\mathrm{P},$$
$$r = \mathrm{P},$$
$$M = \infty\mathrm{P},$$
$$x = (\infty\mathrm{P}\infty).$$

Die übrigen Formen bestimmen sich alle mittels der Zonengleichung. Die Flächen r', z', t' und M' fallen in eine Zone, welche durch r' und M' bestimmt und folglich mit der vorhin in Fig. 251 betrachteten Zone $o'T'$ identisch ist; also gilt auch für diese Flächen gemeinschaftlich die Gleichung

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Da nun z' die Fläche eines Klinodomas, so muss dieses $= (2\mathrm{P}\infty)$ sein.

Die Zone M'', c', z', q' wird durch die Flächen M'' und z' bestimmt; folglich gilt für die klinodiagonale Hemipyramide c' und für die Hemipyramide q' aus der Grundreihe die Gleichung

$$\frac{2}{a} = -\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

Da nun q' eine $-m\mathrm{P}$, so wird für sie $b = -1$, $c = 1$, und folglich $a = 1$, oder es ist

$$q = -\mathrm{P}$$

also die negative Hemipyramide der Grundform.

Nun fällt aber c' auch in die Zone von r' und x, t' in die Zone von q' und x; beide Hemipyramiden müssen also gleiche Ableitungszahlen, d. h. $a = b = m$ haben, während $c = 1$ ist, oder beide müssen von der Form $(m\mathrm{P}m)$

sein (§. 174, 5). Setzt man diese Werthe in die Zonengleichung und berücksichtigt man, dass für t' der Werth von b negativ genommen werden muss, so folgt:

$$c' = (3P3)$$
$$t' = -(3P3).$$

Die Combination ist nun vollständig entwickelt und erhält das Zeichen:

$$\infty P.(\infty P\infty).0P.P.-P.(2P\infty).(3P3).-(3P3).$$

VI. Zwillingskrystalle des monoklinoëdrischen Systemes.

§. 177. Zwillinge mit parallelen Hauptaxen.

Die häufigsten Zwillingskrystalle im Gebiete des monoklinoëdrischen Systems sind solche, bei welchen die Hauptaxen beider Individuen parallel liegen, weshalb man auch für sie das Gesetz: Zwillingsaxe die Hauptaxe, anzunehmen hat. In den meisten Fällen sind die Individuen durch J u x t a p o s i t i o n in einer, dem orthodiagonalen Hauptschnitte parallelen Fläche verbunden, also nur an einander gewachsen, und dann kann man füglich sagen, dass dieser Hauptschnitt den Zwillingsäquator bilde.

So erscheinen sehr häufig die Zwillinge des Gypses, des Augites, der Hornblende und vieler anderer Mineralien.

Eine der gewöhnlichsten Combinationen des Gypses ist $(\infty P\infty).\infty P.-P$, Fig. 256; zwei dergleichen Individue sind nun gewöhnlich so regelmässig mit einander verwachsen, dass die Flächen des Klinopinakoids beiderseits in eine Ebene fallen, und Fig. 257 den gewöhnlichen Habitus dieser Zwillinge naturgetreu darstellt. Die beiderseitigen Polkantenlinien der Hemipyramiden $-P$ bilden ein- und ausspringende Winkel von 105° 52′.

Eine der gewöhnlichsten Krystallformen des Augites ist $\infty P.\infty P\infty.(\infty P\infty).P$, Fig. 258. Sind nun zwei Individuen dieser Art durch Juxtaposition im orthodiagonalen Hauptschnitte verbunden, so entsteht ein Zwilling wie Fig. 259, in welchem die Polkantenlinien der beiden Hemipy-

ramiden P einen einspringenden Winkel von 149° 14′ bilden. Gewöhnlich sind beide Individuen so symmetrisch gestaltet und so regelmässig verwachsen, dass die Flächen des Klinopinakoides beiderseits in eine Ebene fallen, und gar keine Gränze der Individuen bemerken lassen. Der Wolfram und die basaltische Hornblende kommen häufig in ganz ähnlichen Zwillingen vor.

In anderen Fällen erscheinen die Individuen durch Penetration verbunden, indem sie seitwärts (also in der Richtung der Orthodiagonale) mehr oder weniger in einander geschoben sind, und sich theilweise umschliessen und durchkreuzen. Der Gyps findet sich selten, sehr häufig aber der Orthoklas auf diese Weise in Zwillingen, welche weil sie zuerst und besonders schön aus dem Granite der Gegend von Elnbogen unweit Carlsbad bekannt wurden, gewöhnlich unter dem Namen der Carlsbader Zwillinge aufgeführt werden. Die Individuen dieser Zwillinge zeigen wesentlich die Combination $\infty P.(\infty P\infty).0P.2P\infty$, Fig. 260; selten sind sie blos mit ihren klinodiagonalen Flächen an einander gewachsen, wie es Fig. 261 zeigt. Dabei ist der von Weiss hervorgehobene Unterschied zu berücksichtigen, ob die Individuen mit ihren linken oder rechten Seiten verwachsen, oder auch in einander geschoben sind; ein Unterschied, welcher für den Orthoklas um so wichtiger wird, weil die linke Fläche des Prismas ∞P eine etwas deutlichere Spaltbarkeit besitzt als die rechte Fläche. Die Figur 262 veranschaulicht diesen Unterschied, indem das erste Bild einen Zwilling mit rechts, das zweite Bild einen Zwilling mit links verwachsenen Individuen darstellt.

§. 118. Zwillinge mit geneigten Hauptaxen.

Seltener als die vorhergehenden sind Zwillingskrystalle mit geneigten Hauptaxen. Als Beispiele derselben wollen wir die Zwillinge des Orthoklases von Baveno und die Zwillinge des Titanites erläutern.

Den bekannten Zwillingskrystallen von Baveno liegt das Gesetz zu Grunde: Zwillingsaxe eine Normale, Zwil-

lingsäquator eine Fläche des Klinodomas (2P∞). Die so zusammengesetzten Individuen stellen gewöhnlich eine rechtwinkelig säulenförmige Combination, mit vorherrschendem basischen und klinodiagonalen Pinakoid, ähnlich der Combination 0P.(∞P∞).∞P.2P∞.(2P∞).P in Fig. 263 dar, jedoch meist ohne die Flächen des Klinodomas (2P∞). Denkt man sich einen solchen Krystall durch einen Schnitt halbirt, welcher einer (z. B. der oberen vorderen) Fläche *n* des Klinodomas (2P∞) parallel geht, und hierauf die eine Hälfte gegen die andere um die Normale der Schnittfläche durch 180^0 verdreht, so erhält man eine richtige Vorstellung von diesen Zwillingen, deren einer der Combination 0P.(∞P∞).∞P.2P∞.P∞.P in Fig. 264 dargestellt ist, zu deren Erläuterung die in Fig. 264a gegebene orthographische Projection auf eine Normalfläche der Klinodiagonale dienen kann. — Weil das Klinodoma (2P∞) im Orthoklas rechtwinkelig und folglich die Zusammensetzungsfläche gegen 0P und (∞P∞) gleich geneigt ist, so folgt, dass in den Zwillingen die Basis des einen Individuums dem Klinopinakoide des anderen Individuums parallel ist, und *vice versa*. Der Adular vom Gotthard kommt gleichfalls sehr schön nach demselben Gesetze verwachsen vor und liefert bei einer gewissen Beschaffenheit seiner Combinationen den überzeugendsten Beweis für die Richtigkeit des angegebenen Zwillingsgesetzes und für die Rechtwinkeligkeit des Klinodomas (2P∞). Nicht selten wiederholt sich diese Zusammensetzung, wodurch Drillings- und Vierlingskrystalle von sehr merkwürdiger Beschaffenheit entstehen.

Der Titanit ist, wie der Orthoklas, eine durch häufige Zwillingsbildung sehr ausgezeichnete Species. Das Gesetz seiner Zwillinge ist: Zwillingsaxe die Normale von 0P. Eine der gewöhnlicheren Krystallformen ist die in F. 265 dargestellte Combination ∞P.$\frac{5}{9}$P∞.0P.P∞, wo die Flächen von 0P mit *P* bezeichnet sind. Diese Krystalle finden sich bisweilen durch Juxtaposition in der Fläche 0P, häufiger aber durch Penetration zu vollkommenen Durchkreuzungs-Zwillingen, wie Fig. 266, verbunden, in wel-

chen man vorn und hinten die Flächen ∞P (l) mit ausspringenden Zwillingskanten von 170° 44′, die Flächen $\frac{5}{9}$P∞ (y) mit einspringenden Zwillingskanten von 120° 54′ beobachtet, während die beiderseitigen Flächen 0P (***P***) keine stetig ausgedehnte Fläche bilden, sondern längs der Orthodiagonale durch eine, von den Flächen P∞ (x) gebildete einspringende Zwillingskante von 94° 54′, wie durch eine tiefe Furche, in zwei Felder abgetheilt werden.

Sechster Abschnitt.

Tiklinoëdrisches System.

I. Einzelne Formen des Systemes.

§. 197. Geometrischer Grundcharakter.

Da das diklinoëdrische Krystallsystem bis jetzt nur als Seltenheit beobachtet worden und in der Mehrzahl seiner Verhältnisse dem triklinoëdrischen Systeme sehr ähnlich gebildet ist, so schreiten wir gleich zur Betrachtung dieses letzteren Systemes, indem wir gelegentlich die Abweichungen angeben werden, welche zwischen beiden Systemen Statt finden. Das triklinoëdrische System ist nach §. 9 der Inbegriff aller derjenigen Krystallformen, welche durch drei auf einander schiefwinkelige Coordinatebenen bestimmt sind. In dieser durchgängigen Schiefwinkeligkeit der Coordinatebenen ist die wesentliche Eigenthümlichkeit des Systemes zu suchen, welches noch ausserdem durch eine durchgängige Ungleichheit der Axen charakterisirt zu sein scheint, so dass in ihm das Maximum von Unregelmässigkeit gegeben ist, welches überhaupt in einem trimetrischen Axensysteme erreicht werden kann.*)

Den drei schiefen Neigungswinkeln A, B und C der Coordinatebenen entsprechen die drei Mittelpunktswinkel, d. h. die, ihnen respective gegenüber liegenden Neigungswinkel α, β und γ der Axen, welche in der Regel gleich-

*) Dieselben Krystallographen, welche das monoklinoëdrische System als eine hemiëdrische Modification des rhombischen Systemes auffassen, betrachten das triklinoëdrische System als eine tetartoëdrische Modification desselben Systemes.

falls alle schief sind, obgleich auch einer derselben ein rechter sein kann.

Im diklinoëdrischen Krystallsysteme ist der Winkel *A* noch ein rechter, wogegen die beiden anderen Winkel der Coordinatebenen, eben so wie die drei Neigungswinkel der Axen, schief sind. In ihm erhält daher die eine Axe, welche die Durchschnittslinie der beiden rechtwinkeligen Coordinatebenen ist, einen eminenten Werth, kraft dessen sie sich als Hauptaxe herausstellt, während dagegen im triklinoëdrischen Systeme für keine der drei Axen ein hervortretendes Verhältniss gegeben ist, durch welches sie als Hauptaxe bezeichnet würde. Daher muss irgend eine derselben zur Hauptaxe gewählt werden, wobei man insbesondere auf die, in den Combinationen der betreffenden Krystallreihe obwaltenden Symmetrieverhältnisse, auch wohl auf die vorherrschende Richtung zu achten hat, nach welcher die Krystalle verlängert oder auf ihrer Unterlage aufgewachsen zu sein pflegen.

§. 180. Triklinoëdrische Pyramiden, Prismen und Domen.

Es sei uns ein triklinoëdrisches Axensystem mit den Winkeln *A, B* und *C*, und mit dem Verhältnisse $a:b:c$ gegeben, wobei wir ein für allemal festsetzen, dass die Dimensionen oder Parameter *a, b* und *c* an den gleichnamigen Winkeln *A, B* und *C* anliegen sollen. Wenn wir nun den Inbegriff aller, für das Verhältniss $a:b:c$ möglichen isoparametrischen Flächen aufsuchen, so finden wir, weil die drei Axen ungleichwerthig sind, und weil daher jeder Parameter nur an eine derselben gebunden ist, dass in jedem Raumoctanten nur eine Fläche existiren kann. Die vollständige Form stellt also einen Inbegriff von acht Dreiecken dar, welche aber, wie man leicht begreift, von viererlei verschiedenem Werthe sind, indem nur allemal Fläche und Gegenfläche einander gleich und ähnlich sein können.

Wenn also die so construirte Form im Allgemeinen als eine triklinoëdrische Pyramide zu bezeichnen

ist, so werden wir sie doch als eine tetramerische, in vier Partialformen oder Viertelpyramiden zerfallende Form betrachten müssen, deren jede für sich ein paralleles Flächenpaar darstellt. Diese Partialformen sind nun von einander eben so unabhängig, wie solches mit den Hemipyramiden des monoklinoëdrischen Systemes der Fall war; sie können in den Combinationen ganz isolirt oder gesondert auftreten, und, wenn auch bisweilen zwei, drei, ja wohl sogar alle vier correlate, d. h. isoparametrische (oder zu einer und derselben vollständigen Pyramide gehörige) Viertelpyramiden ausgebildet sind, so trifft man doch auch sehr häufig nur einzelne oder isolirte Partialformen, ohne dass eine Spur der correlaten oder complementären Formen zu entdecken wäre.

Um nun diesen Viertelpyramiden, welche ihrer geometrischen Erscheinung nach nichts Anderes als indefinite Flächenpaare, wie die Pinakoide, sind, eine bestimmte und zugleich bedeutsame Begränzung zu verleihen, so denken wir sie jedenfalls durch die Coordinatebenen, und folglich dergestalt begränzt, wie sie sich selbst in der vollständigen Pyramide, bei völlig gleichmässiger Ausbildung, gegenseitig begränzen würden. So erhalten wir denn für jede Viertelpyramide drei, ihren drei Intersectionen mit den Coordinatebenen entsprechende Kanten.

Ausser den Pyramiden begegnen wir im triklinoëdrischen Systeme noch dreierlei, nämlich verticalen und zwei Arten von geneigten Prismen, welche letztere wir nach Breithaupt abermals mit dem Namen Domen belegen wollen, und welche insgesammt in zwei Partialformen, Hemiprismen und Hemidomen, zerfallen. Endlich sind noch die drei, den Coordinatebenen entsprechenden Pinakoide zu erwähnen.

Im diklinoëdrischen Systeme sind die Pyramiden ebenfalls tetramerisch, und die Domen dimerisch; die Prismen dagegen sind einfache, jederzeit mit allen vier Flächen ausgebildete Formen. Dieses Verhältniss der (verticalen) Prismen und die Rechtwinkeligkeit der beiden verticalen Coordinatebenen sind als zwei hervorstechende Eigenthüm-

lichkeiten zu betrachten, durch welche sich das diklinoëdrische von dem triklinoëdrischen Krystallsysteme unterscheidet.*)

II. Ableitung und Bezeichnung der triklinoëdrischen Formen.

§. 181. Grundform, Hauptreihe.

Bei der Ableitung müssen wir irgend eine vollständig ausgebildete triklinoëdrische Pyramide zu Grunde legen, weil uns nur dann eine klare Uebersicht der vielen Partialformen und eine Einsicht in ihren gegenseitigen Zusammenhang gesichert wird. Diese Grundform denken wir in aufrechter Stellung und zugleich so vor uns, dass eine der Nebenaxen auf uns zuläuft. Dann erscheint von jeder Viertelpyramide eine Fläche uns zugewendet, und zwar die Fläche der einen Viertelpyramide oben rechts, die der anderen oben links, die der dritten unten rechts, und endlich die der vierten unten links. Wir bezeichnen jede Viertelpyramide der Grundform mit P, und unterscheiden die einzelnen durch verschiedentlich gestellte Accente, welche die, bei der einmal gewählten (und consequent beizubehaltenden) Stellung des Axensystemes bestimmte Lage ihrer vorderen Flächen ausdrücken sollen. So wird denn das Zeichen der oberen rechten Viertelpyramide = P'
der oberen linken Viertelpyramide = 'P
der unteren rechten Viertelpyramide = P,
der unteren linken Viertelpyramide = ,P
und folglich werden wir ,'P', als das Zeichen der vollständigen Grundform betrachten, aus welcher die Ab-

*) Man hat die Wirklichkeit oder doch wenigstens die Selbständigkeit des von Mitscherlich aufgestellten diklinoëdrischen Krystallsystems abgeläugnet, ohne zu bedenken, dass es darauf ankommt, welcher Begriff von Krystallsystem überhaupt an die Spitze gestellt wird. Nach dem von uns in §. 9 aufgestellten Begriffe ist an der Selbständigkeit dieses Systems nicht zu zweifeln.

leitungen Statt finden sollen. Da in dieser Grundform beide Nebenaxen die Hauptaxe unter schiefen Winkeln schneiden, so werden wir sie, gleichwie im rhombischen Systeme, nach ihrer Grösse durch die Namen der Makrodiagonale und Brachydiagonale unterscheiden müssen.

Aus der Grundform wird nun zuvörderst, genau nach demselben Verfahren, wie in dem tetragonalen, hexagonalen, rhombischen und monoklinoëdrischen Systeme, eine Haupt- oder Grundreihe

$$\begin{array}{ccccccc} & & m<1 & & & m>1 & \\ 0P & \ldots\ldots & ,'P', & \ldots\ldots & ,'P', & \ldots\ldots\ m,'P', & \ldots\ldots\ \infty,'P', \end{array}$$

abgeleitet, deren Glieder gleiche Basis mit ,'P', haben, und, mit Ausnahme der beiden äussersten, in vier Viertelpyramiden zerfallen. Das eine Gränzglied 0P ist das basische Pinakoid, das andere Gränzglied ∞,'P', ein Prisma von rhomboidischem Querschnitte, welches daher in zwei Hemiprismen zerfällt, die füglich mit ∞P', und ∞',P bezeichnet werden können.

Im diklinoëdrischen Systeme zerfallen zwar die Pyramiden der Hauptreihe gleichfalls in Viertelpyramiden, das Prisma aber hat rhombischen Querschnitt und erhält nur das Zeichen ∞P.

§. 182. Makrodiagonale und brachydiagonale Formen.

Indem wir um irgend ein Glied der Grundreihe m,'P', genau dieselben Constructionen vollziehen, wie in §. 147 oder in §. 166, gelangen wir auf eine Reihe brachydiagonaler Formen:

$$m,'P', \ldots\ldots\ m,'\breve{P}',n \ldots\ldots\ m,'\breve{P}',\infty$$

und auf eine Reihe makrodiagonaler Formen:

$$m,'P', \ldots\ldots\ m,'\bar{P}',n \ldots\ldots\ m,'P',\infty.$$

Die mittleren Glieder dieser Reihen sind Pyramiden, deren jede in vier Viertelpyramiden zerfällt; die Gränzglieder sind geneigte Prismen oder Klinodomen, welche aber rhomboidische Querschnitte haben und daher in Hemidomen

zerfallen. Je nachdem nun, der einmal gewählten Stellung zufolge, die Makrodiagonale oder die Brachydiagonale der Grundform auf den Beobachter zuläuft, demgemäss werden die brachydiagonalen Hemidomen mit $m'\breve{P}'\infty$ und $m,\breve{P},\infty$ und die makrodiagonalen Hemidomen mit $m,\bar{P}'\infty$ u. $m'\bar{P},\infty$ zu bezeichnen sein, oder umgekehrt, weil die Stellung der Accente der Lage entsprechen muss, in welcher sich die Flächen dieser Hemidomen dem Beobachter präsentiren.

Das Prima $\infty,'P',$ giebt eben so zwei Reihen Prismen

$$\infty,'P', \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty,'\breve{P}',n \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\breve{P}\infty$$
$$\infty,'P', \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty,'\bar{P}',n \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\bar{P}\infty,$$

deren jedes in zwei Hemiprismen $\infty P',n$ und $\infty,'Pn$ zerfällt, während die Gränzglieder das Brachypinakoid und das Makropinakoid darstellen.

Im diklinoëdrischen Systeme verhalten sich die, aus irgend einem $m,'P',$ abgeleiteten Formen eben so wie hier, wogegen sich die aus ∞P abgeleiteten Prismen, gerade so wie im rhombischen Systeme, als rhombische Prismen herausstellen.

Man kann die Resultate aller dieser Ableitungen wiederum in einem Schema zusammenstellen, welches ähnlich dem Schema in §. 148 werden wird, und eine vollständige Uebersicht aller Formen und Partialformen des Systemes gewährt. Um jedoch ähnliche Betrachtungen nicht zu oft zu wiederholen, so mag es dem Leser überlassen bleiben, sich das Schema zu entwerfen und zu erläutern.

III. Berechnung der triklinoëdrischen Formen.

§. 183. Berechnung der Kantenwinkel aus den Axen.

Bei den sehr einfachen Verhältnissen in welchen die abgeleiteten Formen zur Grundform stehen, brauchen wir die Resultate der Berechnung nur für diese letztere anzugeben, da sich dieselben Resultate ohne weiteres für jede andere Form benutzen lassen, wenn man den betreffenden Axen die Factoren m und n beifügt.

Wir nehmen also an, in jeder Viertelpyramide der Grundform sei

die halbe Hauptaxe $= a$,
die halbe Makrodiagonale $= b$,
die halbe Brachydiagonale $= c$,

ferner seien A, B und C die drei Neigungswinkel der Coordinatebenen gegen einander, und zwar soll A an der Axe a, B an der Makrodiagonale b, und C an der Brachydiagonale c anliegen. Die ihnen gegenüber liegenden Mittelpunktswinkel oder Neigungswinkel der Axen seien α, β und γ; die makrodiagonale, brachydiagonale und basische Kante der Viertelpyramide bezeichnen wir mit X, Y und Z, und endlich die Neigungswinkel

der Kantenlinie X gegen a mit μ,
. b . . ν,
der Kantenlinie X gegen a . . $\varkappa$,
. c . . ρ,
der Kantenlinie Z gegen b . . σ,
. c . . τ,

Man findet nun zunächst aus A, B und C die Mittelpunktswinkel α, β und γ wie folgt:

$$\cos\alpha = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\sin B \sin C}$$

$$\cos\beta = \frac{\cos B + \cos C \cos A}{\sin C \sin A}$$

$$\cos\gamma = \frac{\cos C + \cos A \cos B}{\sin A \sin B}$$

Uebrigens findet zwischen diesen Winkeln die Relation:

$$\sin\alpha : \sin : \beta : \sin\gamma = \sin A : \sin B : \sin C$$

Statt; daher braucht man nur einen der Winkel α, β oder γ nach den vorstehenden Formeln zu berechnen.

Bei den ferneren Berechnungen ist zu beobachten, dass

$$\mu + \nu + \gamma = 180^0$$
$$\varkappa + \rho + \beta = 180^0$$
$$\sigma + \tau + \alpha = 180^0.$$

Die Hauptschnittwinkel bestimmen sich, wie folgt:

$$\tang\mu = \frac{b \sin\gamma}{a - b\cos\gamma}$$

$$tang\,\nu = \frac{a \sin\gamma}{b - a\cos\gamma}$$

$$tang\,\varkappa = \frac{c \sin\beta}{a - c\cos\beta}$$

$$tang\,\rho = \frac{a \sin\beta}{c - a\cos\beta}$$

$$tang\,\sigma = \frac{a \sin\alpha}{b - c\cos\alpha}$$

$$tang\,\tau = \frac{b \sin\alpha}{c - b\cos\alpha}$$

Bei dem Gebrauche dieser Formeln hat man übrigens sorgfältig darauf zu achten, welche von den Winkeln α, β und γ in der zu berechnenden Viertelpyramide spitz oder stumpf sind, weil im letzteren Falle die Cosinus negativ zu nehmen sind.

Die Kantenwinkel X, Y und Z lassen sich nun am bequemsten mittels der Neper'schen Analogieen auffinden, wie folgt:

1) X und Y aus A, μ und $\varkappa$:

$$tang\,\tfrac{1}{2}(X+Y) = cot\,\tfrac{1}{2}A \,\frac{cos\,\tfrac{1}{2}(\varkappa-\mu)}{cos\,\tfrac{1}{2}(\varkappa+\mu)}$$

$$tang\,\tfrac{1}{2}(X-Y) = cot\,\tfrac{1}{2}A \,\frac{sin\,\tfrac{1}{2}(\varkappa-\mu)}{sin\,\tfrac{1}{2}(\varkappa+\mu)}$$

2) X und Z aus B, ν und σ:

$$tang\,\tfrac{1}{2}(X+Z) = cot\,\tfrac{1}{2}B \,\frac{cos\,\tfrac{1}{2}(\sigma-\nu)}{cos\,\tfrac{1}{2}(\sigma+\nu)}$$

$$tang\,\tfrac{1}{2}(X-Z) = cot\,\tfrac{1}{2}B \,\frac{sin\,\tfrac{1}{2}(\sigma-\nu)}{sin\,\tfrac{1}{2}(\sigma+\nu)}$$

3) Y und Z aus C, ρ und τ;

$$tang\,\tfrac{1}{2}(Y+Z) = cot\,\tfrac{1}{2}C \,\frac{cos\,\tfrac{1}{2}(\tau-\rho)}{cos\,\tfrac{1}{2}(\tau+\rho)}$$

$$tang\,\tfrac{1}{2}(Y-Z) = cot\,\tfrac{1}{2}C \,\frac{sin\,\tfrac{1}{2}(\tau-\rho)}{sin\,\tfrac{1}{2}(\tau+\rho)}$$

Zwischen den Kantenwinkeln und Hauptschnittwinkeln finden folgende Relationen Statt:

$$sin\,X : sin\,Y = sin\,\varkappa : sin\,\mu,$$

$$sin\,Y : sin\,Z = sin\,\tau : sin\,\rho,$$

$$sin\,Z : sin\,X = sin\,\nu : sin\,\sigma.$$

Will man die Winkel X, Y und Z eines Hemiprisma's oder Hemidoma's berechnen, so sucht man erst aus den beiden Queraxen des Prisma's und dem von ihnen eingeschlossenen Mittelpunktswinkel α, β oder γ die ebenen Winkel desjenigen Hauptschnittes, welcher die Längenaxe des Prisma's schneidet, gelangt hierauf mittels der Neperschen Analogieen auf die Bestimmung zweier Winkel, und endlich durch die Relationen, welche zwischen den Längenkanten jedes Hemiprisma's oder Hemidoma's und einem der Winkel A, B und C Statt finden, auf den dritten Winkel.

§. 184. Berechnung der Axen aus den Kantenwinkeln.

Bevor man für eine durch ihre Kantenwinkel bestimmte Form zur Berechnnng der Axen oder Parameter schreiten kann, müssen die, der ganzen Krystallreihe zu Grunde liegenden Angulardimensionen A, B und C bekannt sein, deren Kenntniss überhaupt von der grössten Wichtigkeit ist, weshalb man sie womöglich durch Messung zu bestimmen hat. Aus diesen Winkeln berechnet man nun zunächst die Mittelpunktswinkel α, β und γ wie vorher.

Nachdem diese gefunden sind, so lässt sich für jede Viertelpyramide aus je zweien ihrer Kanten X, Y und Z das Verhältniss ihrer Parameter berechnen, weil Alles auf die Berechnung zweier ungleichnamiger Hauptschnittwinkel ankommt. Diese Hauptschnittwinkel finden sich aber nach folgenden Formeln:

$$\cos\mu = \frac{\cos Y + \cos X \cos A}{\sin X \sin A}$$

$$\cos\nu = \frac{\cos Z + \cos X \cos B}{\sin X \sin B}$$

$$\cos\varkappa = \frac{\cos X + \cos Y \cos A}{\sin Y \sin A}$$

$$\cos\rho = \frac{\cos Z + \cos Y \cos C}{\sin Y \sin C}$$

$$\cos\sigma = \frac{\cos X + \cos Z \cos B}{\sin Z \sin B}$$

$$\cos\tau = \frac{\cos Y + \cos Z \cos C}{\sin Z \sin C}$$

wobei zu berücksichtigen ist, ob die Winkel *A*, *B* und *C* in der zu berechnenden Viertelpyramide spitz oder stumpf sind. Nach diesen Formeln braucht man jedoch nur immer einen der Hauptschnittwinkel zu berechnen, weil die zu Ende des vorigen §. erwähnten Relationen:

$$\sin X : \sin Y = \sin\varkappa : \sin\mu,$$
$$\sin Y : \sin Z = \sin\tau : \sin\varrho,$$
$$\sin Z : \sin X = \sin\nu : \sin\sigma,$$

sowie die ebendaselbst bemerkten Verhältnisse:

$$\mu + \nu + \gamma = 180^0,$$
$$\varkappa + \varrho + \beta = 180^0,$$
$$\sigma + \tau + \alpha = 180^0,$$

auf leichterem Wege zur Kenntniss der ausserdem noch erforderlichen Hauptschnittwinkel führen.

Hat man sich nun auf diese Weise die Kenntniss zweier ungleichnamiger Hauptschnittwinkel verschafft, so gelangt man sehr leicht mittels der Proportionen

$$\sin\mu : \sin\nu = b : a,$$
$$\sin\varkappa : \sin\varrho = c : a,$$
$$\sin\sigma : \sin\tau = c : b$$

auf die Bestimmung des Verhältnisses der Parameter $a : b : c$.

Für die prismatischen Formen vereinfachen sich natürlich alle diese Rechnungen, zumal wenn man eine von denjenigen Kanten gemessen hat, welche der Axe des Hemiprisma's oder Hemidoma's parallel sind.

IV. Zeichnung der triklinoëdrischen Formen.

§. 185. Zeichnung einer triklinoëdrischen Pyramide.

Es wird hier hinreichend sein, die Regeln für die Entwerfung einer triklinoëdrischen Pyramide anzugeben, in welcher wir vorläufig das Verhältniss von $a : b : c = 1 : 1 : 1$ voraussetzen müssen.

In einer jeden triklinoëdrischen Krystallreihe bilden die beiden verticalen Hauptschnitte mit einander den Winkel *A*. Weil nun in der Projection des Oktaëders §. 41, welche auch hier wiederum zu Grunde gelegt wird, die beiden verticalen Hauptschnitte *ACA'C'* und *ABA'B'* auf einander rechtwinkelig sind, so fragt es sich zuvörderst, welcher derselben seine ursprüngliche Lage behaupten, und welcher sie verlassen soll, um den Neigungswinkel *A* herzustellen. Im Allgemeinen scheint es vortheilhafter, den auf den Beobachter zulaufenden Hauptschnitt *ACAC*, Fig. 255 in unveränderter Lage zu lassen, und den Hauptschnitt *ABAB* so weit zu drehen, als erforderlich ist, damit seine neue Projection dem wirklichen Neigungswinkel *A* entspreche. Zu dem Ende nehme man in der *CC* von *M* aus vorwärts die Grösse

$$MC' = MC \times \cos A$$

und in der *BB* von *M* aus nach rechts oder nach links (je nachdem der spitze Winkel *A* rechts oder links erscheint) die Grösse $MB' = MB \times \sin A$

vollende das Parallelogramm über *MB'* und *MC'* und ziehe dessen Diagonale *MD*, so ist die Ebene *ADA* die richtige Projection des zweiten verticalen Hauptschnittes, und die Linie *MD* jetzt eine horizontale, der *MC* und *MA* gleiche Linie.

So wie jetzt diese Linien im Bilde erscheinen, ist also die *MA* auf der *MC* sowohl, als auf der *MD* noch rechtwinkelig, während sie doch in der Wirklichkeit mit jener den Winkel β, mit dieser den Winkel γ bildet. Man nehme also in der *AA* von *M* aus aufwärts die Grössen

$$MA' = MA \times \cos\beta$$
$$MA'' = MA \times \cos\gamma$$

ferner in der *CC* von *M* aus vorwärts oder rückwärts (je nachdem der spitze Winkel β vorn oder hinten liegt) die Grösse $MC'' = MC \times \sin\beta$

und endlich in der *DD* von *M* aus nach links oder nach rechts (je nachdem der spitze Winkel γ links oder rechts erscheint) die Grösse

$$MD' = MD \times \sin\gamma,$$

vollende die Parallelogramme über MA' und MC'', über MA'' und MD', ziehe deren Diagonalen EM und FM, verlängere solche über M, und mache ihre Verlängerungen ihnen selbst gleich, so ist für das Verhältniss 1 : 1 : 1

AA die Hauptaxe,
FF die Makrodiagonale,
EE die Brachydiagonale

der Krystallreihe in ihrer richtigen Lage.

Um nun diese drei Linien auch in ihrem wahren Grössenverhältnisse $a:b:c$ darzustellen, lässt man die eine, z. B. die EE, unverändert, und vervielfacht die AA nach dem Coëfficienten $\frac{a}{c}$, die FF nach dem Coëfficienten $\frac{b}{c}$, so ist das Axensystem der verlangten triklinoëdrischen Pyramide sowohl nach dem Neigungsverhältnisse, als nach dem Grössenverhältnisse der Axen richtig entworfen.

Bei der Zeichnung einer diklinoëdrischen Pyramide fällt der erste, die Auffindung der Linie MD bezweckende Theil der Construction weg, und wird bei der weiteren Construction statt MD sogleich MC zu Grunde gelegt.

Das Verfahren für die Ausführung der Horizontal-Projectionen wird ein Jeder leicht selbst aufzufinden wissen.

V. Combinationen der triklinoëdrischen Formen.

§. 186. Wahl der Coordinatebenen und der Grundform.

Alle Formen des Systems zerfallen in Partialformen, von denen jede einzelne blos ein paralleles Flächenpaar bildet. Da nun diese Partialformen ganz unabhängig von einander sind, so wird sich eine jede triklinoëdrische Combination als ein Aggregat von lauter einzelnen Flächenpaaren darstellen, deren gegenseitige krystallographischen

Beziehungen erst dann hervortreten können, wenn die Coordinatebenen und die Grundform gewählt sind.

Man hat daher bei jeder triklinoëdrischen Combination zuvörderst die Bestimmung zu treffen, welche von denen, entweder wirklich ausgebildeten, oder doch ihrer Lage nach angedeuteten Flächenpaaren die drei Coordinatebenen oder Pinakoide darstellen sollen. Bei dieser Bestimmung muss die Lage der Combinationskanten vorzüglich zur Richtschnur dienen, indem man wo möglich diejenigen drei Flächen auswählt, welchen die meisten Combinationskanten parallel laufen.

Sobald diese drei Fundamentalebenen und die aufrechte Stellung gewählt sind, (wobei es übrigens noch unentschieden bleibt, welcher der verticalen Hauptschnitte der makrodiagonale oder brachydiagonale sein wird), so sondern sich die sämmtlichen noch übrigen Flächenpaare in Viertelpyramiden, Hemiprismen und Hemidomen.

Die Frage nach der Grundform braucht zunächst nur für eine Viertelpyramide beantwortet zu werden, und ist daher irgend eine derselben, je nach ihrer Lage, mit P', 'P, P oder ,P zu bezeichnen. Man hat dabei vorzugsweise diejenige Form zu berücksichtigen, welche die leichteste Entwickelung und einfachste Bezeichnung der Combination gewährt, woraus sich von selbst die besondere Regel ergiebt, die Wahl der Grundform wo möglich so zu treffen, dass sich für eine Viertelpyramide andere Flächenpaare als correlate oder complementäre Viertelpyramiden bestimmen.

Sobald die Grundform gewählt ist, so bestimmt sich auch die Lage der Makrodiagonale und der Brachydiagonale, sowie die Stellung aller übrigen Partialformen entweder in der Hauptreihe, oder in der makrodiagonalen oder brachydiagonalen Hälfte des Schemas, und man kann nun zu der besonderen Entwickelung der Combination übergehen.

§. 187. Regeln bei der Entwickelung der Combinationen.

Indem wir mit a, b und c, a' b' und c' die in der Hauptaxe, Makrodiagonale und Brachydiagonale gelegenen Parameter irgend zweier Formen bezeichnen, so haben wir bei der Entwickelung der Combinationen besonders auf folgende drei Regeln zu achten:

1) Für je zwei Formen, deren Combinationskanten dem basischen Pinakoide parallel sind, ist $b : c = b' : c'$;

2) für je zwei Formen, deren Combinationskanten dem makrodiagonalen Pinakoide parallel sind, ist $a : b = a' : b'$, und

3) für je zwei Formen, deren Combinationskanten dem brachydiagonalen Pinakoide parallel sind, ist $a : c = a' : c'$

Für alle weiteren Entwickelungen gelten ganz ähnliche Regeln, wie solche im rhombischen und monoklinoëdrischen Systeme mitgetheilt worden sind; nur werden diese Regeln, wegen der Zerstückelung aller Formen in Partialformen, oft eines etwas veränderten Ausdruckes bedürfen.

Dieselbe Zerstückelung der Formen in lauter einzelne Flächenpaare hat aber auch eine grosse Manchfaltigkeit von Combinationskanten zur Folge, weshalb auch in diesem Systeme der Gebrauch der Zonengleichung (§. 19) ganz besonders wichtig wird, indem solche in den meisten Fällen, bei gehöriger Berücksichtigung der Lage der Flächen in diesem oder jenem Octanten, schnell und sicher zur Auffindung derjenigen Relationen gelangen lässt, welchen die Ableitungszahlen irgend einer unbekannten Fläche unterworfen sind, die in die Zone zweier bekannter Flächen fällt.

§. 188. Betrachtung einiger Combinationen.

Die Combinationen mancher triklinoëdrischer Mineralspecies, wie z. B. jene des Albites und Anorthites, erscheinen oft so symmetrisch, wie Combinationen des mo-

noklinoëdrischen Systems; diess hat seinen Grund darin, dass in ihnen die complementären Partialformen grossentheils nicht nur gleichzeitig, sondern auch ziemlich gleichmässig ausgebildet zu sein pflegen. Andere Mineralspecies dagegen, wie z. B. der Axinit und der Kupfervitriol, lassen in ihren Krystallformen eine auffallende Unregelmässigkeit hervortreten, was besonders durch die isolirte oder doch ganz ungleichmässige Ausbildung der complementären Partialformen verursacht wird. Je mehr dieses Letztere der Fall ist, um so schwieriger ist die Orientirung der Combination, wogegen man im ersteren Falle sehr leicht zu einer geordneten Uebersicht derselben gelangt.

Die Figur 269 stellt eine weniger symmetrische Combination des Albites dar. Setzt man

die Flächen $P = 0\mathrm{P}$
. $M = \infty\breve{\mathrm{P}}\infty$
. $T = \infty',\mathrm{P}$
. $l = \infty\mathrm{P}',$

so kann man o als eine Viertelpyramide der Grundform betrachten, wodurch $x = {}'\bar{\mathrm{P}},\infty$ wird.

Als Beispiel einer sehr unsymmetrischen Combination kann Figur 253 dienen, welche eine Krystallform des Kupfervitriols darstellt, deren Horizontalprojection in Fig. 253 a beigefügt ist. Setzt man

die Flächen $o = 0\mathrm{P}$
. $n = \infty\bar{\mathrm{P}}\infty$
. $r = \infty\breve{\mathrm{P}}\infty$
. $T = \infty\mathrm{P},'$
. $M = \infty,'\mathrm{P}$

so ordnen sich die übrigen Flächen, wie folgt

in die Hauptreihe P,
in die brachydiagonale Gränzreihe p, q, v und w,
in eine brachydiagonale Zwischenreihe x.

Die Flächen P bieten sich sehr bequem als Grundform dar; setzen wir also

$$P = \mathrm{P}',$$

so bestimmen sich nach leichten Regeln:

$p = ,\breve{P}'\infty.$
$v = 2,\breve{P}'\infty.$

Weil die Combinationskante von x und P dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallel ist, so muss x von der Form $m\breve{P}m$ sein. Seine nähere Bestimmung ist jedoch, eben so wie jene der beiden brachydiagonalen Hemidomen w und q, von einer Messung abhängig. Aus Kupffer's Messungen ergeben sich die Dimensionen von P, wie folgt:

$a : b : c = 1 : 1{,}816 : 1{,}027$

$A = 79^0\ 19'$	$\alpha = 77^0\ 37{,}5'$
$B = 74^0\ 22'$	$\beta = 73^0\ 10{,}5'$
$C = 85^0\ 38'$	$\gamma = 82^0\ 21{,}5'$

Nun findet man durch Messung, dass

der Winkel x zu $r = 139^0\frac{1}{2}$,
. q zu $r = 121^0\frac{2}{3}$,
. w zu $r = 139^0\frac{1}{4}$

ist. Daraus berechnet sich endlieh:

$x = 3\breve{P}'3,$
$q = '\breve{P},\infty,$
$w = 2'\breve{P},\infty.$

Um die wesentliche Verschiedenheit zu veranschaulichen, welche sich zwischen den diklinoëdrischen und triklinoëdrischen Combinationen herausstellt, dazu mag Fig. 250 dienen, in welcher wir das Bild einer Combination des unterschwefeligsauern Kalkes erblicken. In diesem Bilde stellen a und b die beiden auf einander rechtwinkeligen verticalen Pinakoide, P das auf ihnen beiden schiefwinkelige basische Pinakoid, und M das (gleich allen verticalen Prismen) vollständig, mit allen vier Flächen erscheinende Prisma ∞P dar, während die Flächen k, l und n Viertelpyramiden, die Flächen e, f, g und i Hemidomen angehören.

VI. Zwillingskrystalle des triklinoëdrischen Systemes.

§. 189. Zwillinge des Albites.

Die wichtigsten der, bis jetzt im triklinoëdrischen Systeme überhaupt beobachteten Gesetze der Zwillingsbildung sind:

1) Zwillingsaxe die Normale, oder Zwillingsäqnator die Fläche des brachydiagonalen Hauptschnittes,
2) Zwillingsaxe die Hauptaxe, und
3) Zwillingsaxe die, in der Basis liegende Normale der Brachydiagonale.

Diese sind nämlich die drei Gesetze, welche sich an den verschiedenen triklinoëdrischen Feldspathen, dem Albit dem Periklin, dem Labrador u. a., als den wichtigsten Mineralspecies aus dem Gebiete dieses Krystallsystems, gar häufig verwirklicht finden.

Am Albit kommen das erste und zweite Gesetz vor. Eine sehr gewöhnliche Krystallform ist die F. 269 abgebildete Combination $\infty P',.\infty,'P.\infty\breve{P}\infty.0P.'\bar{P},\infty.,P$. Denkt man sich zwei Individuen von dieser Form nach dem ersten Gesetze durch Juxtaposition verbunden, so bilden sie einen Zwilling wie Fig. 270, in welchem die beiderseitigen Flächen 0P (*P*) einerseits einspringende, anderseits ausspringende Zwillingskanten von $172^0\ 48'$ hervorbringen, woran man nicht nur diese Zwillinge erkennt, sondern auch die Species selbst sehr leicht vom Orthoklase unterscheiden kann.

Gewöhnlich findet diese Zwillingsbildung mit Wiederholung Statt, indem viele Individuen, abwechselnd in der einen und anderen Stellung, an einander gewachsen sind. Dabei pflegen namentlich die inneren Individuen in der Richtung der Zwillingsaxe sehr stark verkürzt oder dünn tafelartig ausgebildet zu sein, weshalb die ganze Gruppe oft nur ein Aggregat lamellarer Individuen, oder auch wohl einen scheinbar einfachen Krystall darstellt, welcher von mehren dünnen Lamellen durchsetzt wird, deren Ausgehende auf seinen Flächen 0P ganz schmale Furchen und Leisten, oder auch nur eine sehr zarte Streifung bilden.

Ausser diesem sehr gewöhnlichen Gesetze findet sich am Albite auch das zweite Gesetz verwirklicht, wodurch ähnliche Zwillinge wie die, in Fig. 261 abgebildeten des Orthoklases entstehen; doch sind die nach diesem Gesetze verwachsenen Krystalle in der Regel schon nach dem er-

sten Gesetze zusammengesetzt, so dass ein Zwilling wie Fig. 270 mit einem zweiten Zwillinge derselben Art nach dem Vorbilde von Fig. 261 verwachsen erscheint.

§. 190. Zwillinge des Periklins und Labradors.

Am Periklin (einer Varietät des Albites) kommen Zwillinge nach dem ersten und dritten der in §. 189 erwähnten Gesetze vor. Die gewöhnlichsten Krystalle sind der, in Fig. 269 abgebildeten Combination des Albites sehr ähnlich; denkt man sich dazu noch das Prisma $\infty\breve{P}3$ (*z*), so erscheinen die, nach dem ersten Gesetze gebildeten Zwillinge wie Figur 268, wobei die Flächen *P* und *P'* (= 0P) einerseits einspringende, anderseits ausspringende Zwillingskanten von ungefähr 173° bilden.

Die nach dem dritten Gesetze: Zwillingsaxe die, in der Ebene der Basis liegende Normale der Brachydiagonale, gebildeten Zwillinge, Fig. 267, sind sehr ausgezeichnet. Es erscheinen nämlich beide Individuen in einer Fläche des basischen Pinakoids (*P*) verwachsen, während die Flächen der brachydiagonalen Pinakoide (*M* und *M'*) auf der einen Seite eine einspringende, auf der anderen Seite eine ausspringende Zwillingskante von 173° 22′ hervorbringen, deren Kantenlinien der Brachydiagonale, oder der Combinationskante von *P* und *M*, parallel ist, wodurch diese Zwillinge ganz besonders charakterisirt sind.

Am Labrador finden sich dieselben beiden Gesetze verwirklicht; seine derben, blätterigen Massen sind gewöhnlich aus lauter dünnen, lamellaren Individuen zusammengesetzt, deren Flächen 0P oder $\infty\breve{P}\infty$ aus- und einspringende Winkel von 171° bilden. Weil das eine System der Individuen gewöhnlich sehr vorwaltend ausgebildet ist, während die Individuen des anderen Systems viel dünnere Lamellen bilden, so erscheint das Ganze oft wie ein einzelnes, von zahlreichen parallelen Lamellen durchsetztes Individuum, dessen Flächen 0P oder $\infty\breve{P}\infty$ durch die Ausgehenden dieser Lamellen wie gestreift sind.

Anhang.

Ueber die allgemeine Entwickelung und graphische Darstellung der Zonen.

§. 191. Einleitende Bemerkung.

Für Diejenigen, welche einige Bekanntschaft mit den Elementen der analytischen Geometrie besitzen, wird es vielleicht nicht uninteressant sein, eine etwas ausführlichere Betrachtung der von Weiss begründeten Zonenlehre, und insbesondere die graphischen Darstellungen der Zonen kennen zu lernen, wie solche von Neumann und Quenstedt ausgeführt worden sind. Deshalb lasse ich hier einige, schon früher in Poggendorff's Annalen, B. 43, 1838, S. 243 ff. mitgetheilte Sätze folgen.

Unter einer *Zone von Krystallflächen* oder unter einer *Zone* schlechthin versteht man nach §. 5 einen Inbegriff von lauter solchen Krystallflächen, welche einer und derselben Linie im Raume parallel sind. Diese Linie selbst nennt Weiss die *Zonenaxe*, wofür wir das Wort *Zonenlinie**) gebrauchen wollen, um das Wort Axe ausschliesslich den eigentlichen krystallographischen Axen vorzubehalten. Jede Zone wird natürlich durch die Zonenlinie, und diese wiederum durch je zwei beliebige Flächen der Zone bestimmt. Dabei ist es zwar an und für sich ziemlich gleichgiltig, *welche* zwei Flächen man wählt; doch wird man durch *ein* Flächenpaar immer leichter und schneller zum Ziele gelangen, als durch ein *anderes*. Von denjenigen Flächen, welche die einfachste Bestimmung einer Zone gewähren, wollen wir künftig sagen, dass sie die Zone *charakterisiren*.

Immer aber bleibt es vom krystallographischen Gesichtspunkte aus die natürlichste, und vom analytisch-geo-

*) Welches also hier in ganz anderem Sinne zu nehmen ist, als bei Neumann in seinen Beiträgen zur Krystallonomie, S. 11 u. f.

metrischen Gesichtspunkte aus die richtigste Auffassungsweise der Zonenlinie, wenn man sie als den Durchschnitt zweier Flächen sich denkt. Denn die Flächen sind an allen Krystallformen das zunächst und unmittelbar Gegebene, und die ganze analytisch-geometrische Darstellungsweise der Linie beruht auf der Vorstellung, dass sie der Durchschnitt zweier Flächen sei.

§. 192. Charakterisirung der Zone durch die projicirenden Ebenen der Zonenlinie.

Es seien in einem rechtwinkligen oder orthoëdrischen Axensysteme irgend zwei Krystallflächen F' und F'' gegeben, welche einer zu betrachtenden Zone angehören; ihre Gleichungen seien*):

$$\frac{x}{a'}+\frac{y}{b'}+\frac{z}{c'}=1 \text{ und } \frac{x}{a''}+\frac{y}{b''}+\frac{z}{c''}=1.$$

Die zu betrachtende Zone wird nun allerdings durch die beiden Flächen F' und F'', oder auch durch irgend ein anderes Paar ihrer Flächen bestimmt; allein, welche Flächen sind es, die sie charakterisiren? Offenbar nur diejenigen, welche sich analytisch-geometrisch als die projicirenden Ebenen der Zonenlinie, d. h. als die projicirenden Ebenen der Durchschnittslinie von F' und F'' bestimmen.

Die Gleichungen dieser projicirenden Ebenen erhalten wir, wenn wir aus den gegebenen Gleichungen für F' und F'' successiv die Coordinaten x, y und z eliminiren. Setzen wir der besseren Uebersicht wegen

$$b'c''-b''c'=\alpha,\quad c'a''-c''a'=\beta,\quad a'b''-a''b'=\gamma$$

so erhalten wir die Gleichungen der projicirenden Ebenen:

$$\frac{x}{\alpha a'a''}-\frac{y}{\beta b'b''}=\frac{c'-c''}{\alpha\beta} \quad (1)$$

*) Der leichteren Orientirung wegen wird in Folgendem für jede Fläche durch den Buchstaben a der Parameter in der Axe der x, durch b der Parameter in der Axe der y, und durch c der Parameter in der Axe der z ausgedrückt. Accente unterscheiden die Parameter verschiedener Flächen.

$$\frac{z}{\gamma c'c''} - \frac{x}{\alpha a'a''} = \frac{b'-b''}{\gamma\alpha} \quad (2)$$

$$\frac{y}{\beta b'b''} - \frac{z}{\gamma c'c''} = \frac{a'-a''}{\beta\gamma} \quad (3)$$

Je zwei von diesen projicirenden Ebenen charakterisiren also die Zone, weil sie diejenigen Flächen sind, welche die einfachste Bestimmung derselben gewähren. Dass übrigens in je zweien dieser Gleichungen allemal die dritte enthalten ist, lässt sich leicht auf folgende Weise darthun. Man addire erst alle drei Gleichungen, so erhält man:

$$\frac{a'-a''}{\beta\gamma} + \frac{b'-b''}{\gamma\alpha} + \frac{c'-c''}{\alpha\beta} = 0 \ (4).$$

Hierauf addire man zwei beliebige der Gleichungen (1), (2) und (3), und substituire für das, was rechter Hand vom Gleichheitszeichen erhalten wird, den aus der Gleichung (4) folgenden Werth, so gelangt man allemal auf die dritte Gleichung.

Aus dem Vorigen erhellt, dass z. B. im Tesseralsysteme eine Zone allgemein durch die Flächen zweier Tetrakishexaëder charakterisirt sein wird, unter denen sich jedoch auch das Hexaëder und Rhomben-Dodekaëder befinden können. Da es hierbei nur auf das *Verhältniss* der Parameter ankommt, von denen der kleinste = 1 angenommen wird, so kann man die, rechter Hand vom Gleichheitszeichen stehenden Constanten in den Gleichungen (1), (2) und (3) vernachlässigen. So werden z. B. für die Zone

der Fläche $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + z = 1$, der Gestalt $2O2$,

und der Fläche $\frac{x}{3} + y + z = 1$, der Gestalt $3O$

die Gleichungen der charakterisirenden Flächen:

$\frac{x}{3} - y = 0$, welche der Gestalt $\infty O3$,

$z - \frac{2x}{3} = 0$, welche der Gestalt $\infty O\frac{3}{2}$,

und $y + \frac{z}{2} = 0$, welche der Gestalt $\infty O2$

angehört.

§. 193. Zonengleichung.

Unter der Zonengleichung verstehen wir nach §. 19. die Bedingungsgleichung, welche für die Parameter irgend einer Fläche F erfüllt sein muss, wenn solche in die Zone zweier Flächen F' und F'' gehören soll.

Um diese Zonengleichung zu finden, denke man die Zonenlinie oder die Durchschnittslinie der Flächen F' und F'' sich selbst parallel auf den Mittelpunkt des Axensystems transportirt; ihre Gleichungen werden dann:

$$\frac{x}{\alpha a'a''} - \frac{y}{\beta b'b''} = 0$$

$$\frac{z}{\gamma c'c''} - \frac{x}{\alpha a'a''} = 0$$

$$\frac{y}{\beta b'b''} - \frac{z}{\gamma c'c''} = 0.$$

Da nun diese Linie der Fläche F parallel sein soll, so wird sie ganz in die Fläche fallen müssen, sobald wir auch diese letztere sich selbst parallel auf den Mittelpunkt verlegen. Dann ist jeder Punkt der Linie zugleich auch ein Punkt der Fläche, deren Gleichung nun

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$$

geschrieben wird. Setzen wir also z. B. die, aus den beiden ersten Gleichungen der Zonenlinie folgenden Werthe der Coordinaten y und z in diese letztere Gleichung, so erhalten wir

$$\frac{\alpha a'a''}{a} + \frac{\beta b'b''}{b} + \frac{\gamma c'c''}{c} = 0$$

als die gesuchte Bedingungsgleichung.

In dieser Form ist die Gleichung sehr bequem für die allgemeine Entwickelung der Zonen. Für die specielle Entwickelung der Combinationen aber pflegt sie gewöhnlich in der oben §. 19 mitgetheilten und schon vielfach erläuterten Form bequemer zu sein:

$$\frac{1}{a''b'c} + \frac{1}{b''c'a} + \frac{1}{c''a'b} = \frac{1}{a''bc'} + \frac{1}{b''ca'} + \frac{1}{c''ab'}$$

weil man es hier auf den ersten Blick übersieht, welche Glieder verschwinden, wenn gewisse Parameter den Werth

∞ haben, wie solches so häufig der Fall ist. Diese Zonengleichung hat übrigens ganz allgemeine Giltigkeit, in den verschiedenen klinoëdrischen, wie in den orthoëdrischen Axensystemen; auch sieht man, dass sie von den Dimensionen der Grundgestalt gänzlich unabhängig ist, oder dass in jedem besonderen Falle statt a, b und c, a', b' und c', a'', b'' und c'' nur die, auf die betreffenden Dimensionen bezüglichen Ableitungszahlen eingeführt zu werden brauchen.

§. 194. Allgemeine Entwickelung der Zonen.

Unter der allgemeinen Entwickelung einer gegebenen Zone verstehe ich eine erschöpfende Angabe aller derjenigen Flächen, welche rings um das Axensystem in dieser Zone möglich sind, oder auch eine Angabe der krystallographischen Zeichen aller derjenigen Gestalten, welche Flächen zu dieser Zone liefern können. Bei dieser Entwickelung dient die Zonengleichung in der Form

$$\frac{\alpha a'a''}{a} + \frac{\beta b'b''}{b} + \frac{\gamma c'c''}{c} = 0$$

zum sichersten Leitfaden. Da hierbei die Grössen a' b', c', a'', b'' und c'', und folglich auch die Grössen α, β und γ als bestimmte, die Grössen a, b und c dagegen als unbestimmte Grössen zu betrachten sind, so wird man nun zuvörderst untersuchen, für welche Vorzeichen der Grössen a, b und c die Gleichung unmöglich wird. — Diess wird offenbar für diejenigen Vorzeichen der Fall werden, durch welche alle Glieder der Gleichung entweder positiv oder negativ würden, weil eine Summe von lauter negativen oder positiven Grössen niemals $= 0$ sein kann. Man lernt so zuvörderst diejenigen Raum-Octanten kennen, in welchen es überhaupt gar keine Flächen für die Zone giebt, und welche keine anderen sein werden, als diejenigen, in welche die auf den Mittelpunkt transportirte Zonenlinie fällt. Für die übrigen Raum-Octanten, in welchen also möglicherweise Flächen *existiren können*, untersucht man nun weiter, wie sich diese Flächen nach den verschiedenen Grössenverhältnissen der Werthe von a, b und c bestimmen werden, und

welche krystallographischen Zeichen ihnen demgemäss entsprechen. Mit der Aufstellung dieser, theils allgemeinen, theils besonderen Flächenzeichen ist die Aufgabe einer allgemeinen Entwickelung der Zone selbst als aufgelöst zu betrachten. Da sich die Entwickelung, je nach der besonderen Beschaffenheit des Krystallsystems, und je nach der besonderen Lage der beiden Flächen F' und F'' auf das Verschiedenste modificirt, so lässt sich auch im Allgemeinen nicht viel mehr darüber sagen, als hier geschehen ist. Doch mag ein Beispiel zur Erläuterung des Gesagten dienen.

Beispiel. Man soll die Zone der Höhenlinie einer Oktaëderfläche*) entwickeln. Es ist natürlich gleichgiltig, *welche* Höhenlinie man zu Grunde legt; wir wollen daher von den auf der Oktaëderfläche

$$x + y + z = 1$$

gelegenen diejenige wählen, welche die Axe der x schneidet; dann wird

$$a' = b' = c' = 1$$

$$a'' = \infty,\ b'' = 1,\ c'' = -1,$$

und folglich die Zonengleichung:

$$-\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0,$$

Man ersieht nun sogleich, dass diese Gleichung für alle, in den beiden Raum-Octanten der $+x$, $-y$ und $-z$, der $-x$, $+y$ und $+z$ gelegenen Flächen unmöglich ist. Dagegen sind in den übrigen sechs Raum-Octanten Flächen möglich, und es wird für alle Flächen im Octanten

der $+x, +y, +z$ die Zonengl. $-\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$
$-x, -y, -z$ $\quad +\frac{2}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0$ } I.

$+x, +y, -z$ $\quad -\frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0$
$-x, -y, +z$ $\quad +\frac{2}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ } II.

*) Die Diagonalzone des Octaëders, nach Weiss; eine ausführlichere Entwickelung derselben gab er in seiner Schrift: Theorie des Hexakisoctaëders, gelesen in der Berliner Akademie, den 13. April 1837, §. 12 bis 15.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{der } +x, -y, +z \text{ die Zonengl.} & -\frac{2}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0 \\ -x, +y, -z & +\frac{2}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0\end{array}\right\} \text{III.}$$

Natürlich geben je zwei eingeklammerte Gleichungen dasselbe Resultat; es sind daher auch nur drei Fälle zu untersuchen. Man überzeugt sich nun leicht, dass diese Gleichungen nur unter folgenden Bedingungen realisirt werden können:

die Gleichung I, wenn a den *mittleren* Werth hat,
die Gleichung II, wenn b den *kleinsten* Werth hat, und
die Gleichung III, wenn c den *kleinsten* Werth hat.

Da nun die, von mir im Tesseralsysteme gebrauchte Bezeichnung voraussetzt, dass der grösste Parameter allgemein mit m, der mittlere mit n, und der kleinste mit 1 bezeichnet wird, so wird auch

in der Gleichung I nothwendig $a=n$,
. . . II $b=1$.
. . . III $c=1$,

zu setzen sein. Giebt man nun den anderen Parametern respective die Werthe m und 1, oder m und n, so erhält man endlich das Resultat, dass im Octanten der $+x$, $+y$, $+z$

zwei Flächen der Gestalten $mO\frac{2m}{m+1}$,

in jedem der beiden Octanten der $+x$, $+y$, $-z$ und der $+x$, $-y$, $+z$ aber

zwei Flächen der Gestalten $mO\frac{m}{m-2}$,

und

zwei Flächen der Gestalten $mO\frac{2m}{m-1}$,

überhaupt aber, dass in der, durch die Höhenlinie der Oktaëderfläche bestimmten Zone nur Flächen solcher Gestalten vorkommen können, welche unter einem der drei vorstehenden Zeichen enthalten sind. Diese Zeichen bestimmen also im Allgemeinen diejenigen Hexakisoktaëder, welche Flächen in die angegebene Zone liefern, und man sieht, dass in dem

Zeichen $mO\frac{2m}{m+1}$, auch O und $\infty O2$

. . . $mO\frac{m}{m-2}$, . . ∞O . . $3O3$

. . . $mO\frac{2m}{m-1}$, . . $\infty O2$. . $3O3$

enthalten sind. Die gegebene Zone ist also durch Angabe dieser krystallographischen Zeichen *vollständig* entwickelt, denn es ist unmöglich, dass noch Flächen anderer Gestalten vorkommen.

§. 195. Graphische Darstellung der Zonen, nach Neumann.

Neumann's graphische Darstellung beruht zunächst auf dem Satze, dass die Normalen sämmtlicher Flächen einer und derselben Zone in *eine* Ebene, und folglich die Durchschnittspunkte aller dieser Normalen mit irgend einer beliebigen, als Constructionsfläche dienenden Ebene in *eine* gerade Linie fallen *). Diese Durchschnittspunkte der Flächennormalen mit der Constructionsfläche bezeichnet Neumann mit dem Namen der *Flächenorte*, und die Aufgabe seiner graphischen Methode besteht wesentlich darin, sämmtliche Flächenorte eines gegebenen Gestalten-Inbegriffs auf dem, die Constructionsfläche darstellenden Papiere genau einzutragen, um sich ein anschauliches Totalbild aller möglichen Zonen zu verschaffen, welche zwischen den Flächen der gegebenen Gestalten hervortreten. Denn es wird dann offenbar so viele verschiedene Zonen geben, als sich gerade Linien durch je drei oder mehre Flächenorte ziehen lassen, worüber man sogleich, entweder durch den blosen Augenschein, oder durch Hilfe eines Lineales belehrt wird, wenn nur die Construction mit gehöriger Genauigkeit ausgeführt wurde.

Da nun die Wahl der Constructionsfläche ganz beliebig ist, so scheint es am zweckmässigsten, dazu die Parallel-

*) Neumann's Beiträge zur Krystallonomie, Heft I. S. 1 ff.; diese geraden Linien sind es, welche von Neumann Zonenlinien genannt werden. Unter Normalen sind nur die aus dem Centro gemeint.

fläche einer der Coordinatebenen, z. B. der Ebene (yz) zu wählen, welche die dritte Axe, also die Axe der x, in der Entfernung 1 vom Mittelpunkte schneidet. Die Gleichung der so bestimmten Constructionsfläche wird also:

$$x = 1.$$

Ist nun die Gleichung irgend einer Krystallfläche:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$$

so sind die Gleichungen ihrer Normale aus dem Mittelpunkte

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 0, \quad \frac{x}{c} - \frac{z}{a} = 0.$$

Man braucht nun blos diese beiden mit x behafteten Gleichungen der Flächennormale mit der Gleichung der Constructionsfläche zu combiniren, um sogleich die Coordinaten y und z des Flächenortes zu erhalten, und findet demgemäss:

$$y = \frac{a}{b}, \quad z = \frac{a}{c},$$

wobei natürlich auf die Vorzeichen der Parameter a, b und c sorgfältig Rücksicht zu nehmen ist.

Diese Werthe von y und z sind es, welche bei der graphischen Darstellung benutzt werden. Man zieht nämlich zwei sich rechtwinkelig schneidende Linien, welche die Axen der y und z vorstellen, trägt hierauf für jede Fläche die entsprechenden Werthe $\frac{a}{b}$ und $\frac{a}{c}$ in diese Axen ein, vollendet das Parallelogramm und erhält so den verlangten Flächenort. Sind auf diese Weise alle Flächenorte eingetragen, so machen sich die Zonen von selbst darstellig, indem diese Flächenorte nach verschiedenen Richtungen reihenweise in gerade Linien geordnet erscheinen. Jede einzelne Fläche fällt in so viele verschiedene Zonen, als sich verschiedene Reihen von Flächenorten nachweisen lassen, zu denen auch *ihr* Flächenort gehört.

Um sich in zweifelhaften Fällen, wo die Coincidenz in eine und dieselbe gerade Linie nicht ganz scharf zu erkennen ist, zu überzeugen, ob die Flächenorte dreier Flächen

wirklich diese Lage besitzen, dazu bedarf es nur der Anwendung der Zonengleichung, in welcher man die Parameterwerthe der drei Flächen substituirt; wird dadurch die Gleichung erfüllt, so fallen auch die Flächenorte in eine und dieselbe gerade Linie; wo nicht, so liegen sie ausserhalb einer solchen Linie.

Da übrigens je zwei Gegenflächen eine und dieselbe Normale haben, so wird bei der Construction nur auf die obere Hälfte einer jeden Gestalt, oder auf diejenigen Flächen Rücksicht zu nehmen sein, für welche der Parameter a positiv ist.

§. 196. Graphische Darstellung der Zonen, nach Quenstedt.

Es unterliegt keinem Zweifel, dass das gemeinschaftliche Kreuzen vieler *Linien* in einem und demselben Punkte für die Anschauung ein weit bestimmteres und leichter ergreifbares Verhältniss ist, als die Lage vieler *Punkte* in einer und derselben geraden Linie. Dieses und der Umstand, dass doch die *Flächen* und nicht ihre Normalen das eigentlich und zunächst Gegebene an den Krysstallformen sind, bestimmte Quenstedt, eine *andere*, von Neumann gleichfalls angegebene aber nicht angewendete graphische Methode vorzuziehen*), welche auf dem Satze beruht, dass sich sämmtliche Flächen einer Zone, wenn solche sich selbst parallel auf einen und denselben Punkt transportirt werden, in *einer und derselben Linie* schneiden, welche natürlich keine andere als die Zonenlinie ist. Wird also eine solche Zone von irgend einer beliebigen Ebene geschnitten, so stellt sich der Durchschnitt als ein System von geraden Linien dar, welche sich in einem und demselben Punkte schneiden.

Die beliebig gewählte (als Constructionsfläche dienende)

*) Poggendorff's Annalen. Bd. XXXIV. S. 503 und 651, und Methode der Krystallographie, 1840, S. 9 ff. Neumann gab diese graphische Methode in seinem vorhin angeführten Werke S. 117. an.

Ebene nennt Quenstedt die Sectionsebene, und die Durchschnitte der Flächen mit ihr die Sectionslinien oder Flächenlinien, unter welchem letzteren Namen sie schon Neumann einführte. Er transportirt sämmtliche Flächen auf denjenigen Punkt der verticalen Axe (also der Axe der x), welcher um die Länge 1 vom Mittelpunkt entfernt ist, und wählt zur Sectionsebene die Coordinatebene durch die beiden anderen Axen. Ich erlaube mir hierin eine kleine Aenderung, indem ich die sämmtlichen Flächen auf den Mittelpunkt des Axensystems transportire und zur Sectionsfläche diejenige Fläche wähle, deren Gleichung

$$x = 1$$

ist. Die Aufgabe läuft nun wesentlich darauf hinaus, die sämmtlichen Flächenlinien eines gegebenen Gestalten-Inbegriffs auf dem die Sectionsebene darstellenden Papiere zu construiren, um sich durch solche Construction ein Bild zu verschaffen, aus welchem man sogleich und mit einem Blicke ersehen könne, nicht nur, *welche* Flächen zu einer und derselben Zone gehören, sondern auch, in wie *viele* verschiede Zonen eine und dieselbe Fläche falle. Jeder Kreuzungspunkt von drei oder mehren Flächenlinien bestimmt nämlich *eine* Zone, und es wird so viele *verschiedene* Zonen geben, als sich dergleichen Kreuzungspunkte herausstellen. Eine und dieselbe Fläche aber fällt in so viele Zonen, als ihre Flächenlinie durch verschiedene Kreuzungspunkte (oder Zonenpunkte) geht.

Die Ausführung der Sache ist eben so einfach, als die ihr zu Grunde liegende Idee. Die Gleichung der Sectionsfläche ist abermals

$$x = 1.$$

Sei nun die Gleichung irgend einer, auf den Mittelpunkt transportirten Krystallfläche

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0,$$

so wird die Gleichung ihrer Sectionslinie

$$\frac{ay}{b} + \frac{az}{c} = -1,$$

folglich sind $-\frac{b}{a}$ und $-\frac{c}{a}$ die Parameterwerthe, welche die Lage der entsprechenden Flächenlinie in der Constructionsfläche bestimmen.

Man ziehe also auf dem Papier zwei sich rechtwinkelig kreuzende Linien, welche die Axen der y und der z vorstellen, nehme für jede Krystallfläche

in der Axe der y den Parameter $-\frac{b}{a}$,

in der Axe der z den Parameter $-\frac{c}{a}$,

und ziehe die durch diese Parameter bestimmte Linie, so ist die verlangte Flächenlinie entworfen. Sind auf diese Weise die Flächenlinien aller Gestalten eingetragen, so ist auch zugleich die Uebersicht der zwischen ihnen bestehenden Zonen construirt worden. In zweifelhaften Fällen führt auch hier die Zonengleichung zur Entscheidung.

§. 197. Beispiel einer graphischen Darstellung.

Obgleich diese graphischen Darstellungen der Zonen eben nur eine Uebersicht sämmtlicher, in einem gegebenen Gestalten-Inbegriffe existirender Flächenzonen, und keineswegs eine anschauliche Vorstellung von der eigentlichen Physiognomie der Krystallformen gewähren; obgleich solchen daher mehr ein theoretisches, als ein praktisches Interesse zugestanden werden muss; so glauben wir sie doch an einem Beispiele erläutern zu müssen, weil manche Krystallographen einen grossen Werth auf sie legen.

Zu dem Ende wählen wir die tesserale Combination O.∞O.∞O2.3O3, also Fig. 59 mit Ausnahme der Flächen ε; in dieser Combination sind

die Flächen von O mit dem Buchstaben *P*
. ∞O *m*
. ∞O2 γ
. 3O3 β

bezeichnet. Dieselbe Buchstaben-Signatur ist auch in den

Fig. 271 und 272 beibehalten worden, von denen uns die erstere eine graphische Darstellung der Combination nach Neumanns Methode, die zweite eine solche Darstellung nach Quenstedts Methode vorführt.

In Fig. 271 sind die Flächenorte durch die in kleine Ringel eingeschlossenen und mit den entsprechenden Buchstaben bezeichneten Punkte ausgedrückt, und man sieht, wie sich dieselben nach verschiedenen Richtungen in gerade Linien ordnen, welche eben so vielen Zonen entsprechen, deren übrigens noch mehre vorhanden sind, die nur deshalb nicht eingetragen wurden, um das Bild nicht undeutlich zu machen. Denn je drei, in eine und dieselbe gerade Linie fallende Punkte geben eine Zone, und jede Fläche fällt in so viele verschiedene Zonen, als durch ihren Flächenort verschiedene gerade Linien gehen.

In Fig. 272 stellt jede Linie eine Flächenlinie dar, deren Bedeutung durch die an ihren Enden stehenden Buchstaben ausgedrückt wird; dabei sind noch die Flächenlinien der verticalen Flächen von ∞O2 weggelassen worden, um das Bild nicht noch mehr zu überladen. Jeder Kreuzungspunkt von drei oder mehren Linien entspricht einer Zone, und jede Fläche fällt in so viele verschiedene Zonen, als in ihrer Flächenlinie dergleichen Kreuzungspunkte enthalten sind.

Wer sich über diese Darstellungen weiter belehren will, den verweisen wir auf die genannten Werke von Neumann und Quenstedt, so wie auf Schröders Elemente der rechnenden Krystallographie (1852), wo die Principien und Ausführungen derselben specieller vorgetragen werden.

Wie lehrreich übrigens dergleichen Constructionen für ihre Zwecke sind, so können sie doch niemals die gewöhnlichen, portraitmässigen Krystallbilder ersetzen oder verdrängen. Dasselbe gilt noch weit mehr von den Projectionen der Flächen oder Flächen-Normalen auf eine Kugeloberfläche, welche nimmermehr zu einer praktischen

oder anschaulichen Kenntniss der Krystallformen führen können.*)

*) Desungeachtet sind in der neuesten Ausgabe der Mineralogie von Phillips viele dergleichen abstracte Projectionen statt der portraitmässigen Krystallbilder eingeführt worden. Wir möchten wissen, wie viele Schüler der Mineralogie durch solche Projectionen zu einer anschaulichen Vorstellung der wirklichen Erscheinungsweise der Krystallformen gelangt sein dürften. Das noch so vielfach herrschende Vorurtheil, als ob die Krystallographie keinen besondern Nutzen für die Physiographie und Charakteristik der anorganischen Körper gewähre, und dass sie sich in abstrusen Formeln und Darstellungen gefalle; ein Vorurtheil, welches den grossen Göthe, bei seiner wie es scheint gänzlichen Unkenntniss der Krystallographie, zu der Erklärung veranlasste, dass „sie eigentlich nirgends anwendbar" sei; dieses Vorurtheil kann allerdings durch solche Darstellungen derselben in Elementarbüchern nur genährt werden.

Druck von Alexander Wiede in Leipzig.

Fig. 1.

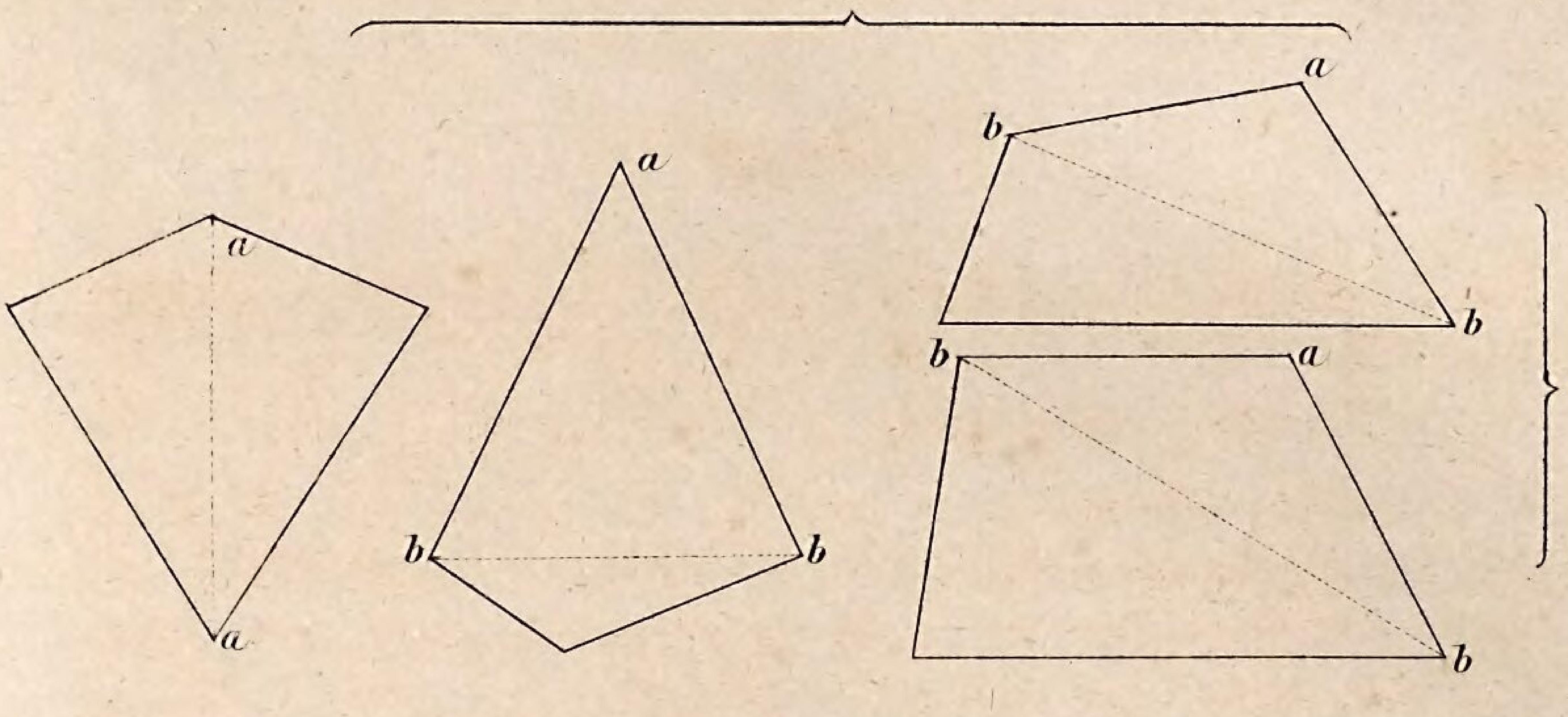


Fig. 2.

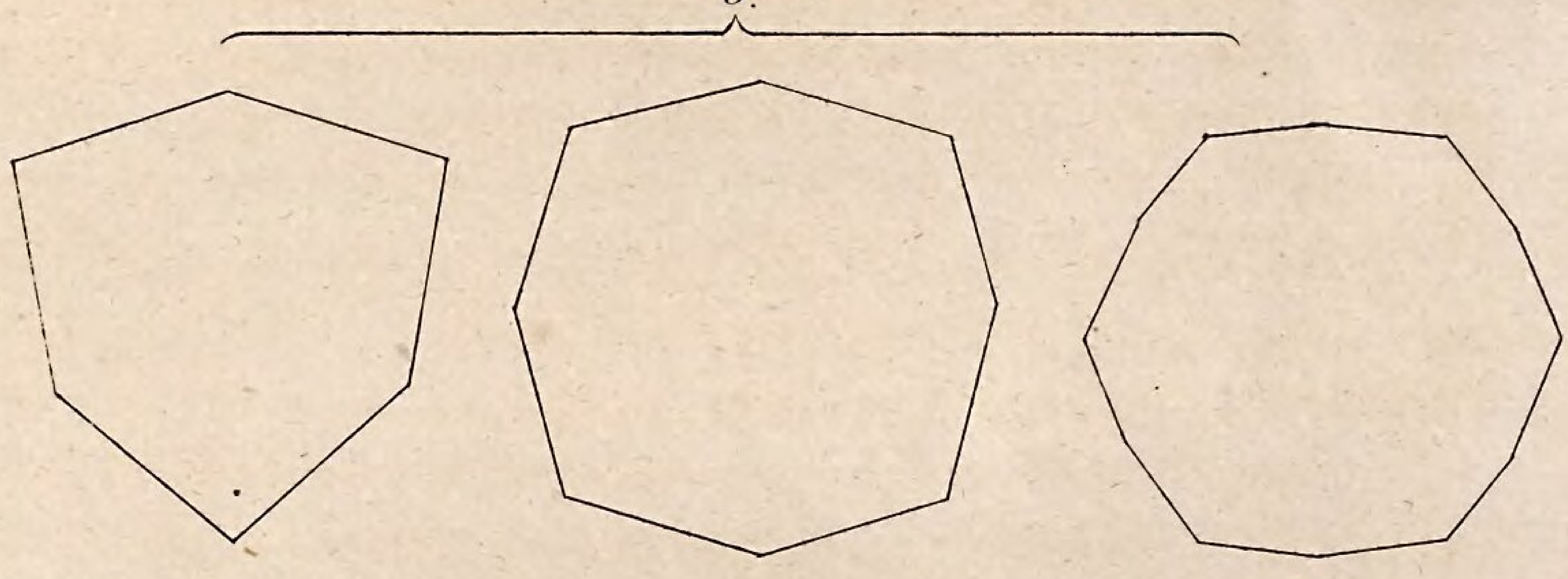


Fig. 3.

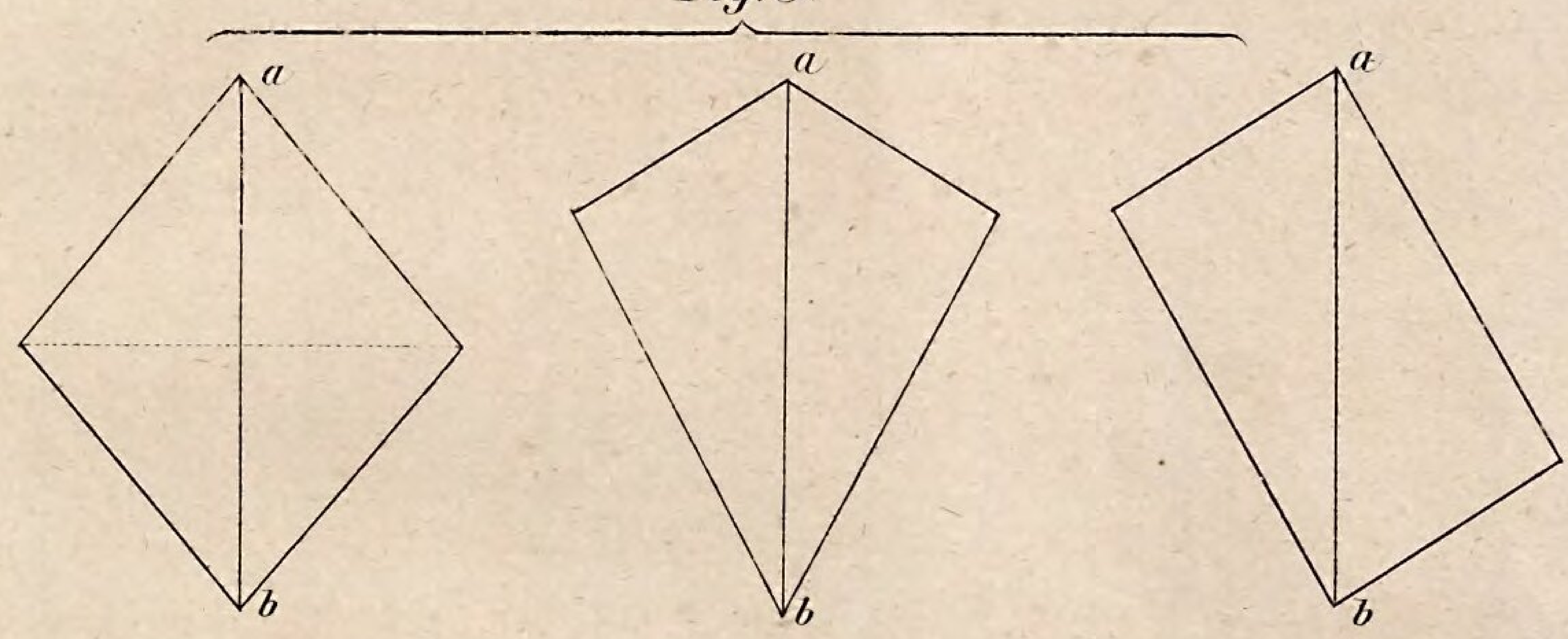


Fig. 4.

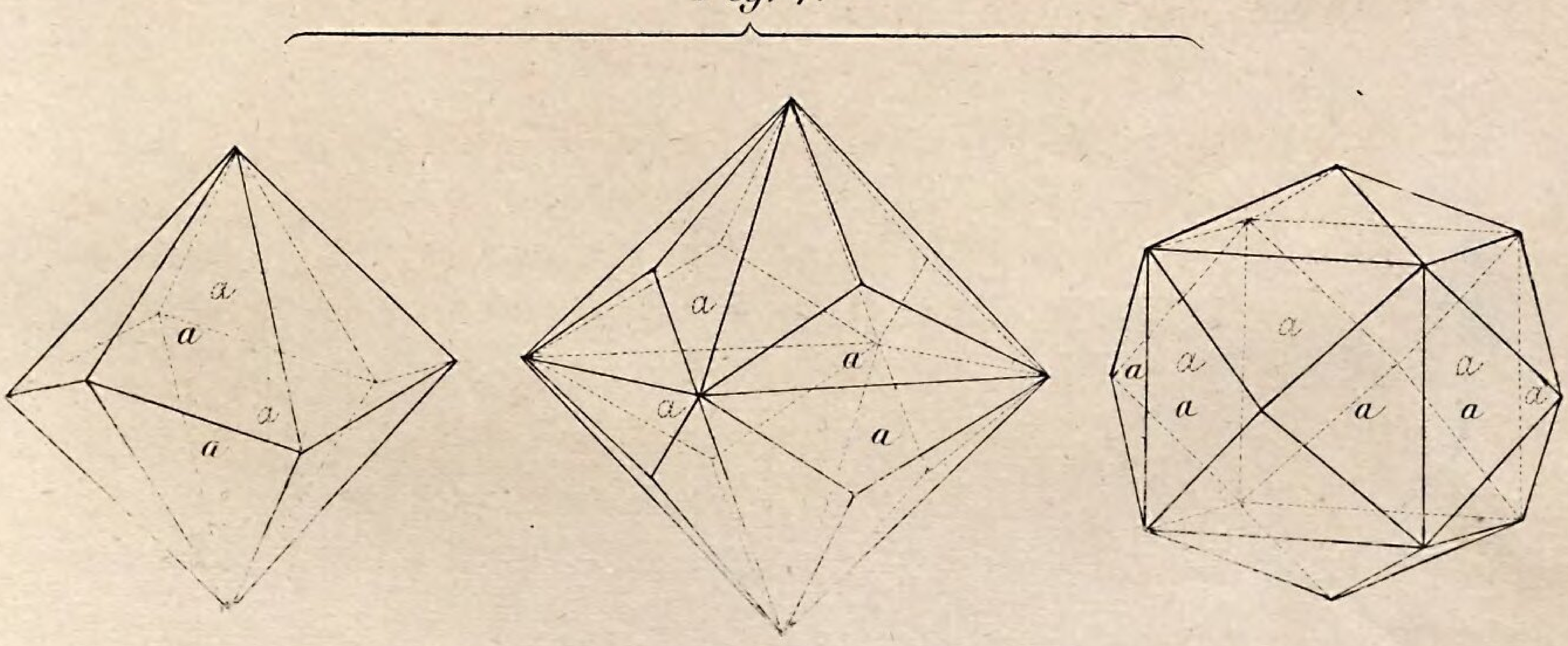


Fig. 5.

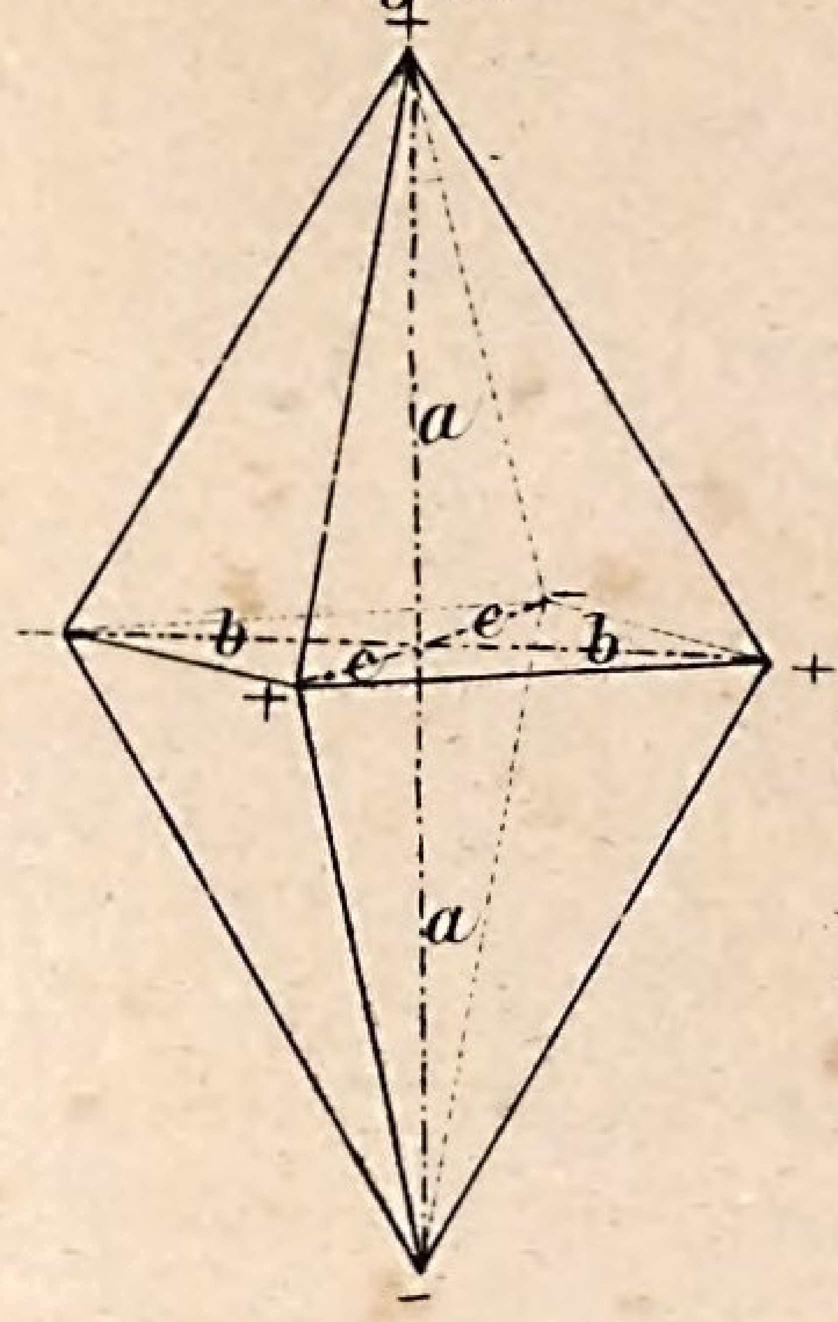


Fig. 6.

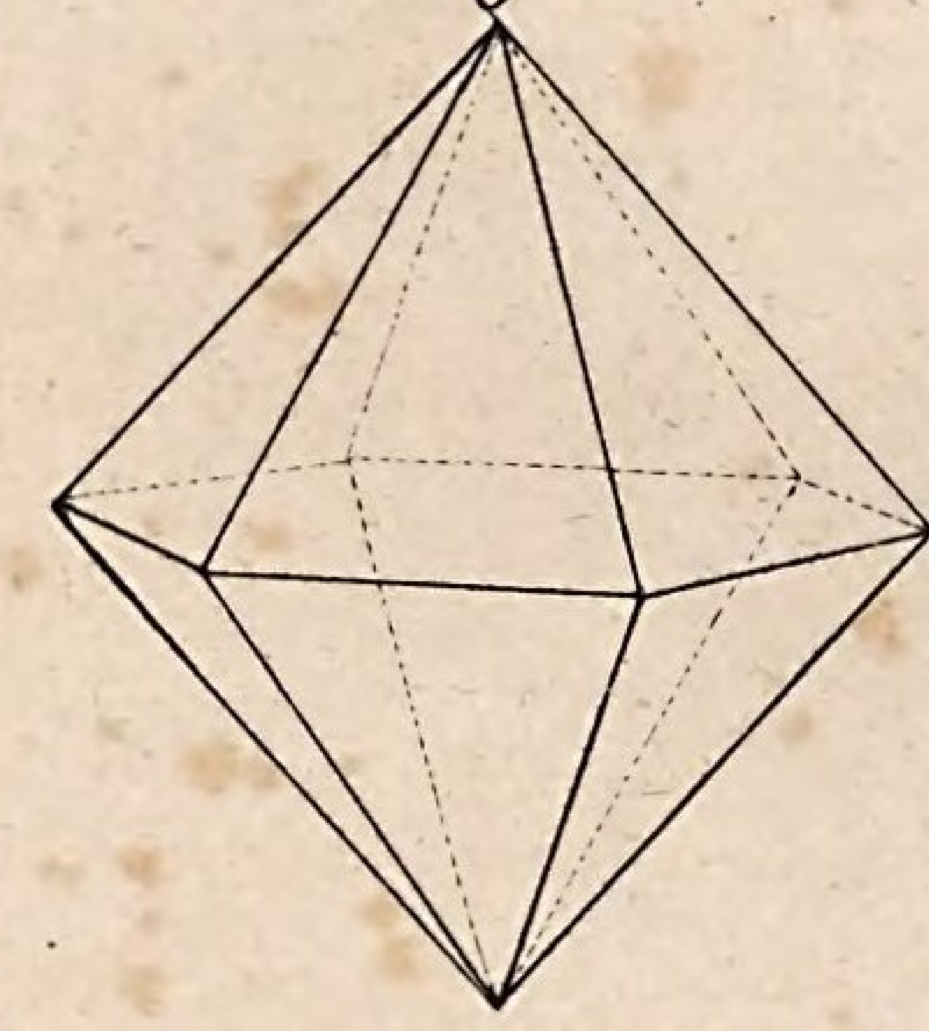


Fig. 7.

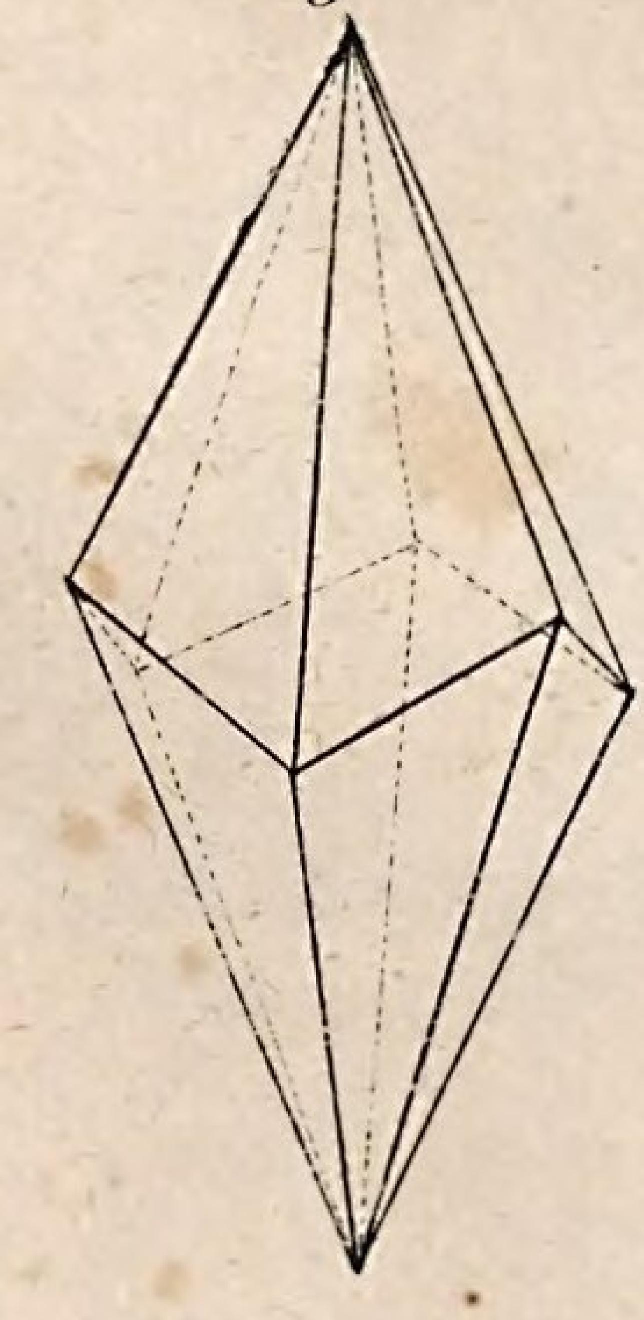


Fig. 8.

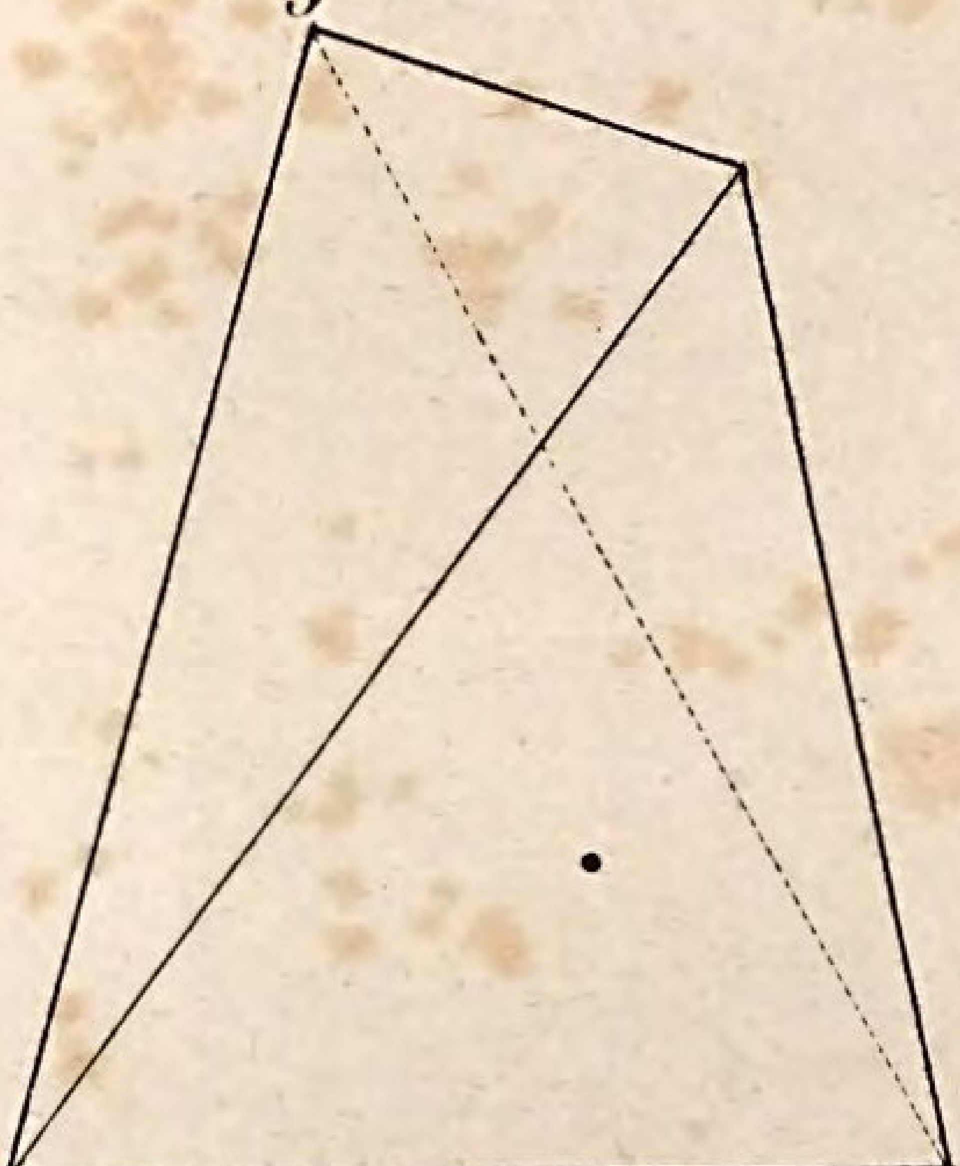


Fig. 9.

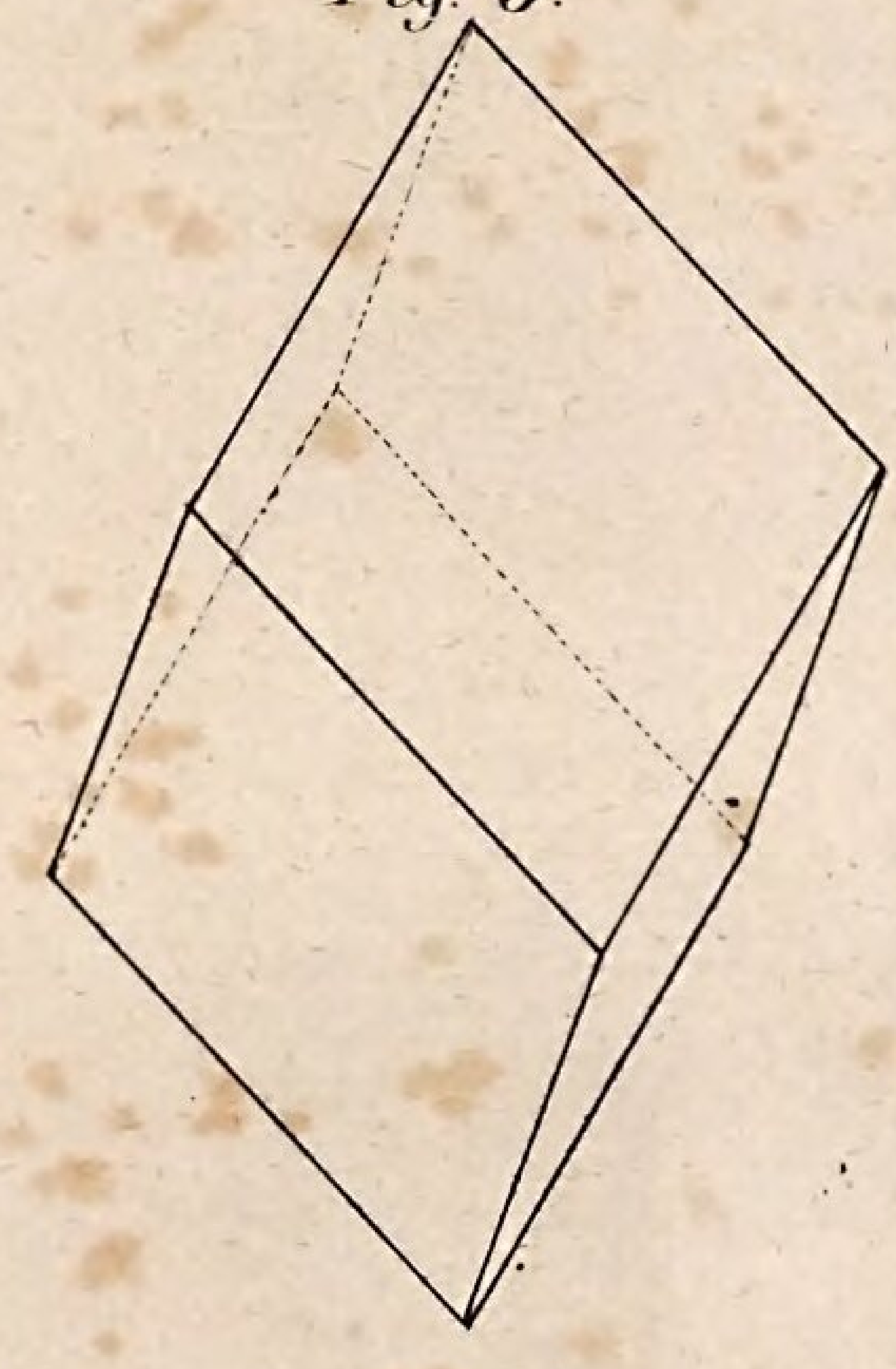


Fig. 10.

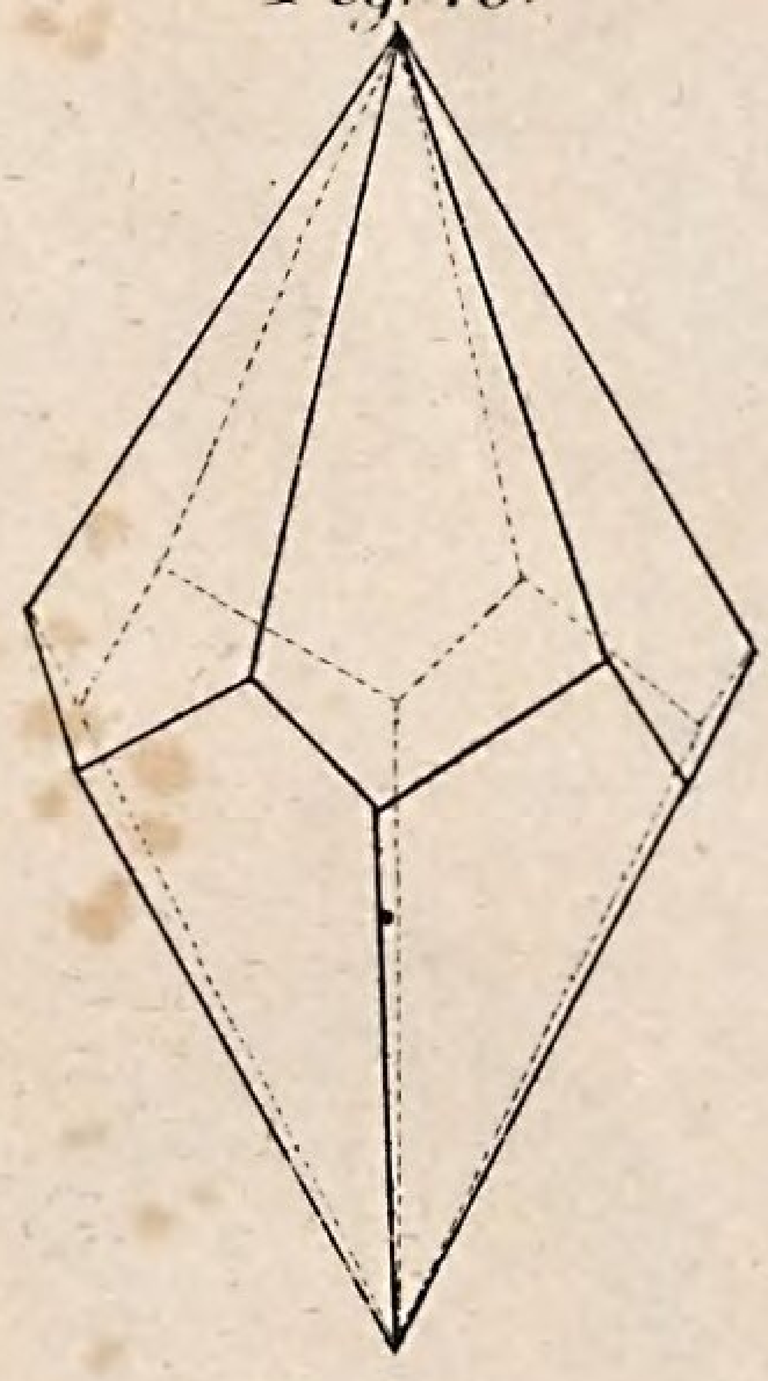


Fig. 11.

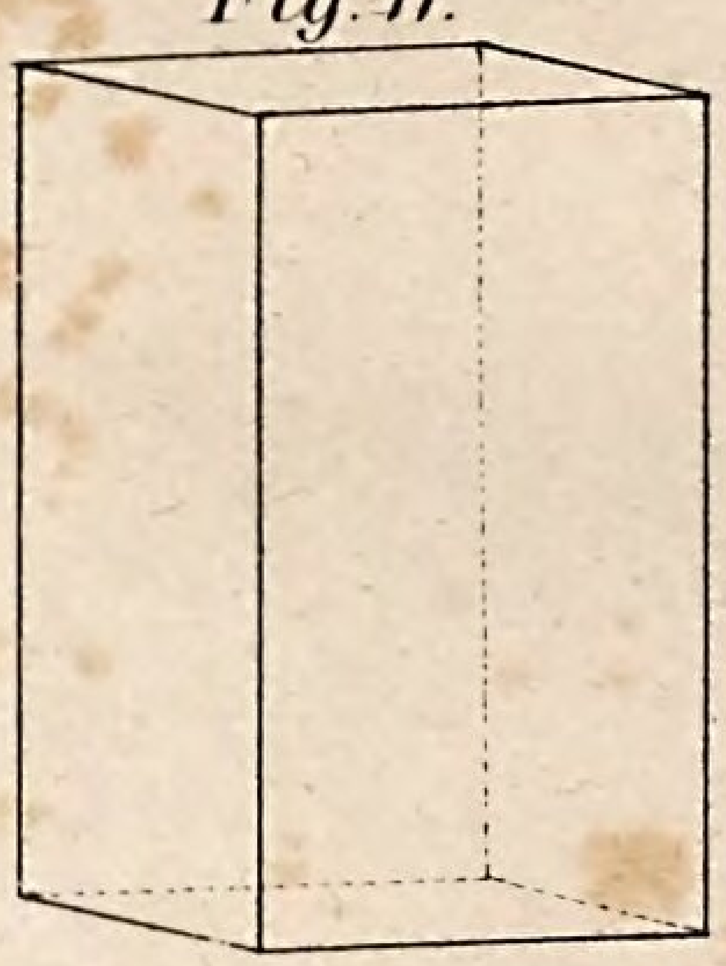


Fig. 12.

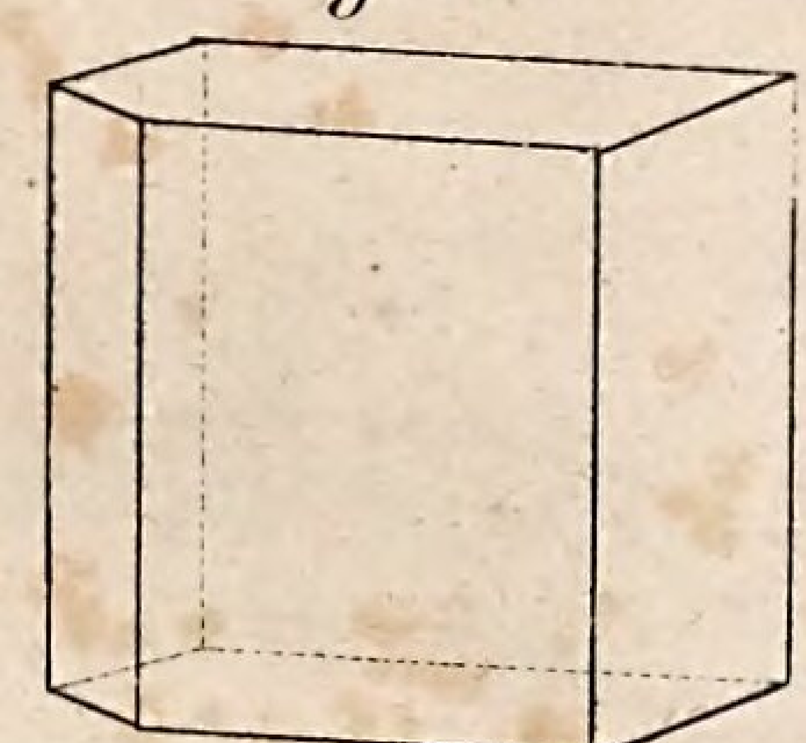


Fig. 13.

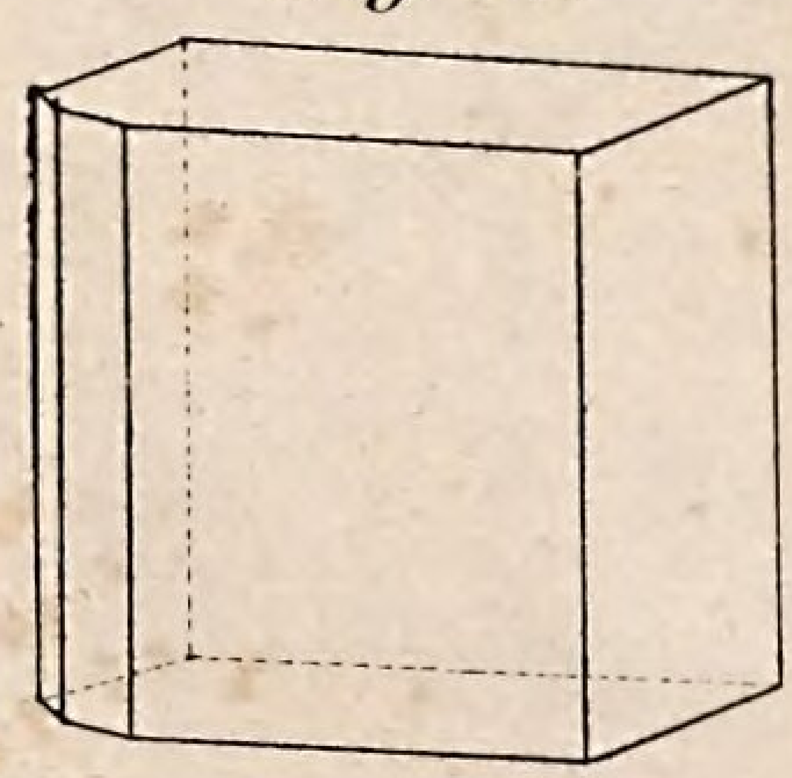


Fig. 14.

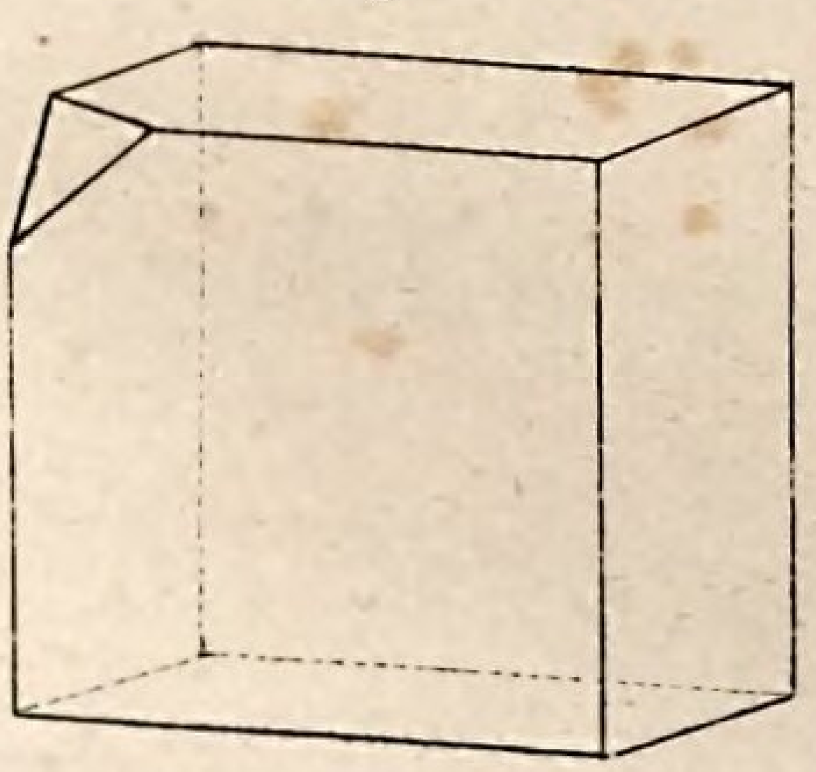


Fig. 15.

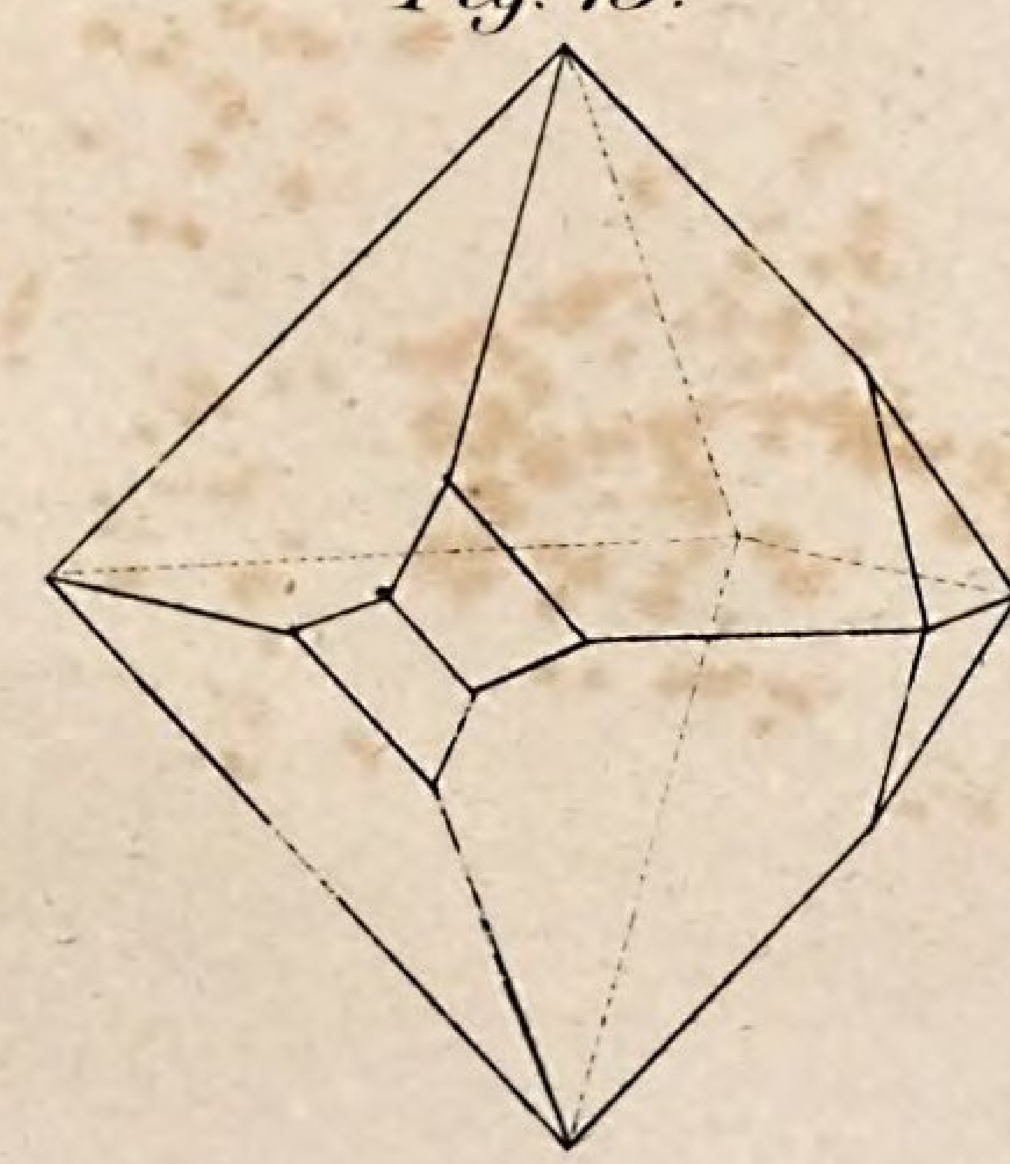


Fig. 16.

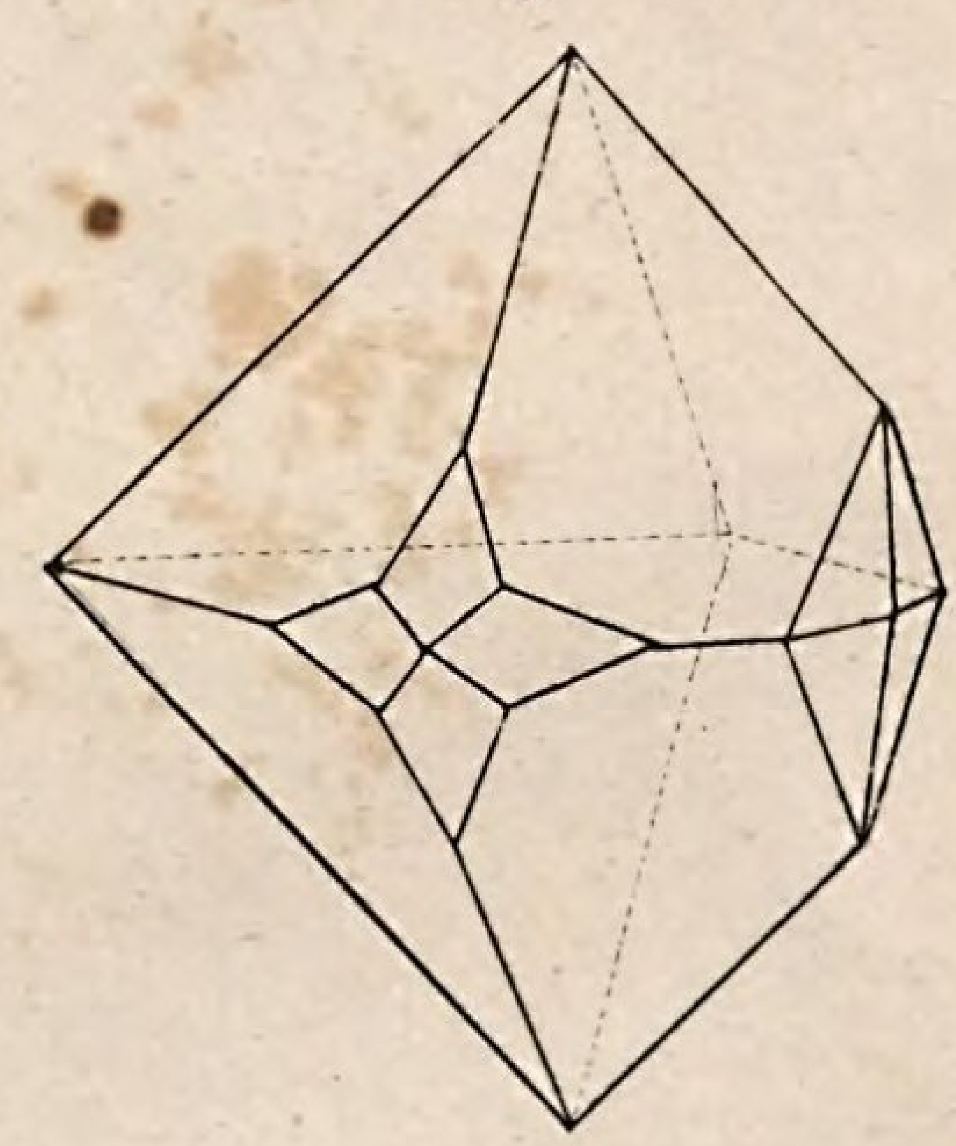


Fig. 17.

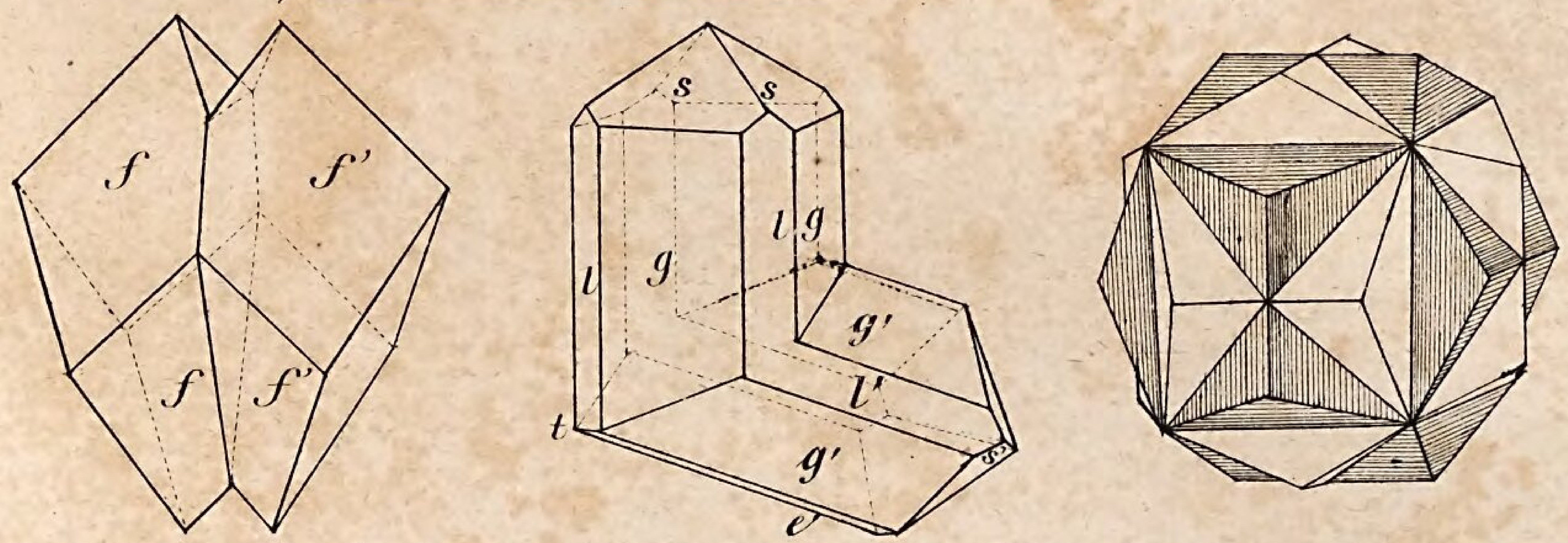


Fig. 18.

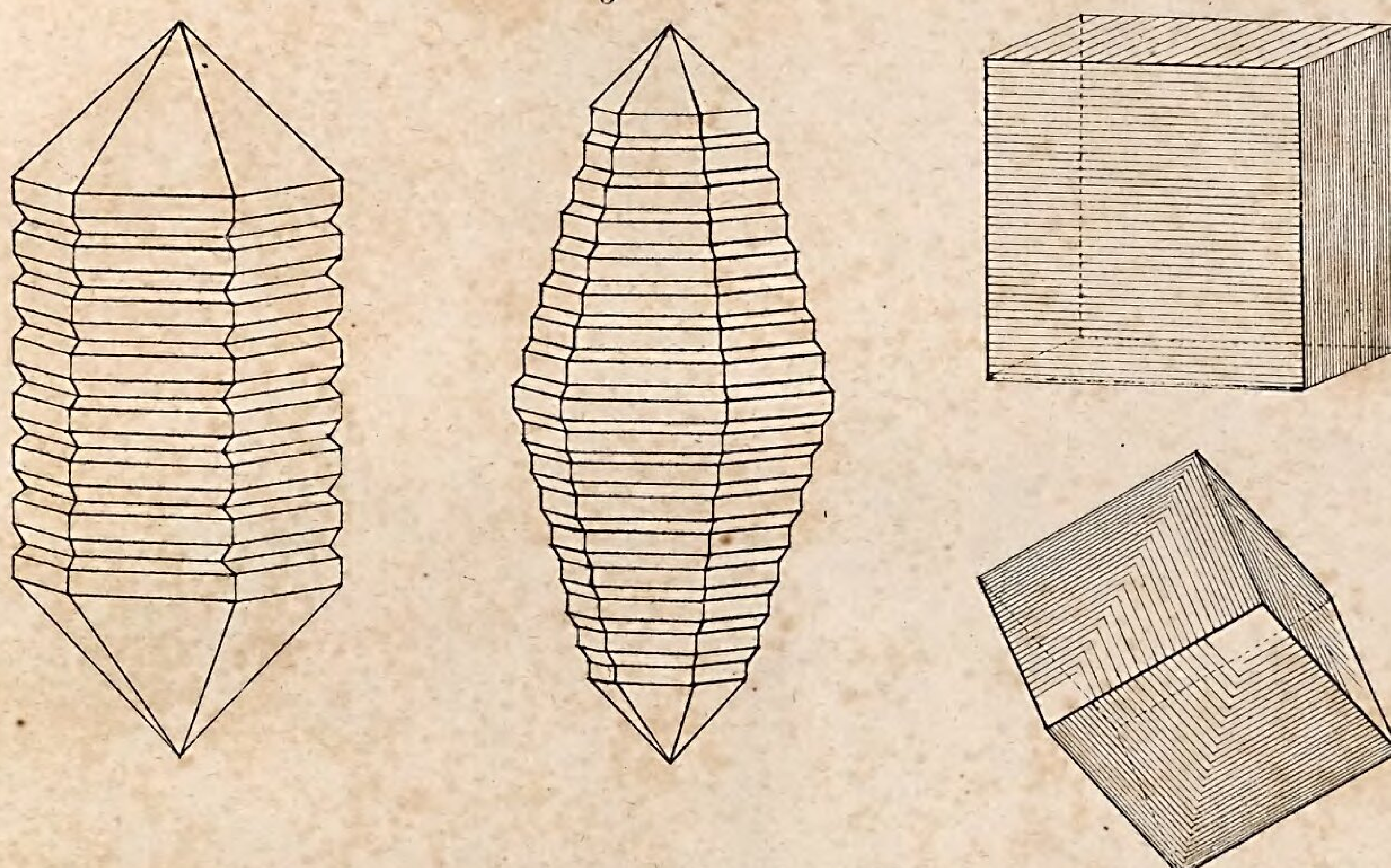


Fig. 19.

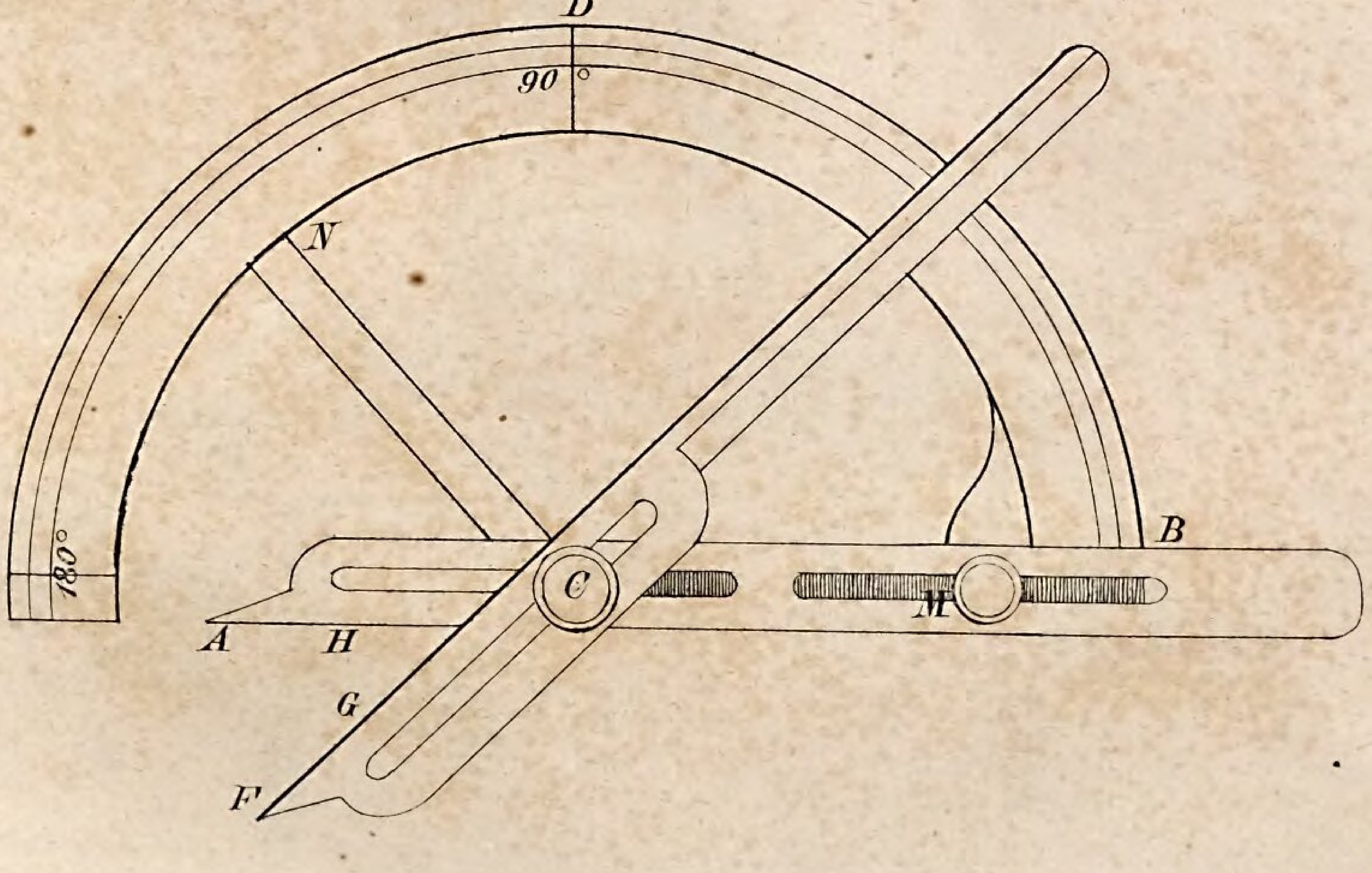


Fig. 17.

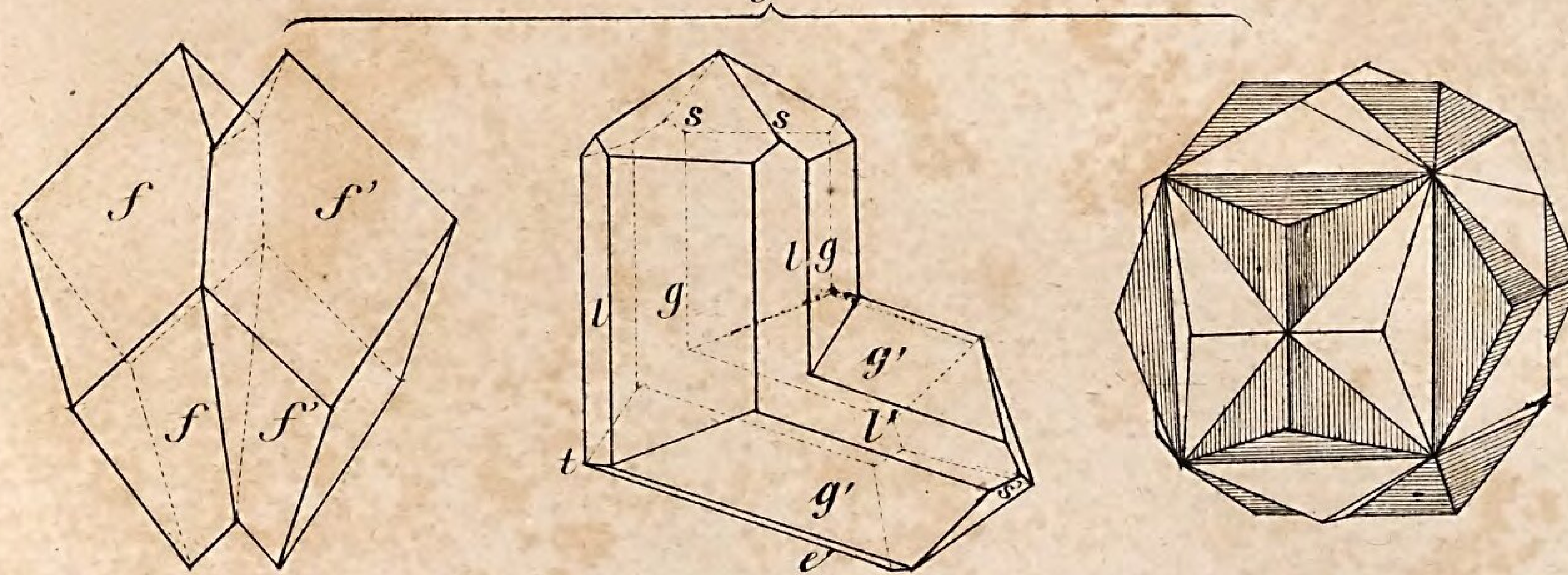


Fig. 18.

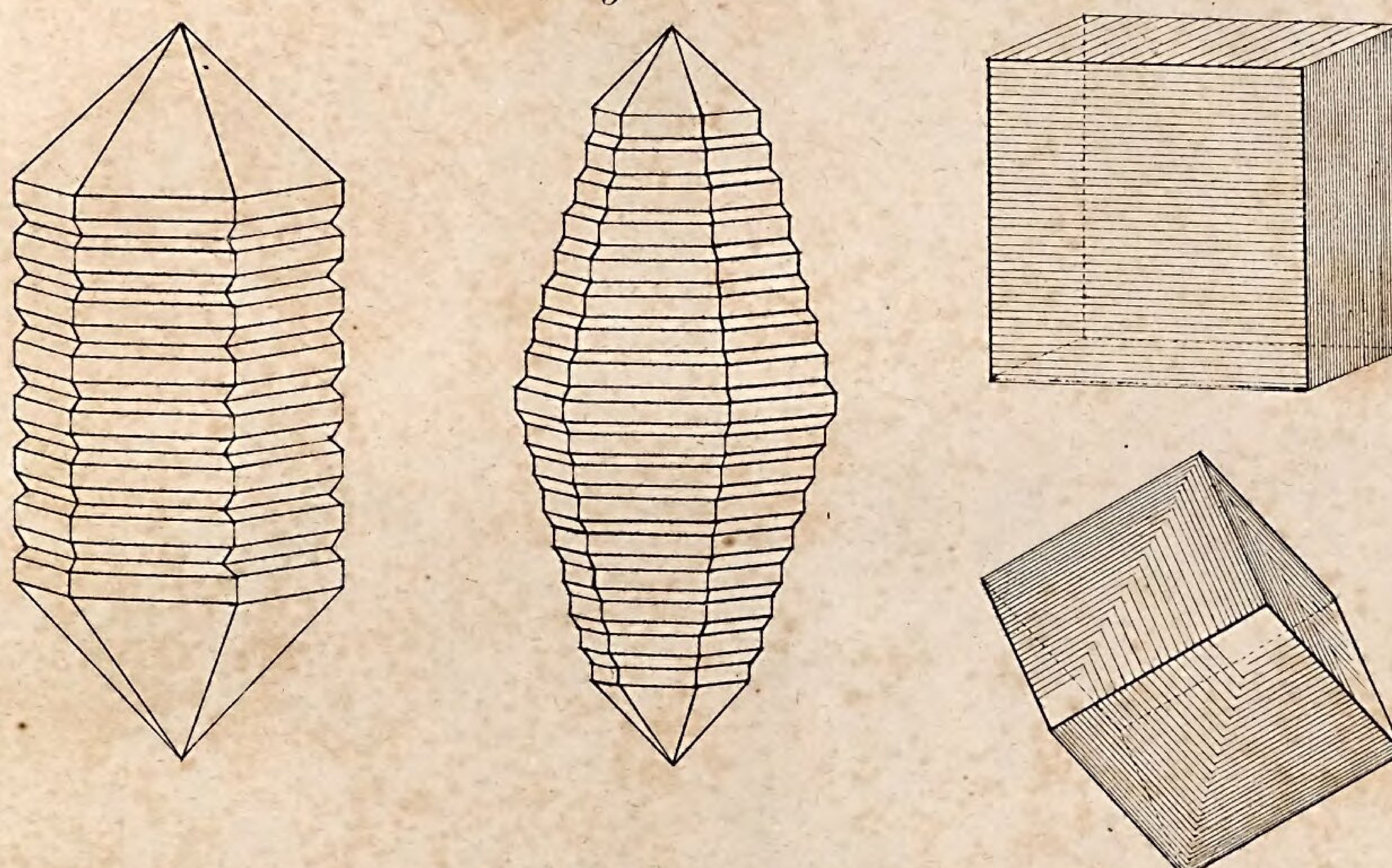
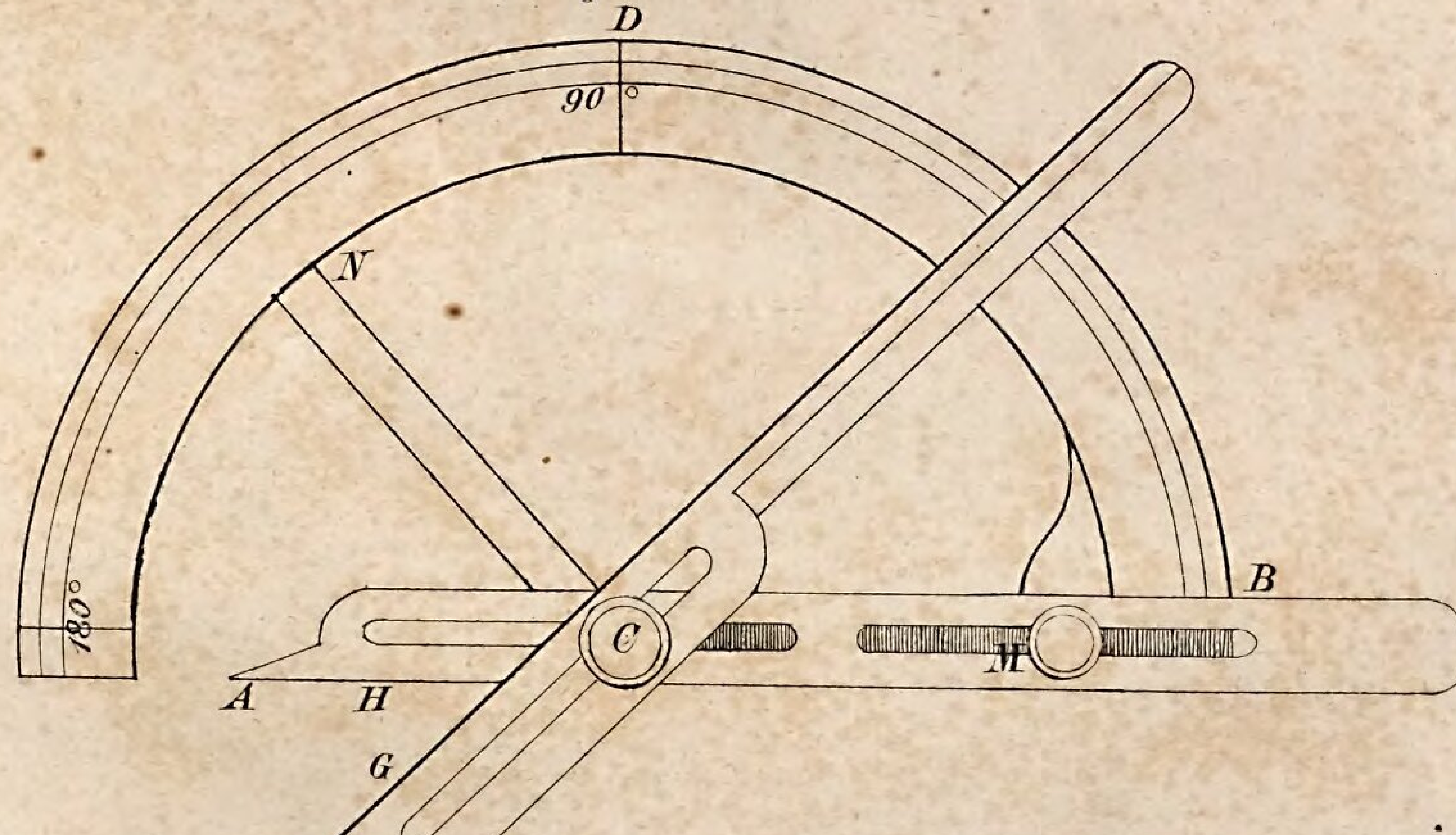


Fig. 19.



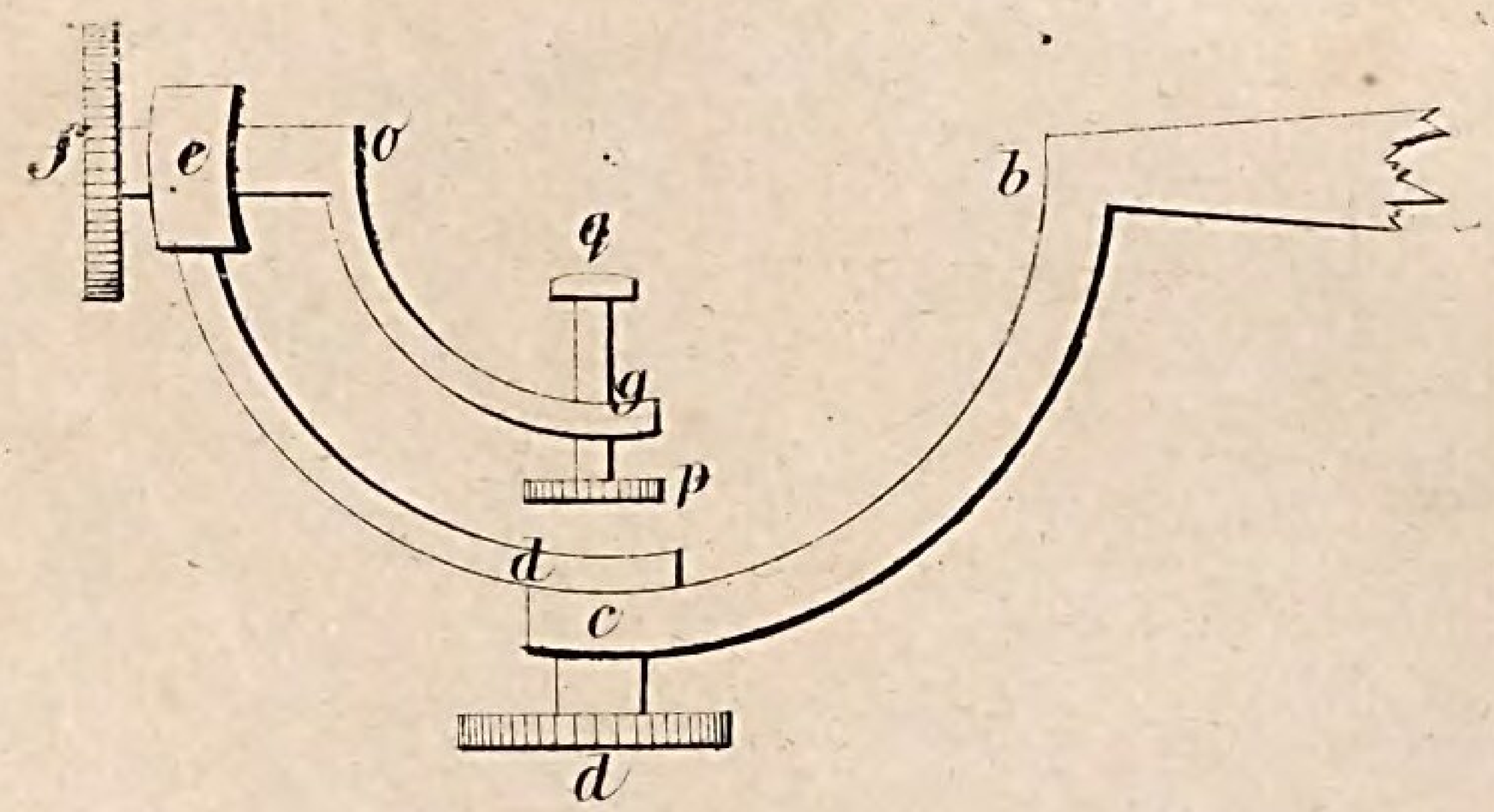

f
e
σ
q
b
g
p
d
c
d

Fig. 20.

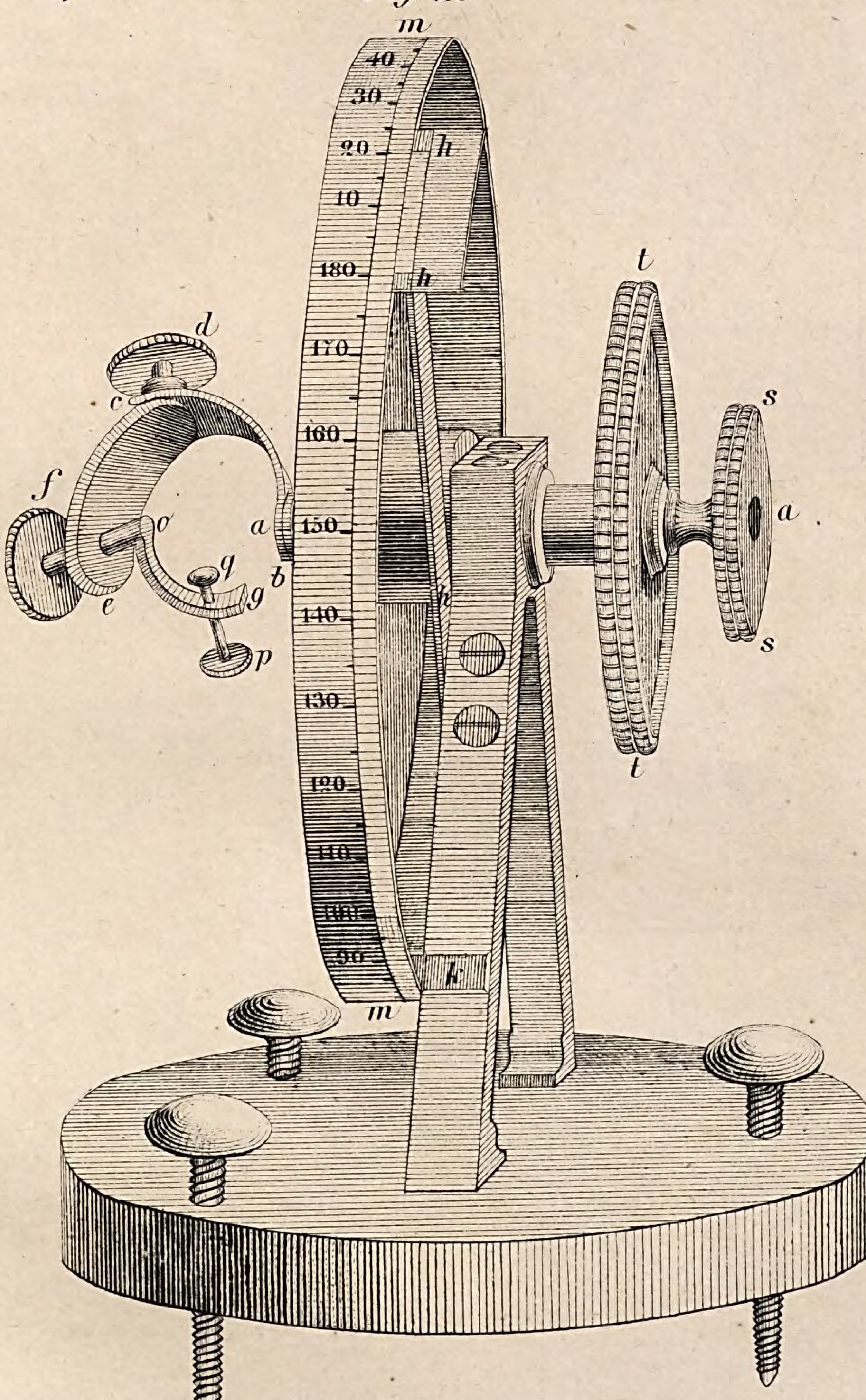

m
40
30
20
h
10
180
h
170
160
150
140
h
130
120
110
100
90
k
m
t
s
a
s
t
d
c
f
σ
a
b
e
g
g
p

Fig. 20.

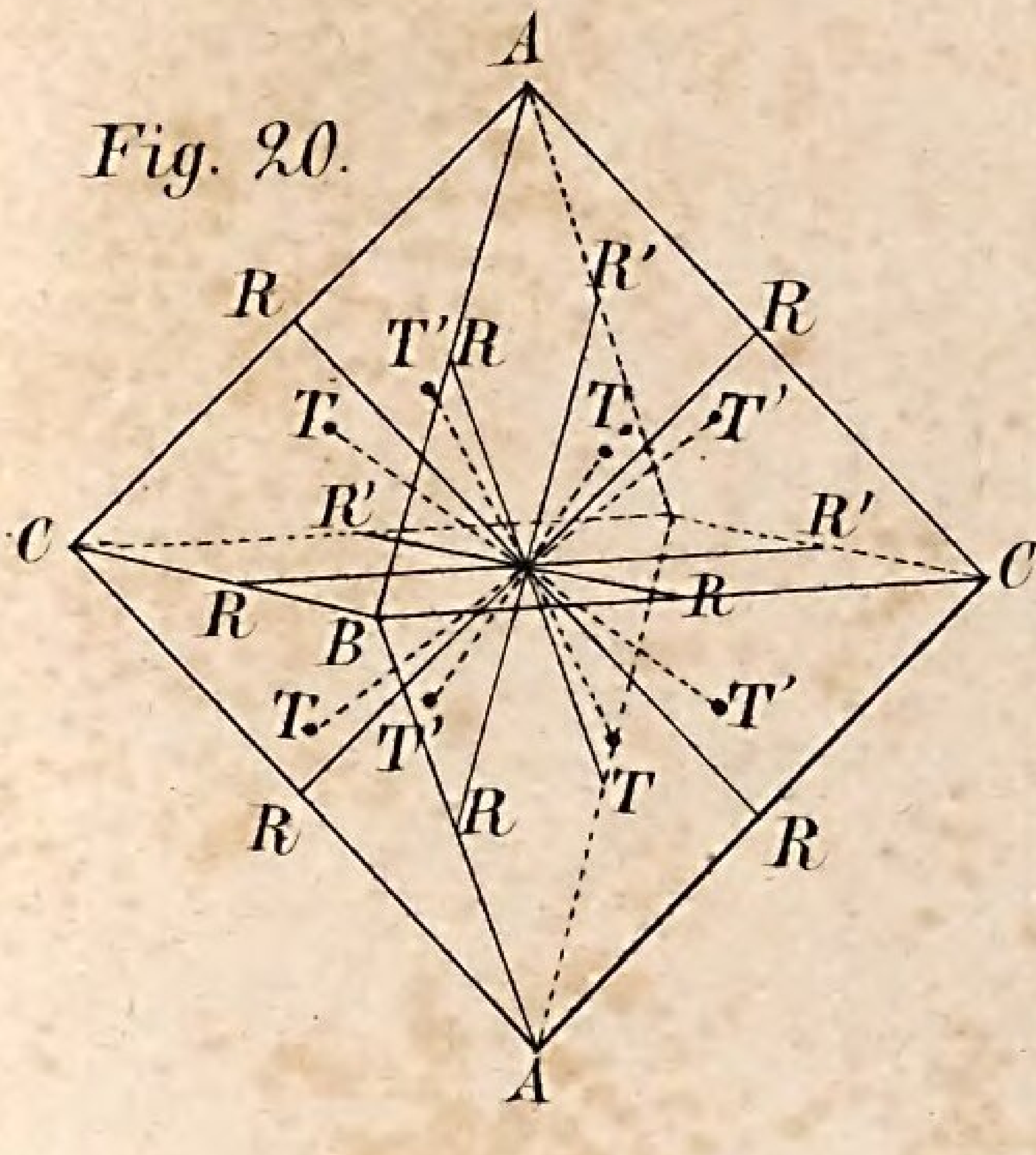


Fig. 21.

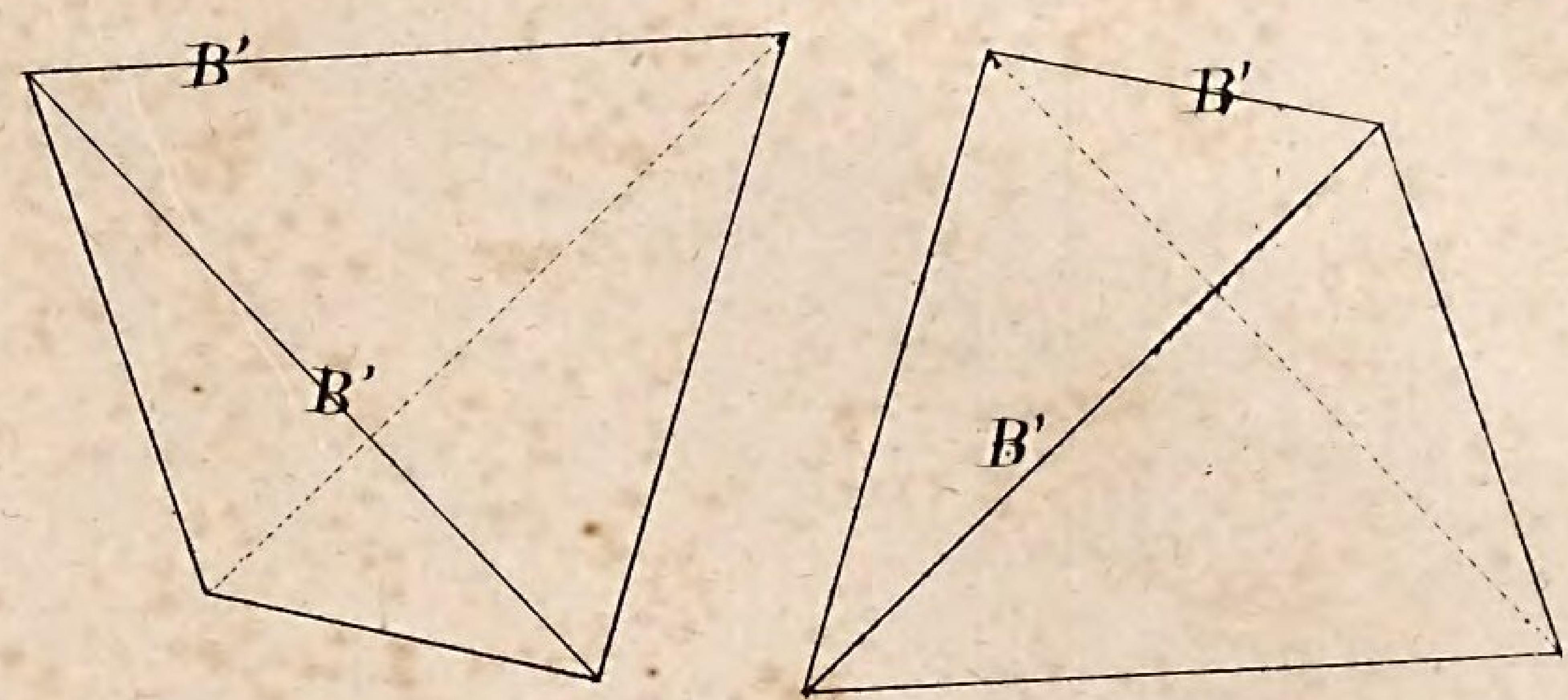


Fig. 22.

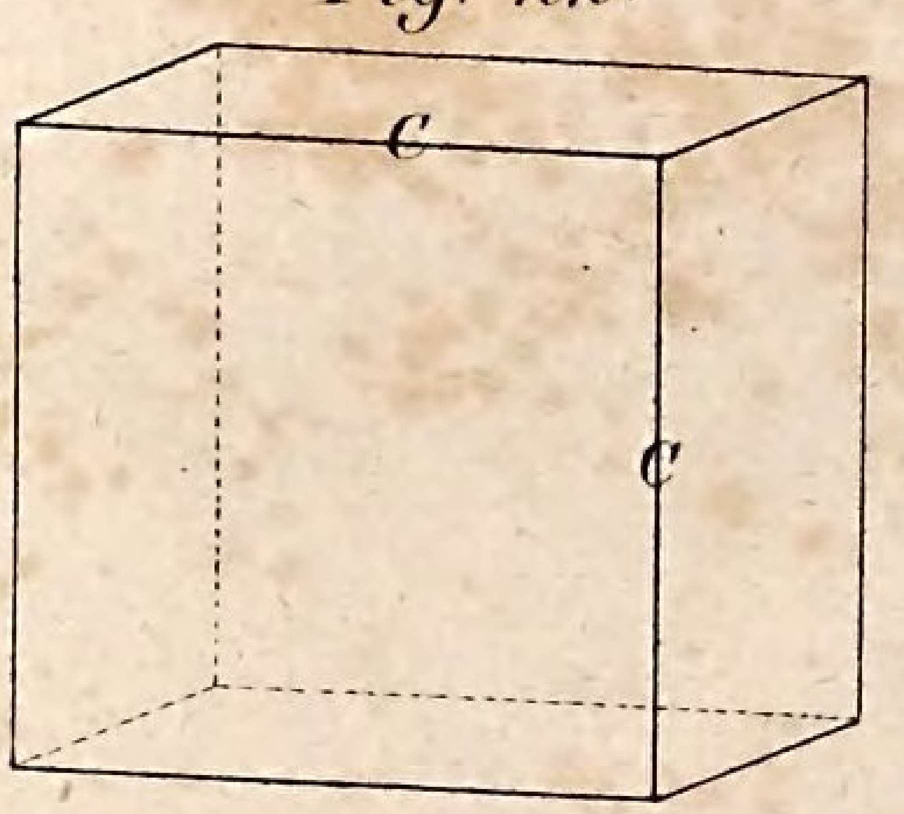


Fig. 24.

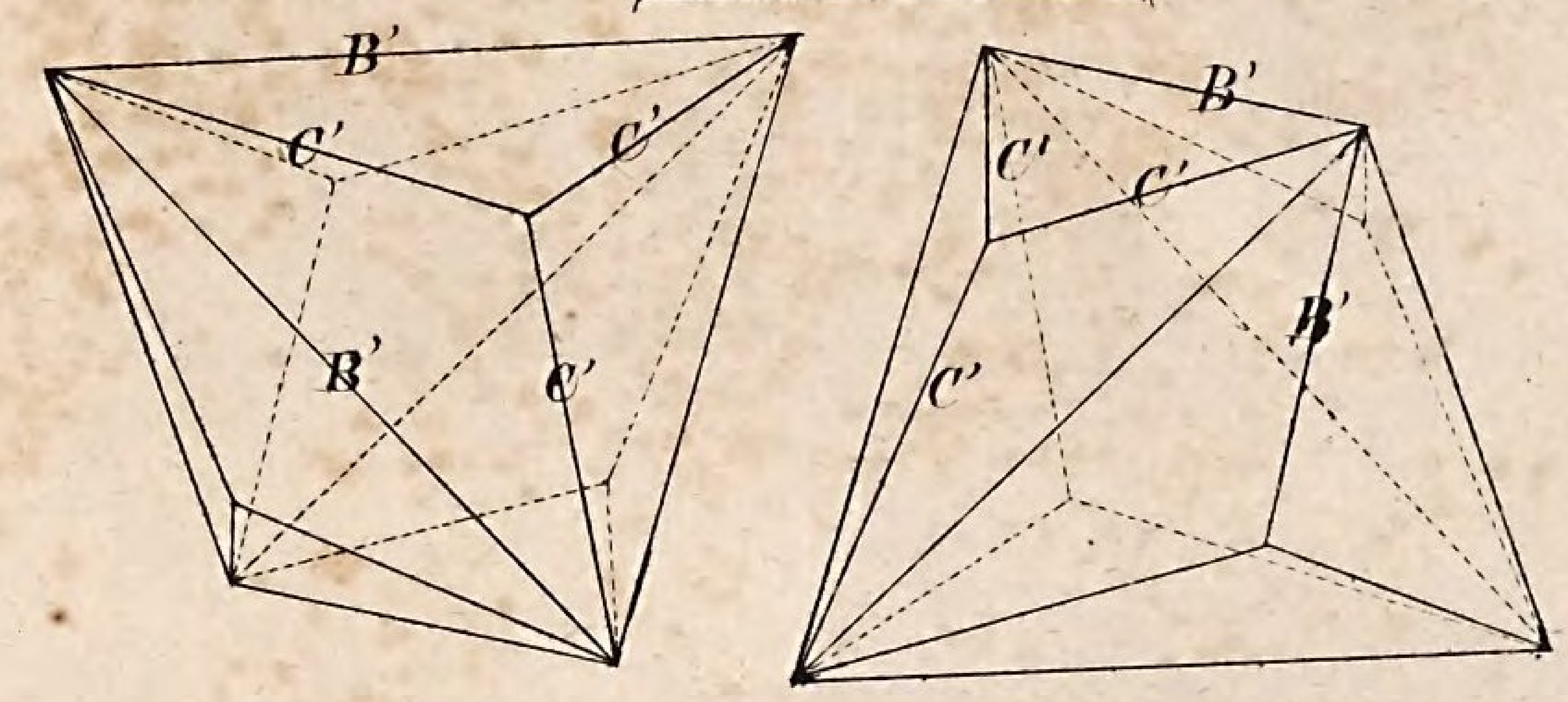


Fig. 23.

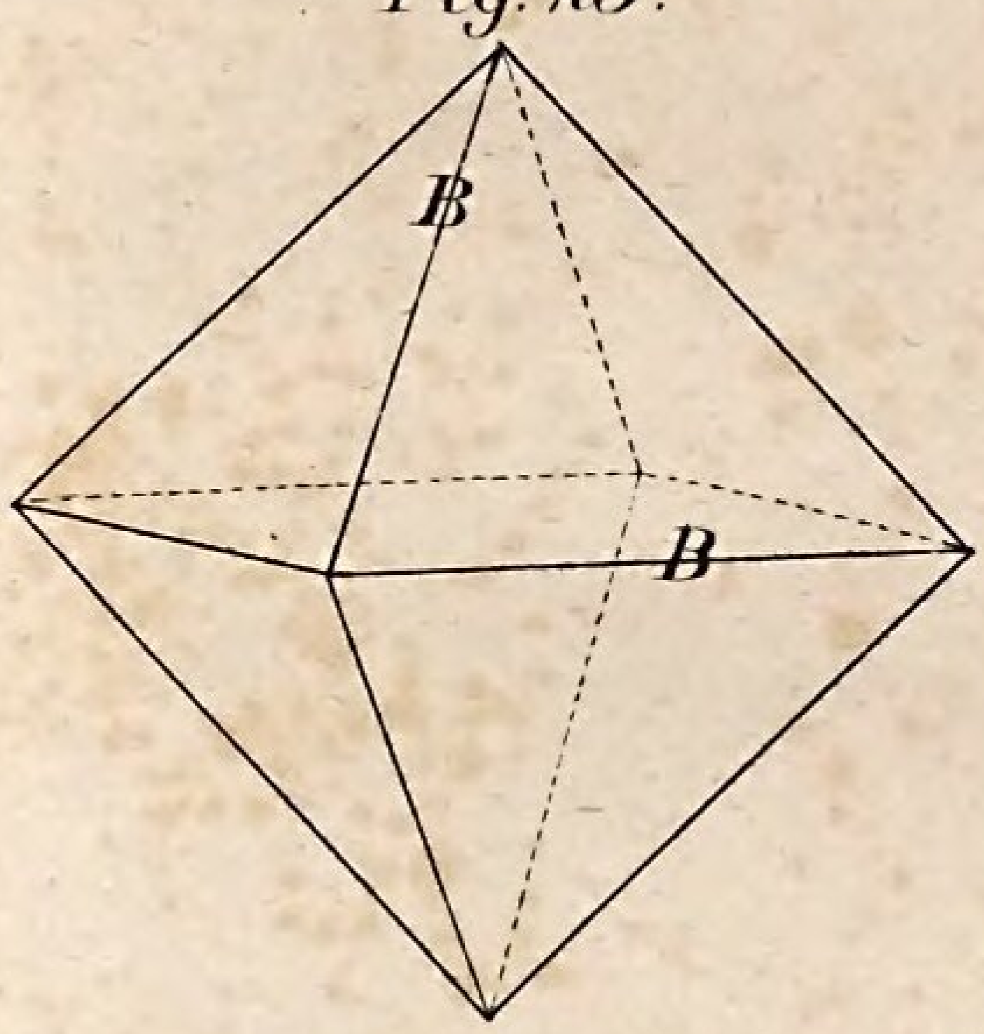


Fig. 26.

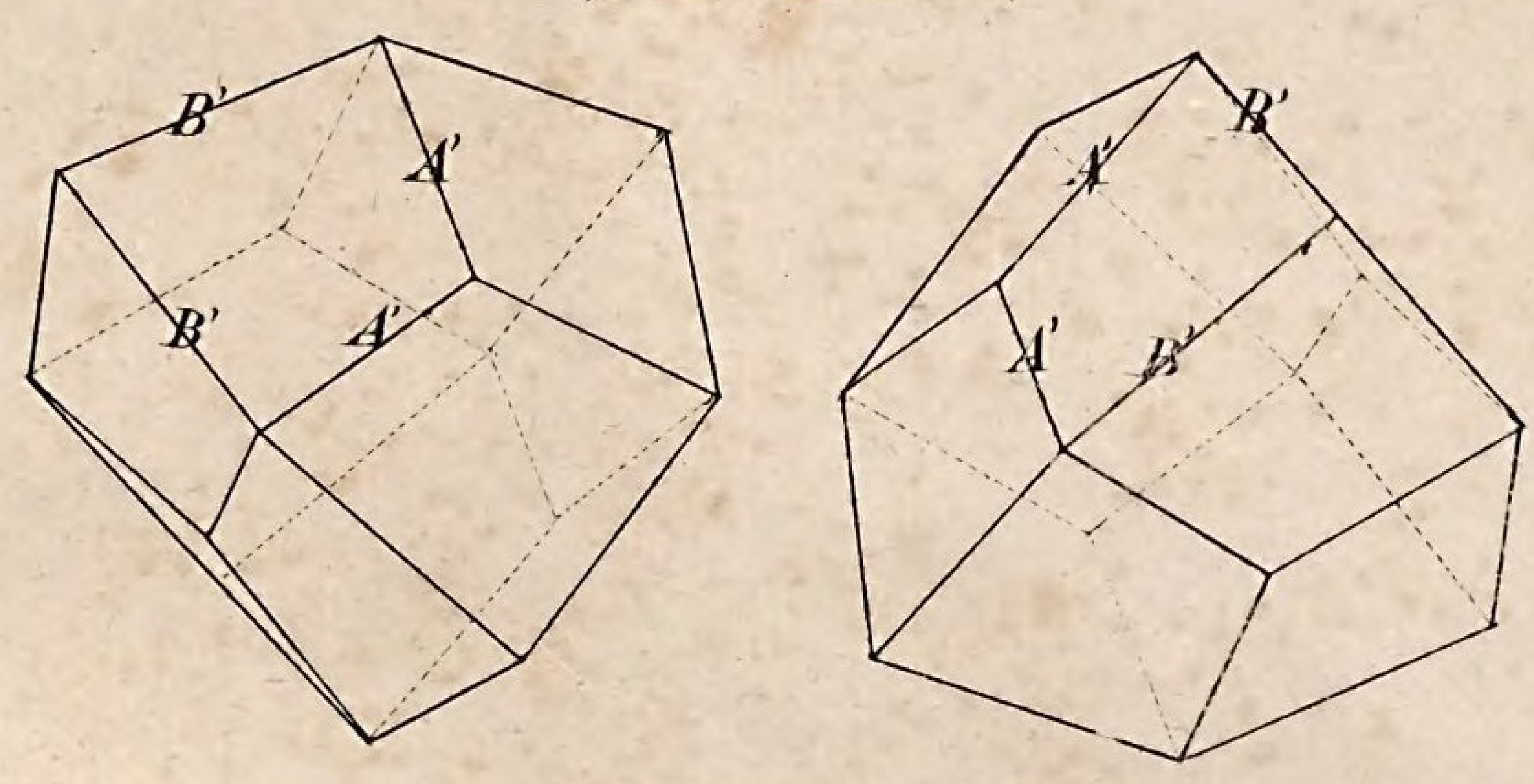


Fig. 25.

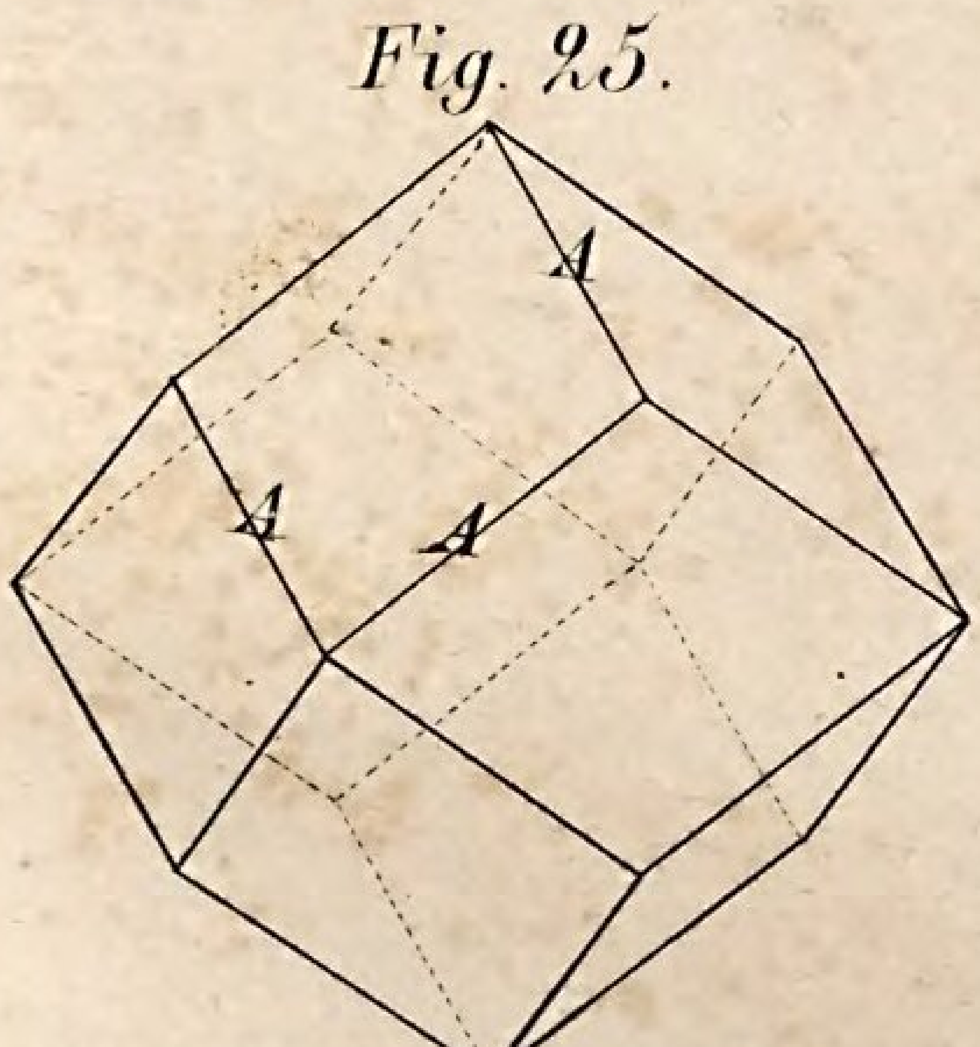


Fig. 27.

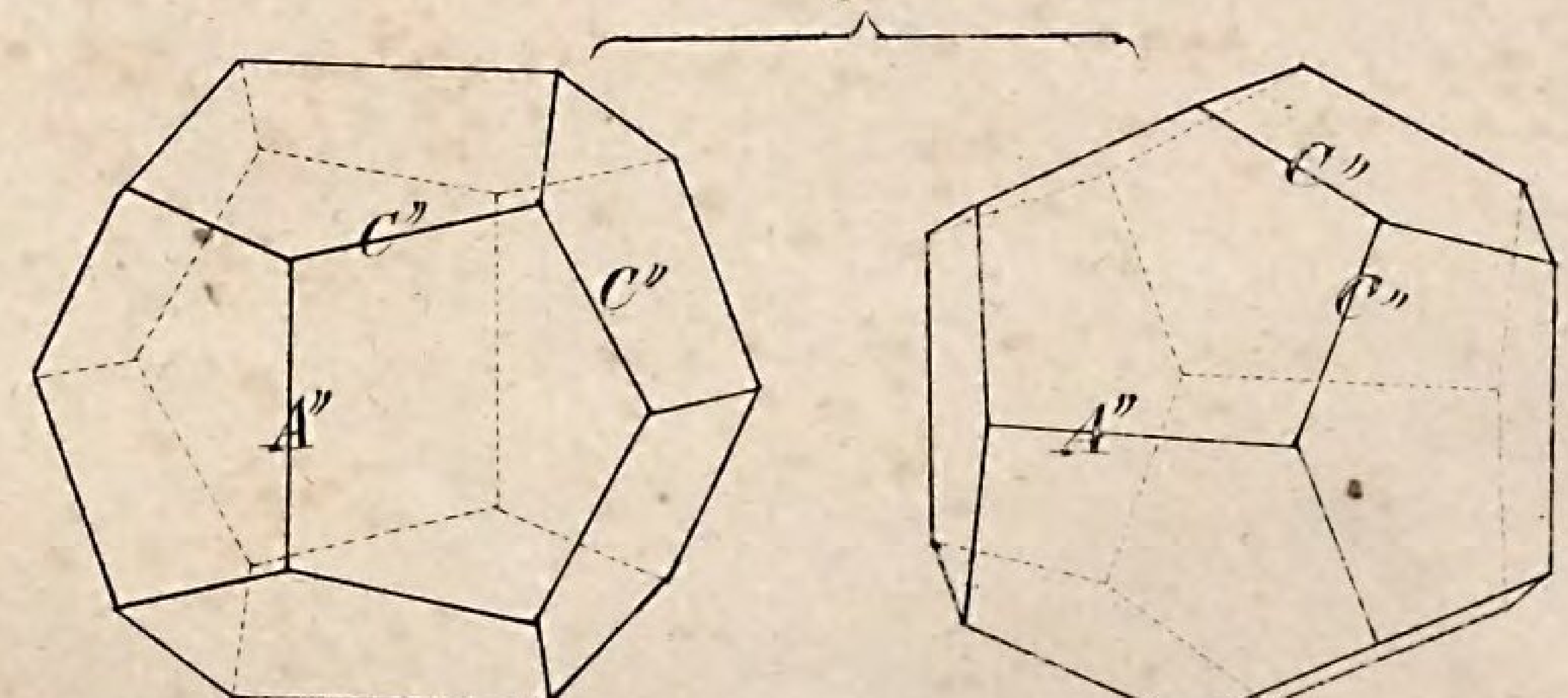


Fig. 28.

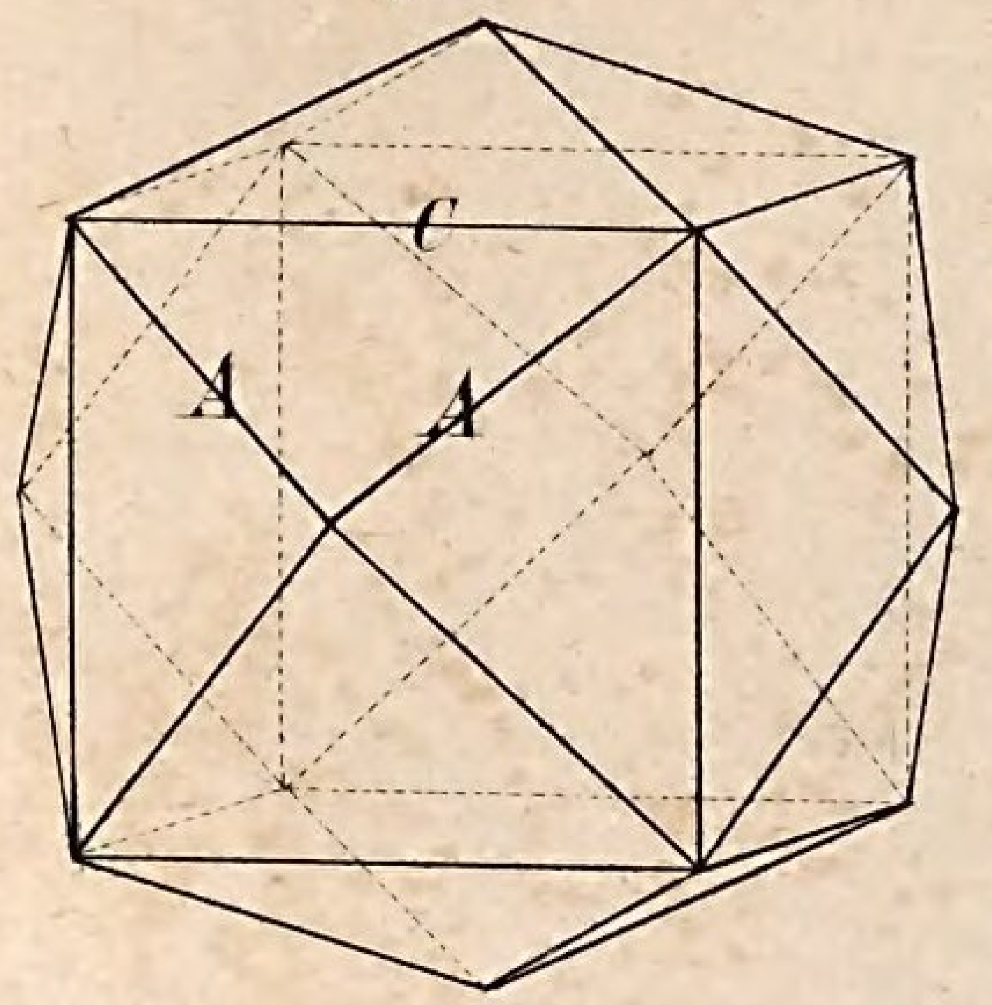


Fig. 30.

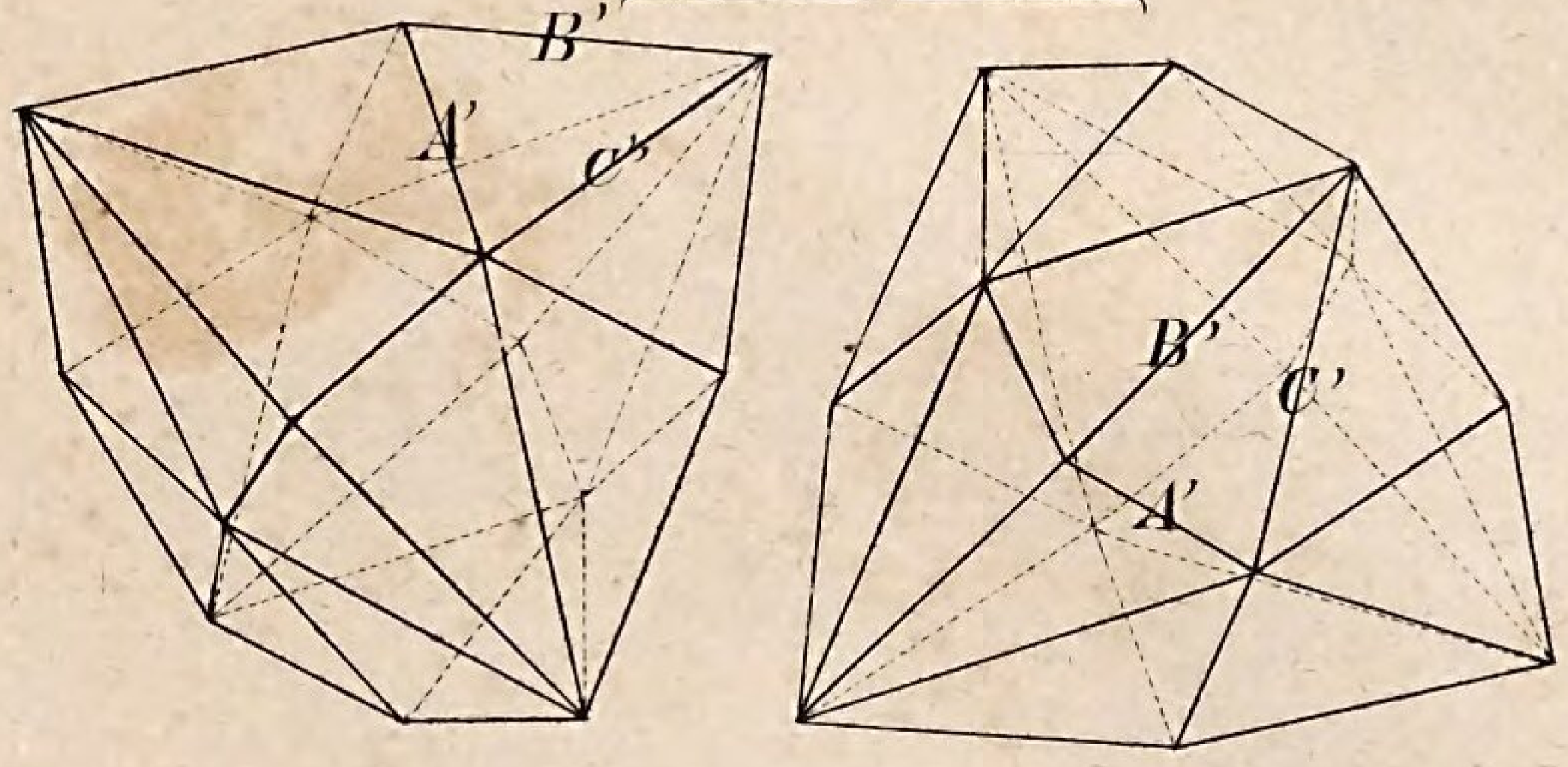


Fig. 29.

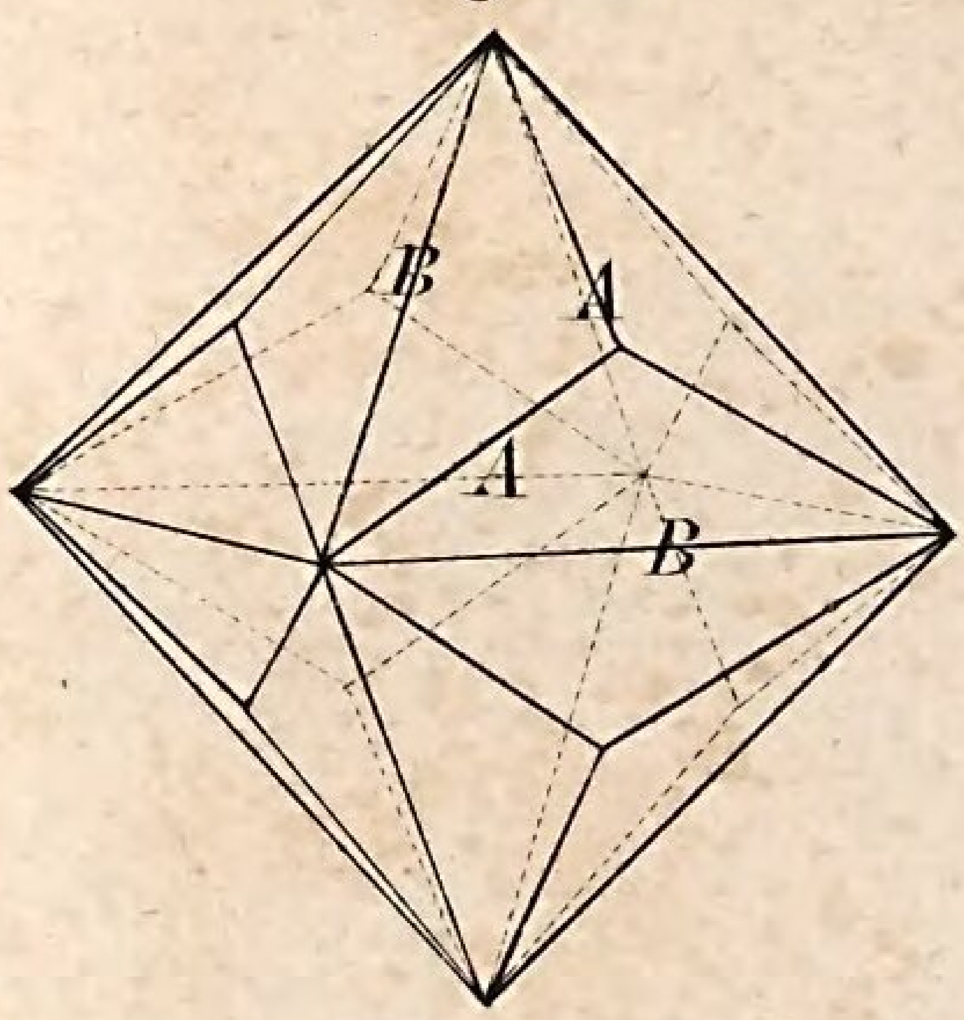


Fig. 31.

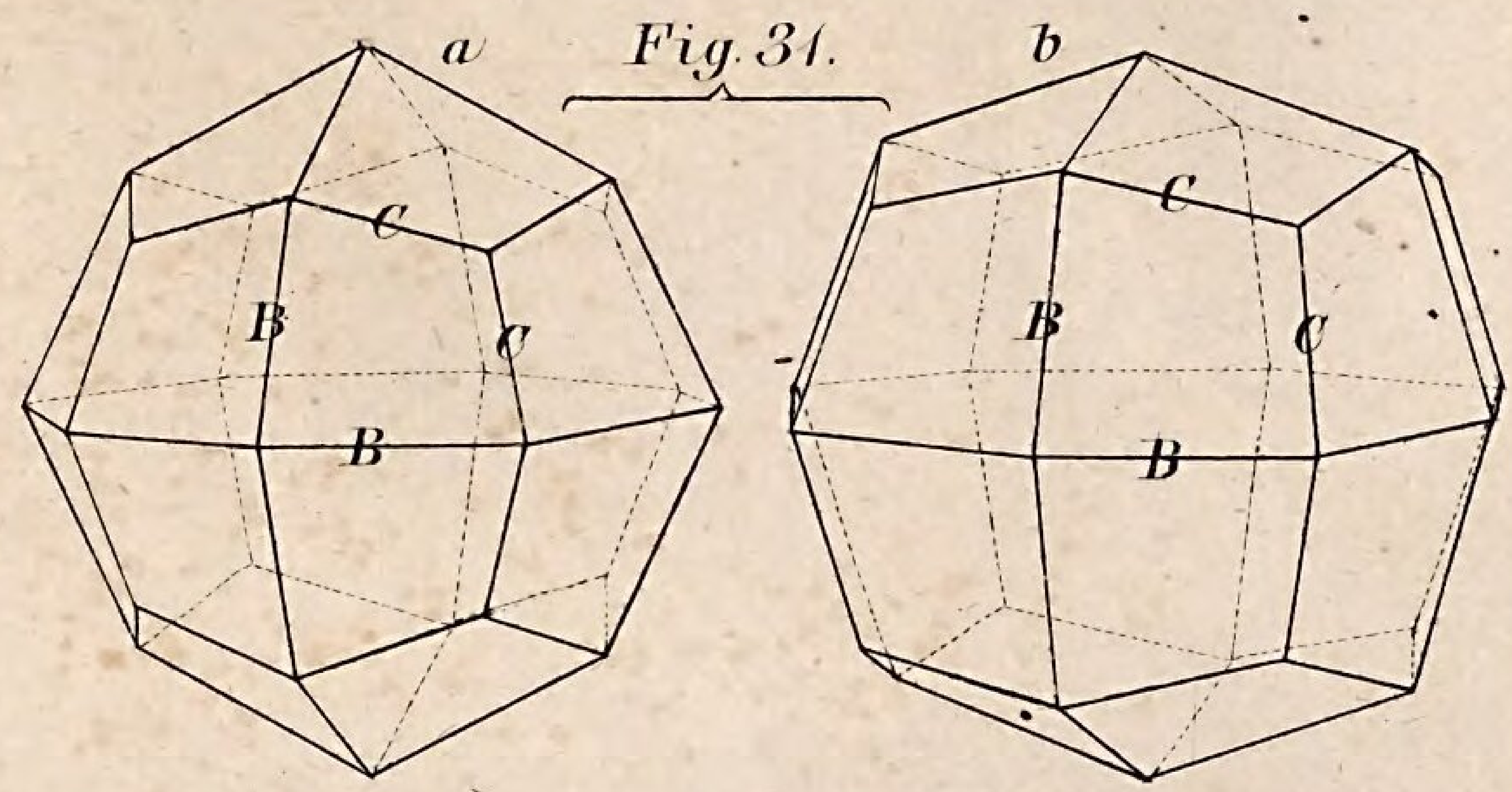


Fig. 33.

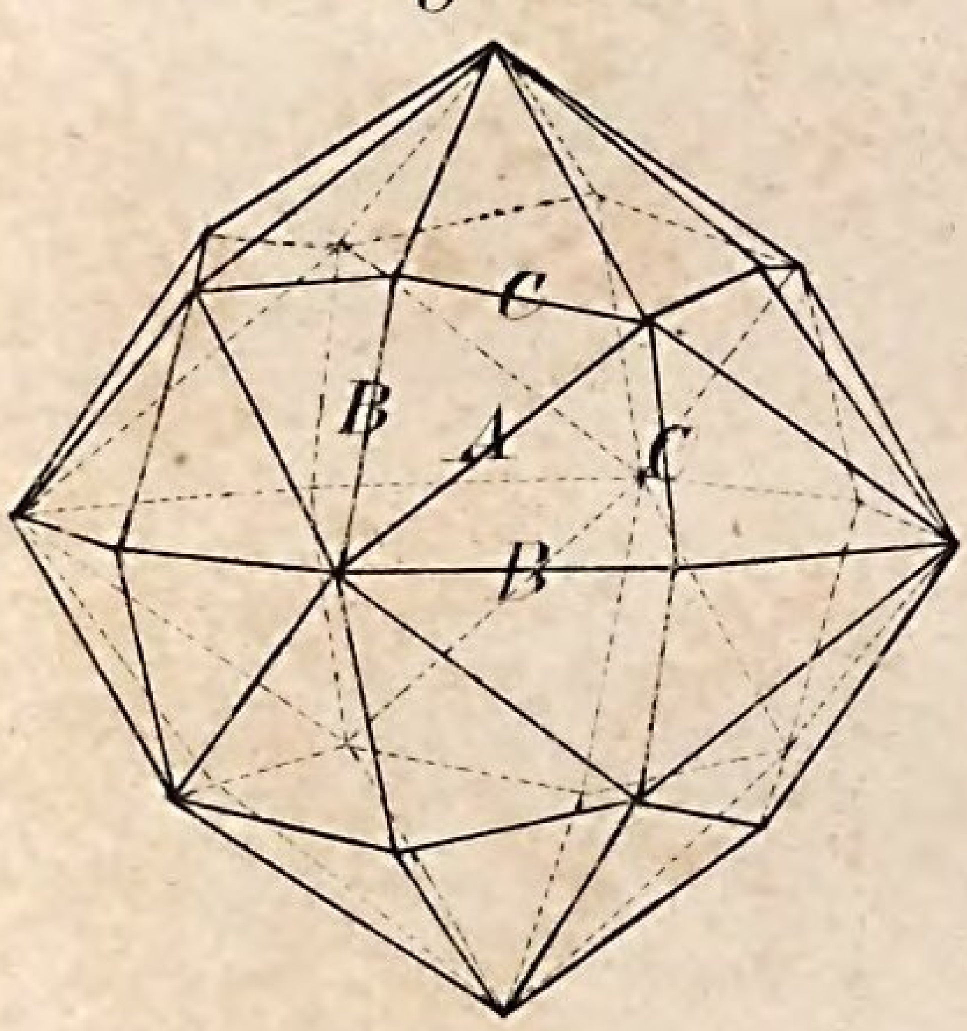


Fig. 32.

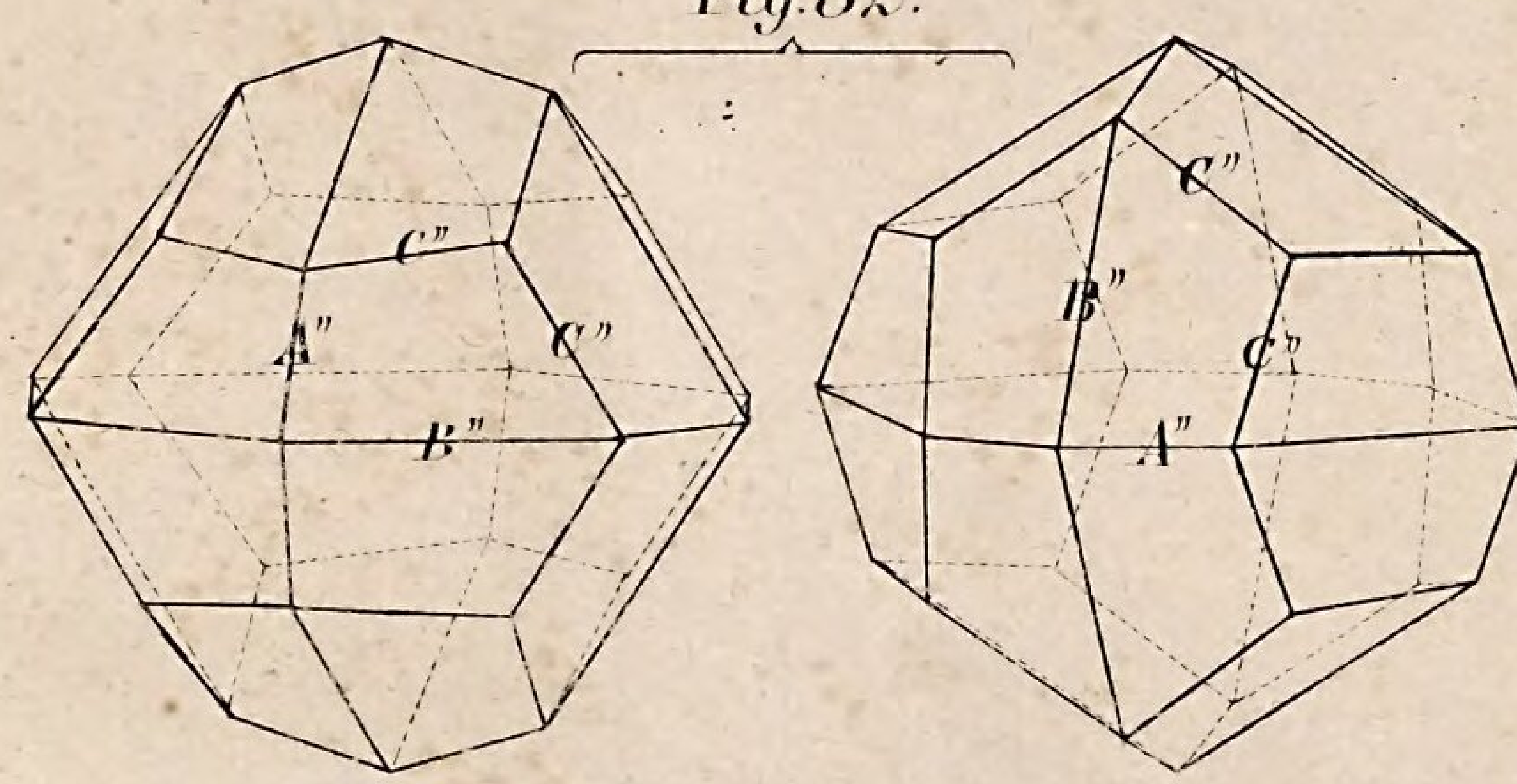


Fig. 34.

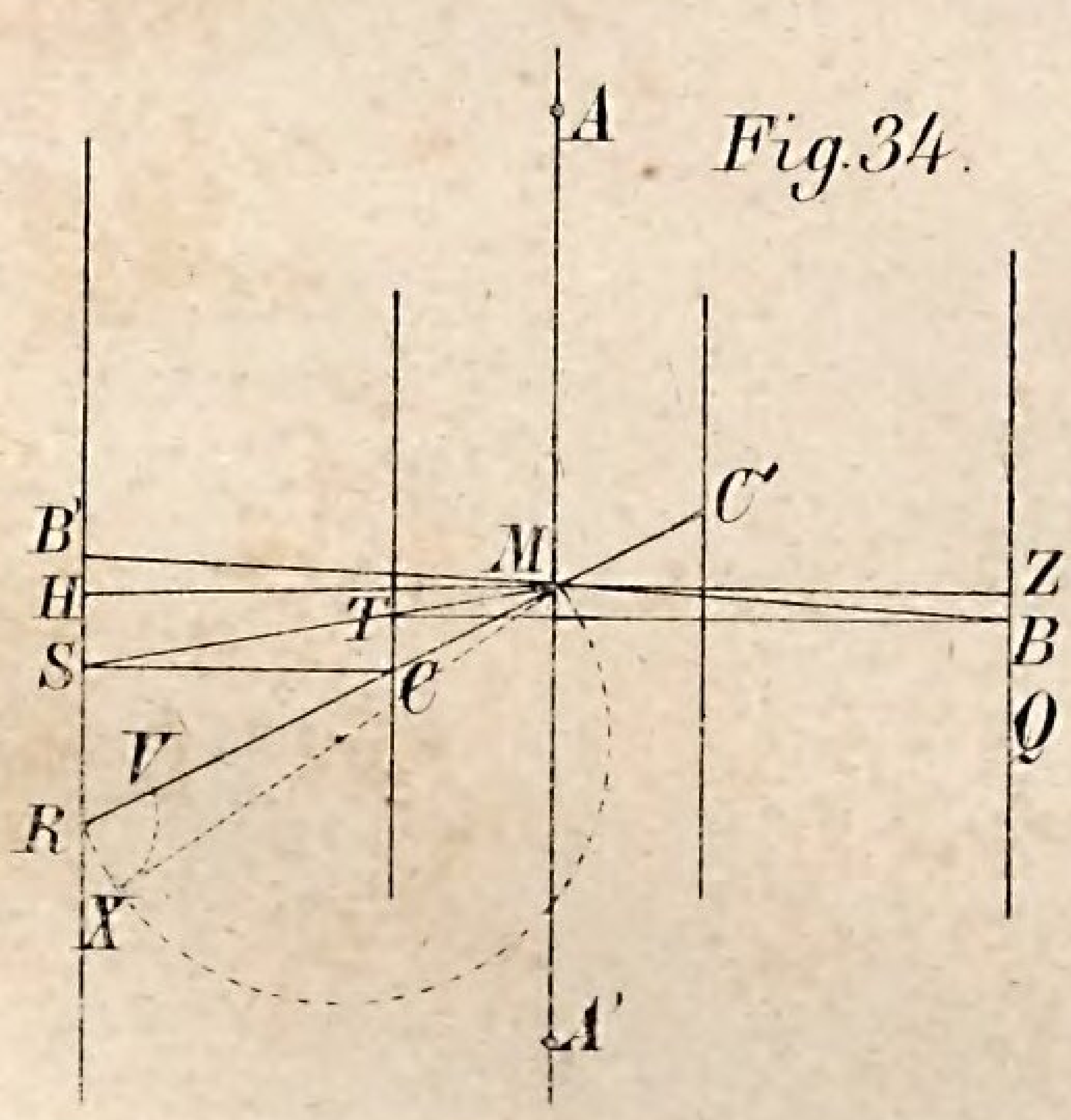


Fig. 34.ª

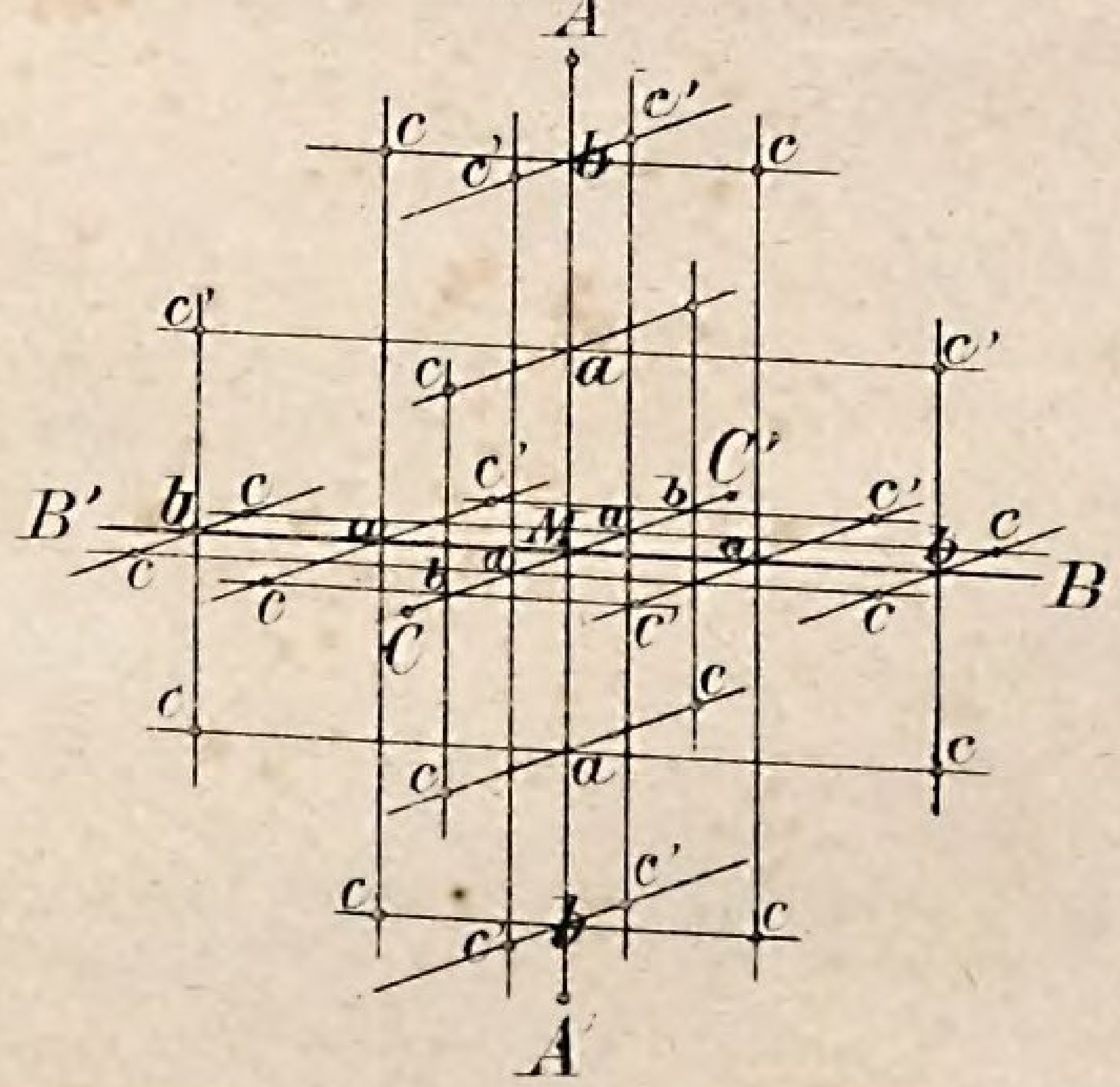


Fig. 35.

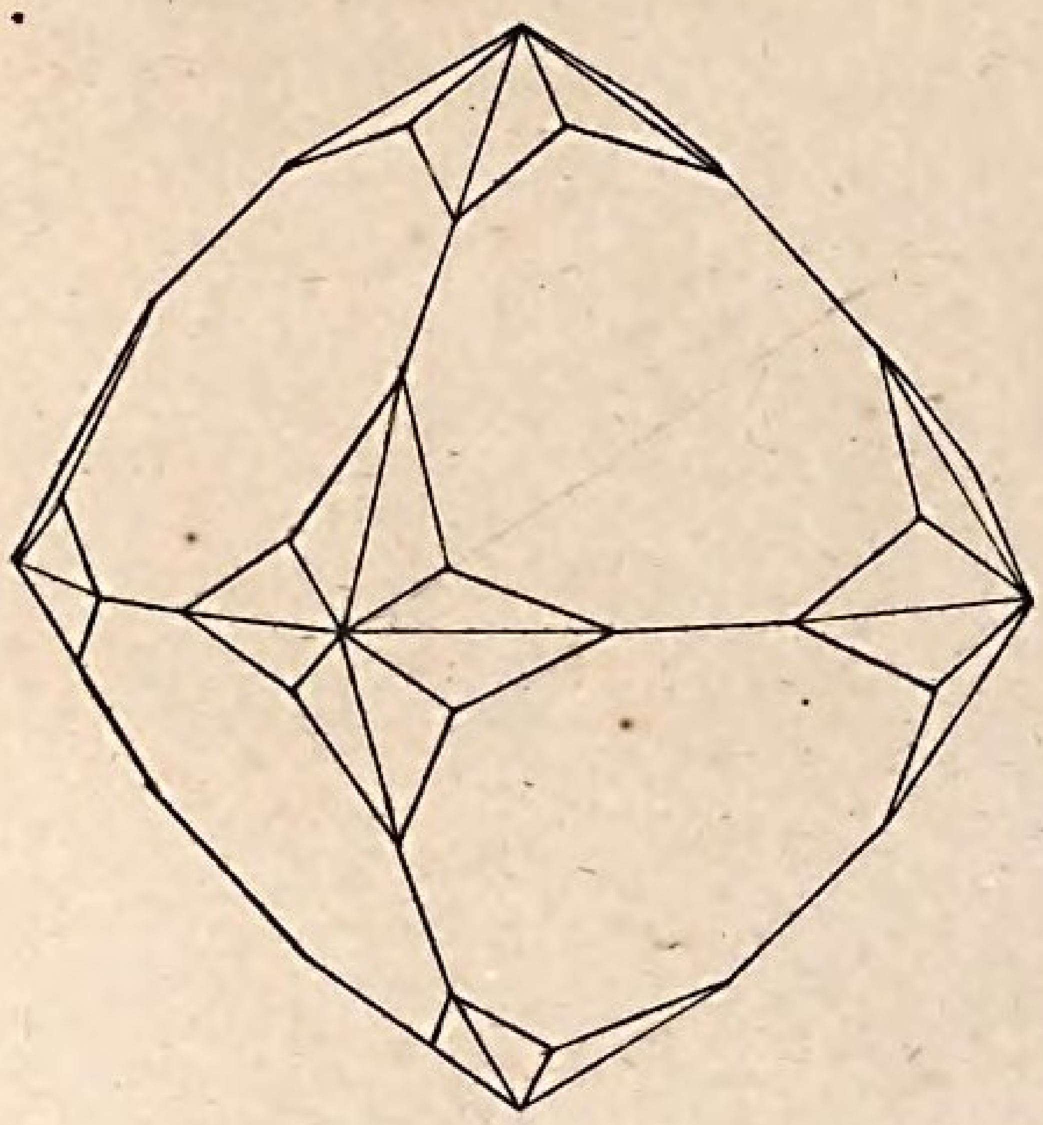


Fig. 36.

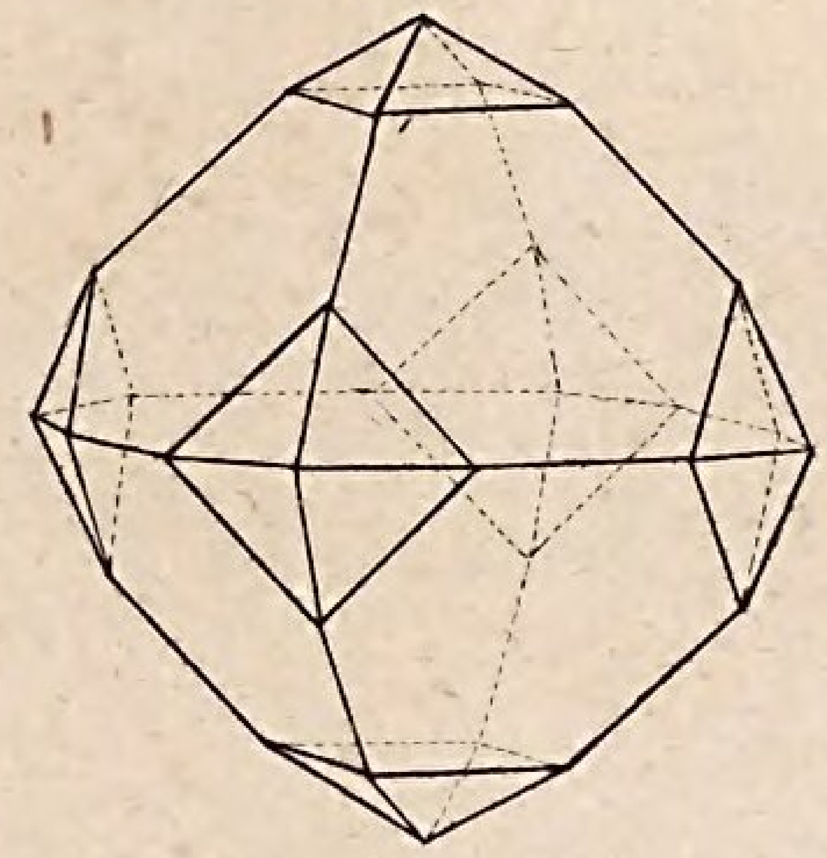


Fig. 37.

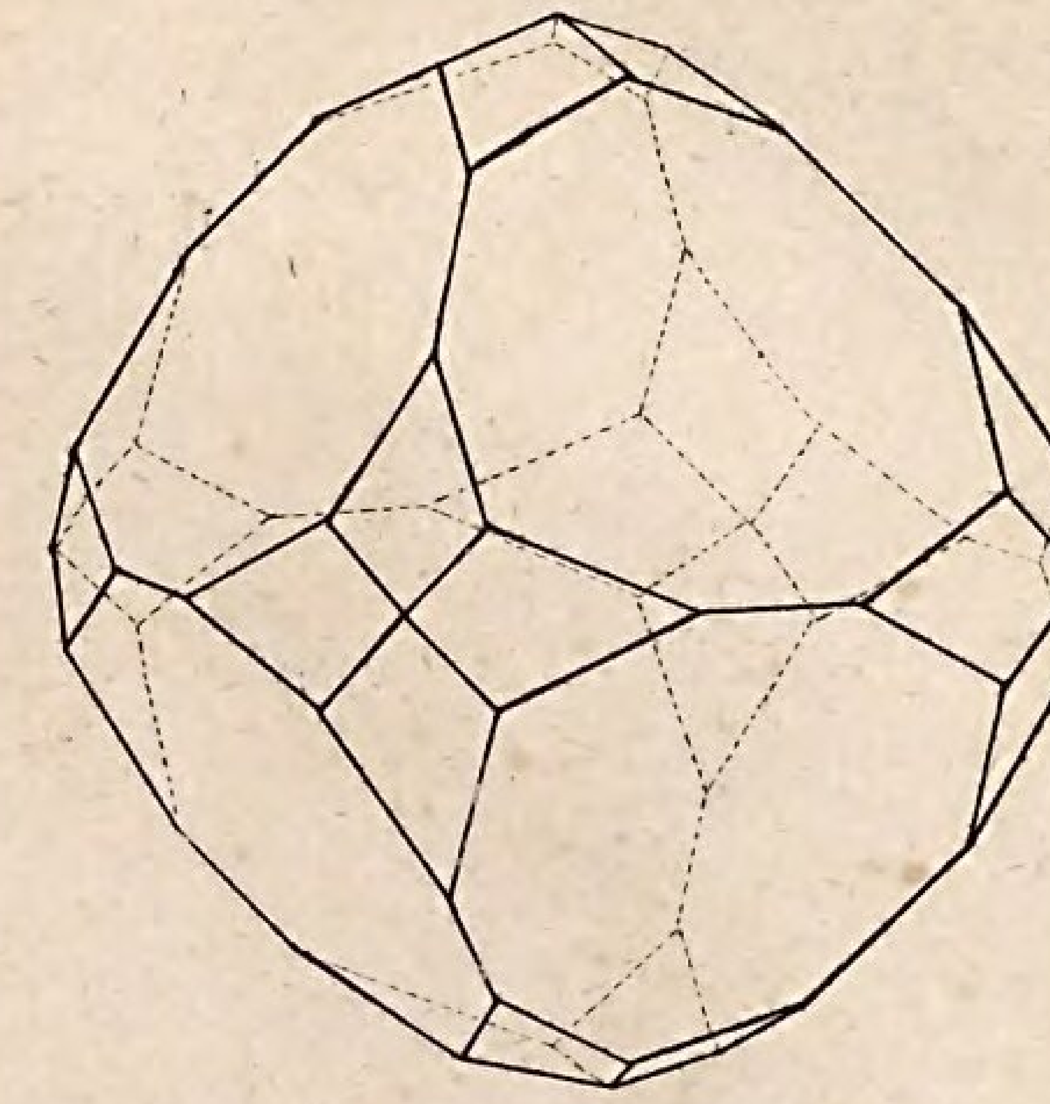


Fig. 38.

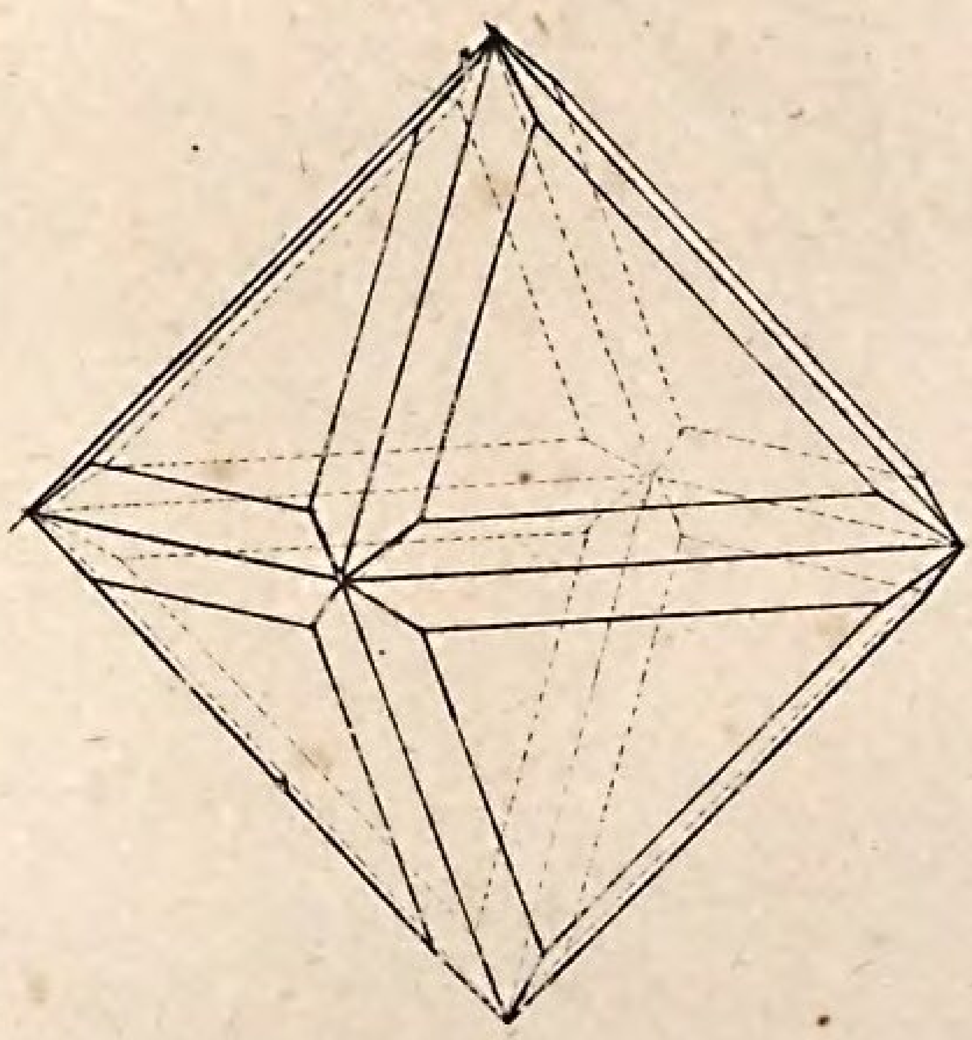


Fig. 39.

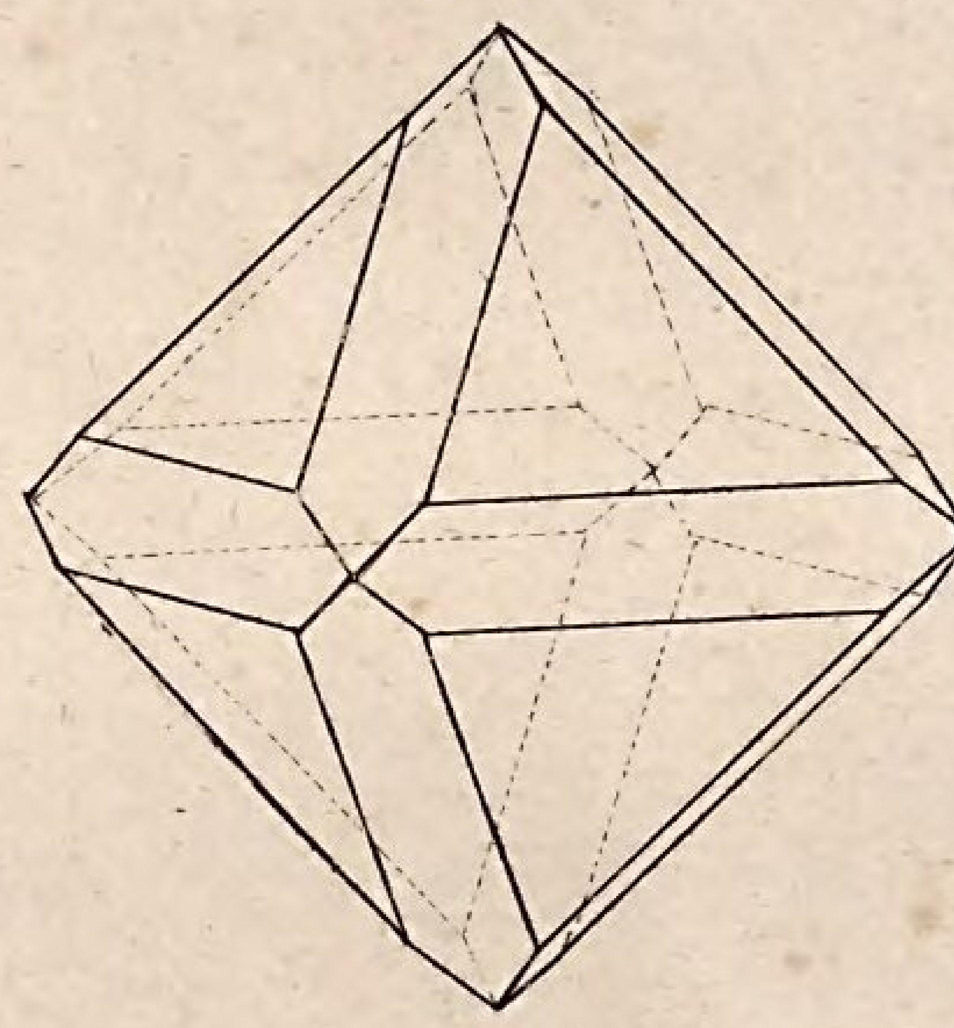


Fig. 40.

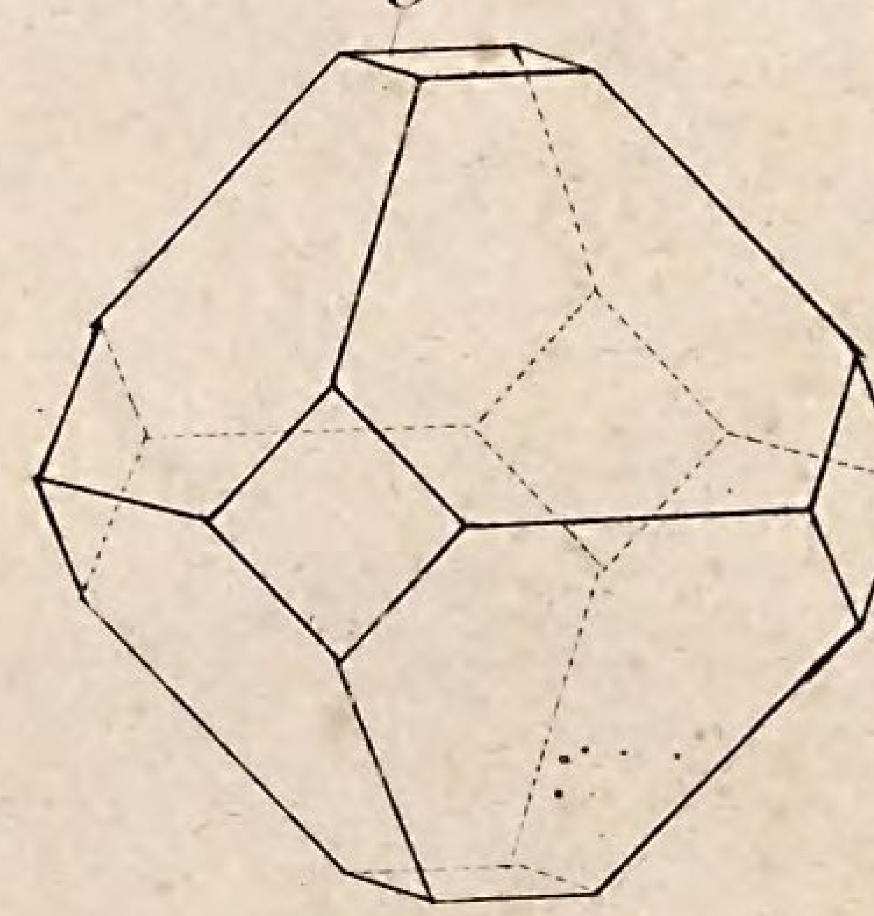


Fig. 41.

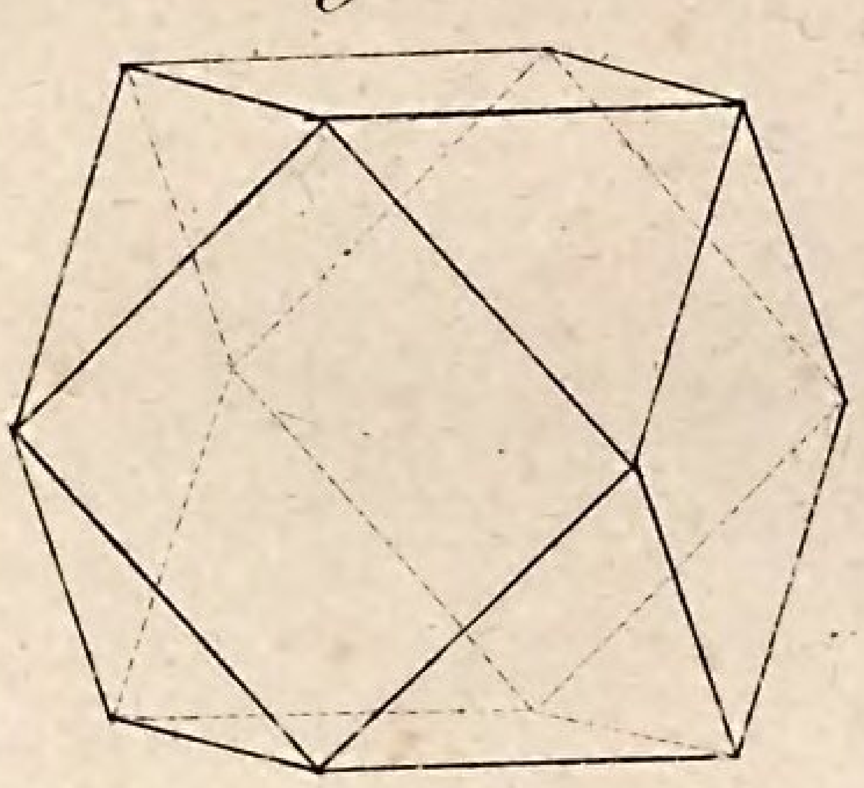


Fig. 42.

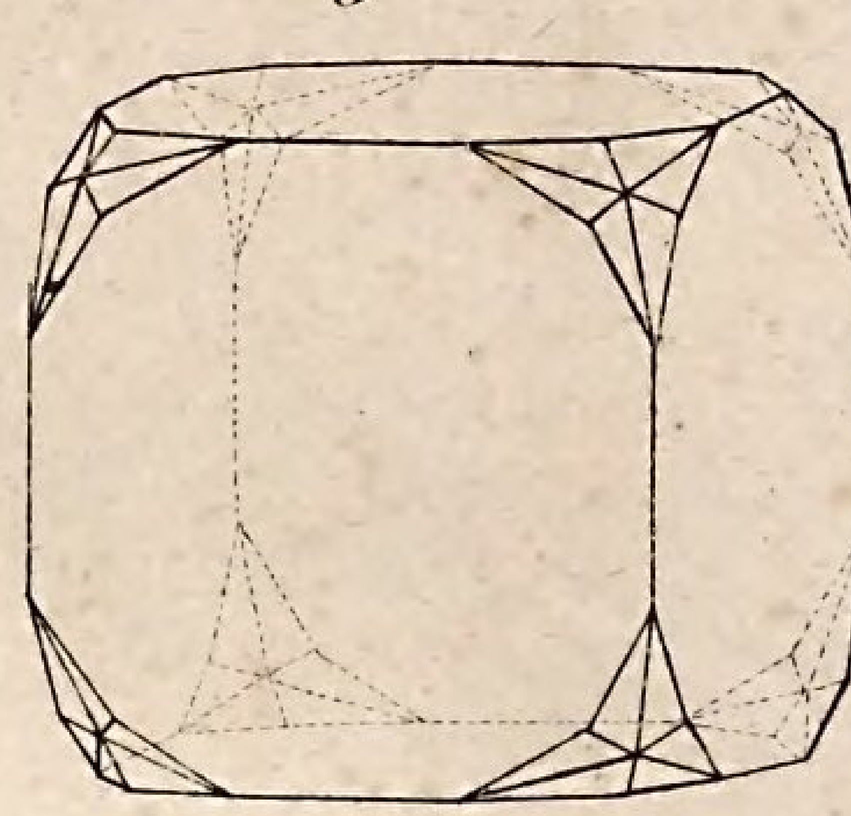


Fig. 43.

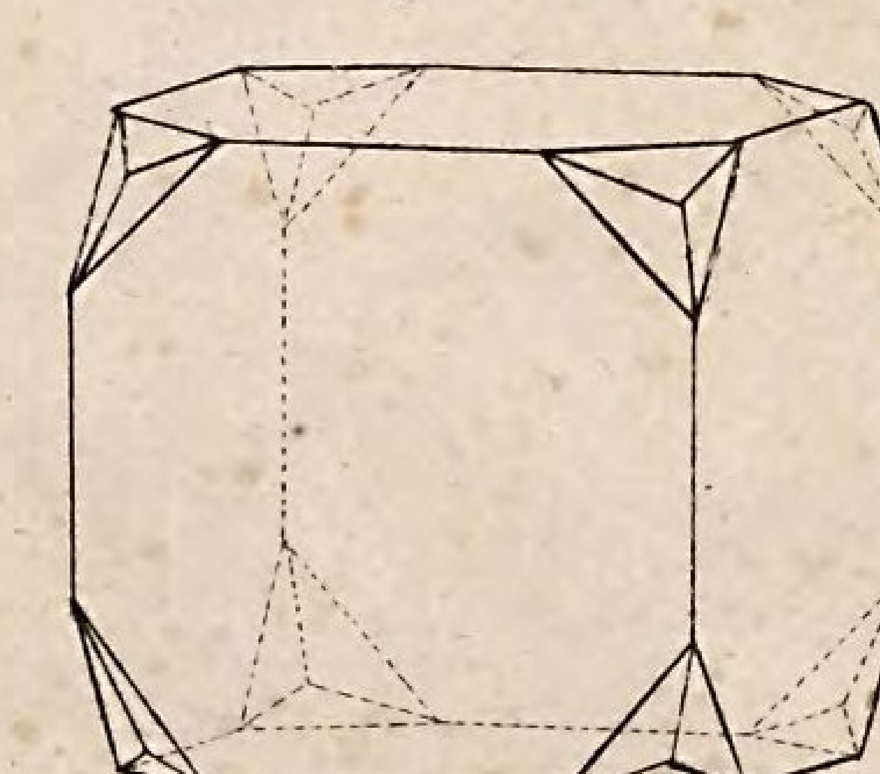


Fig. 44.

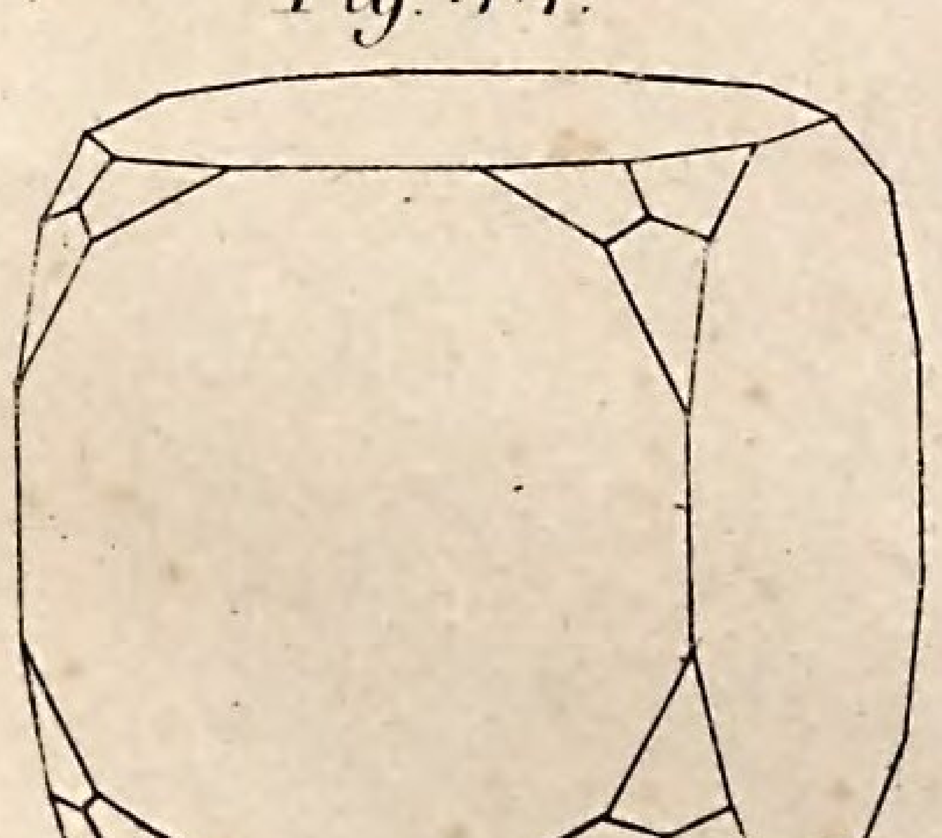


Fig. 45.

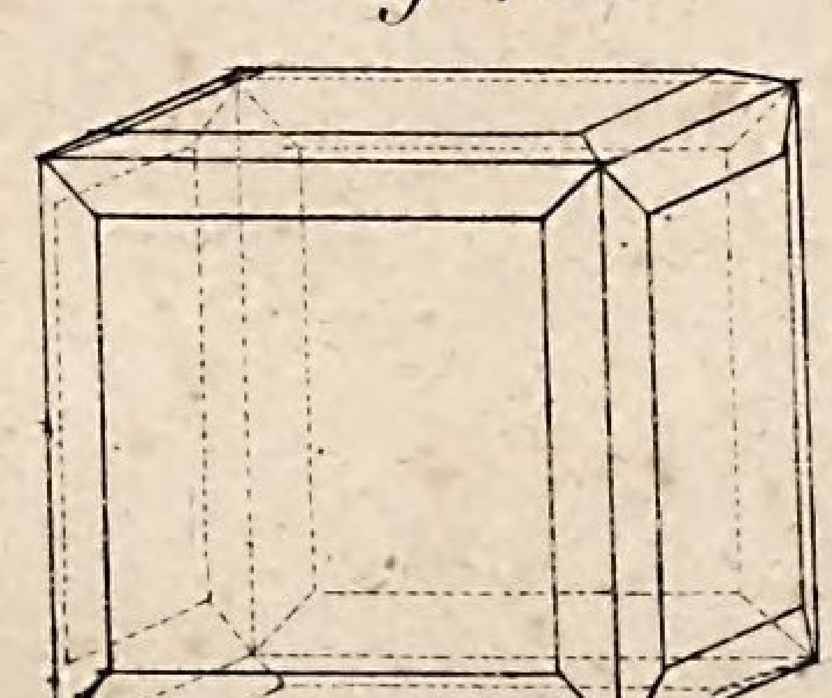


Fig. 46.

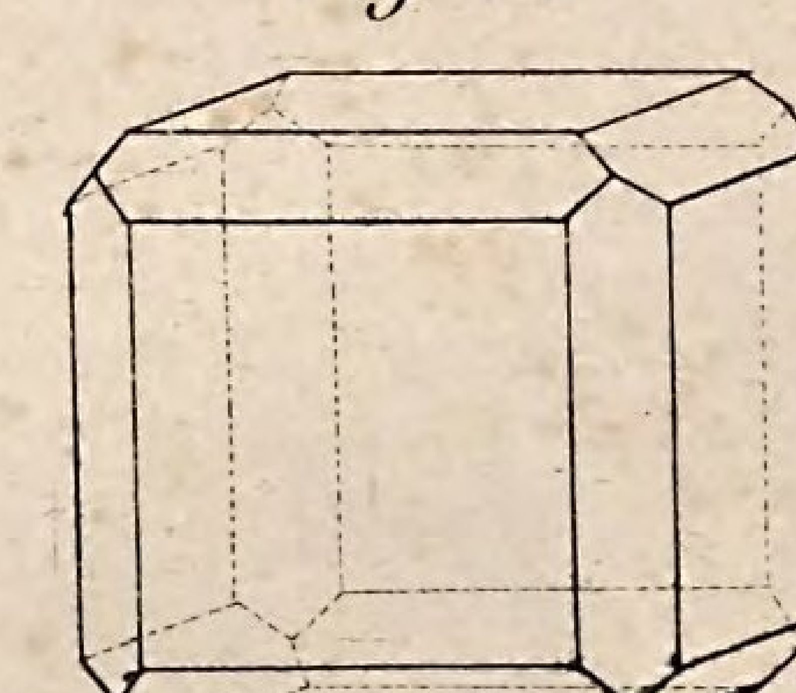


Fig. 47.

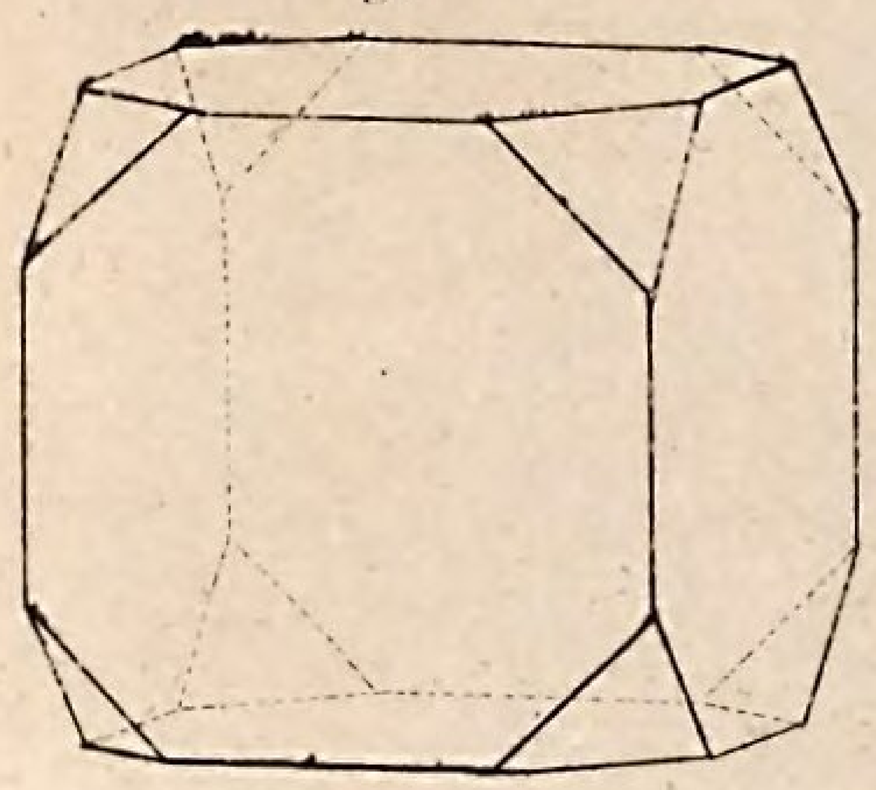


Fig. 48

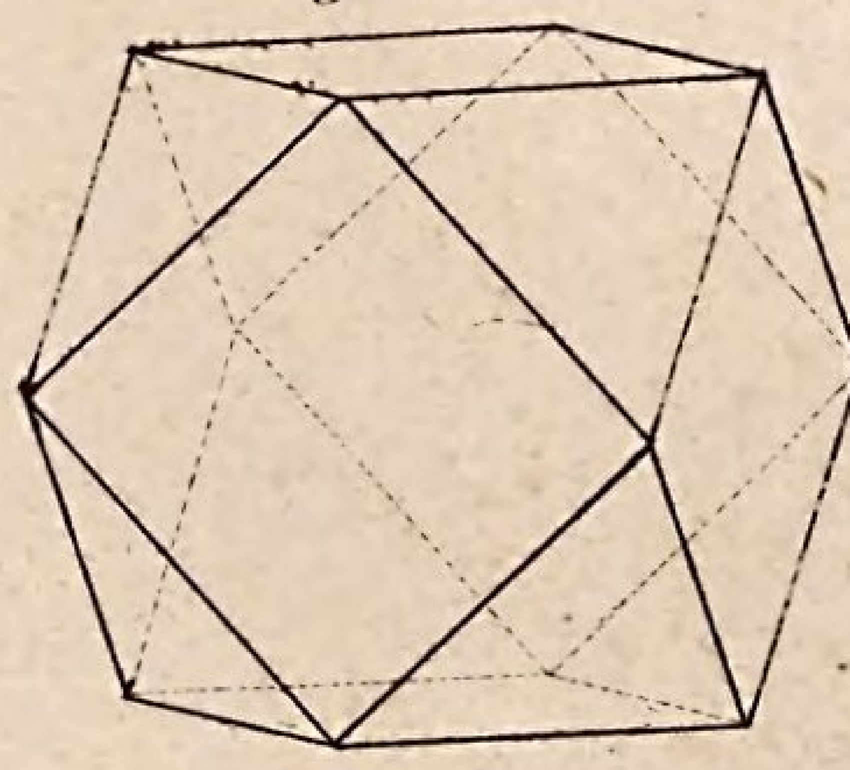


Fig. 49.

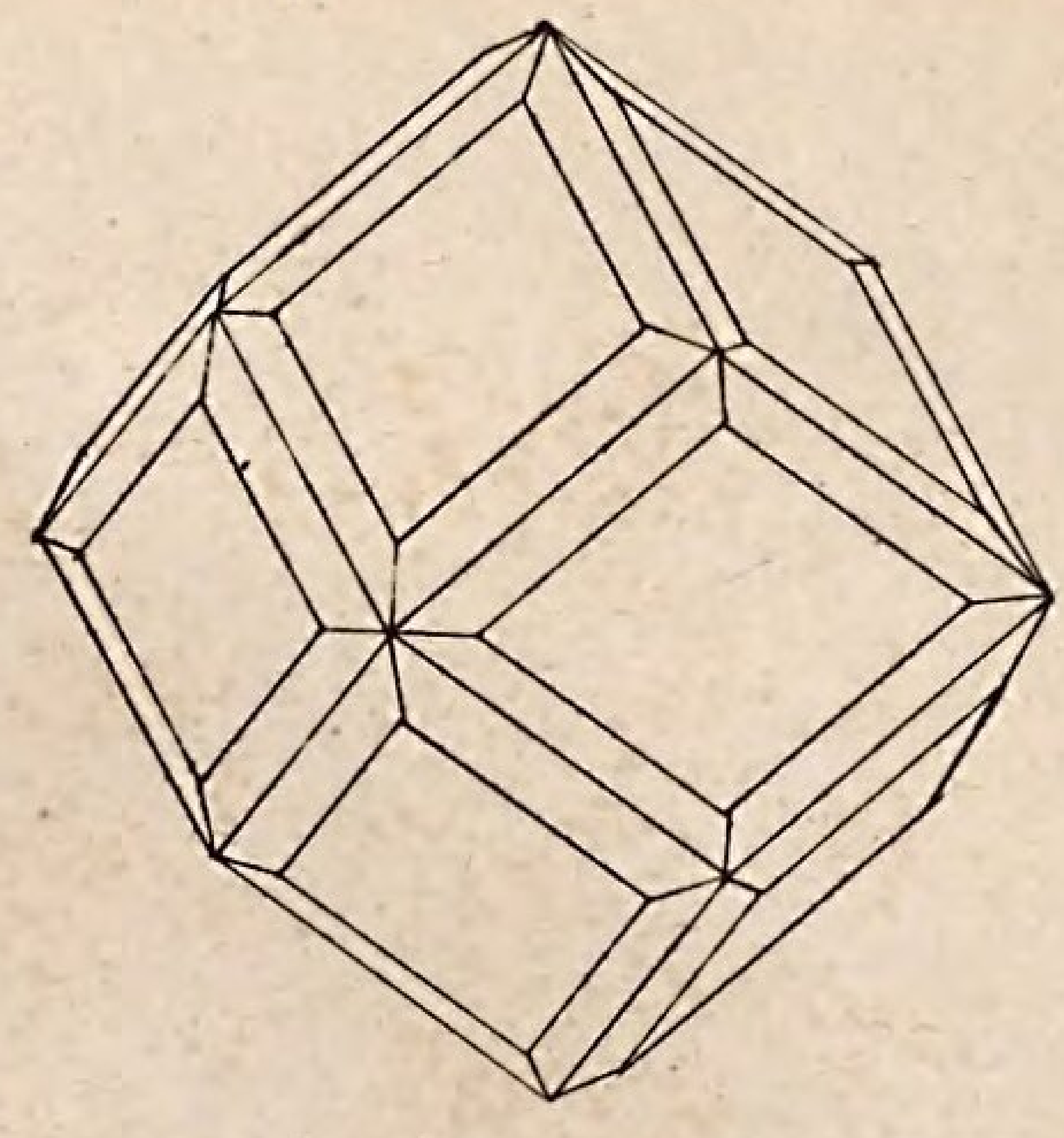


Fig. 50.

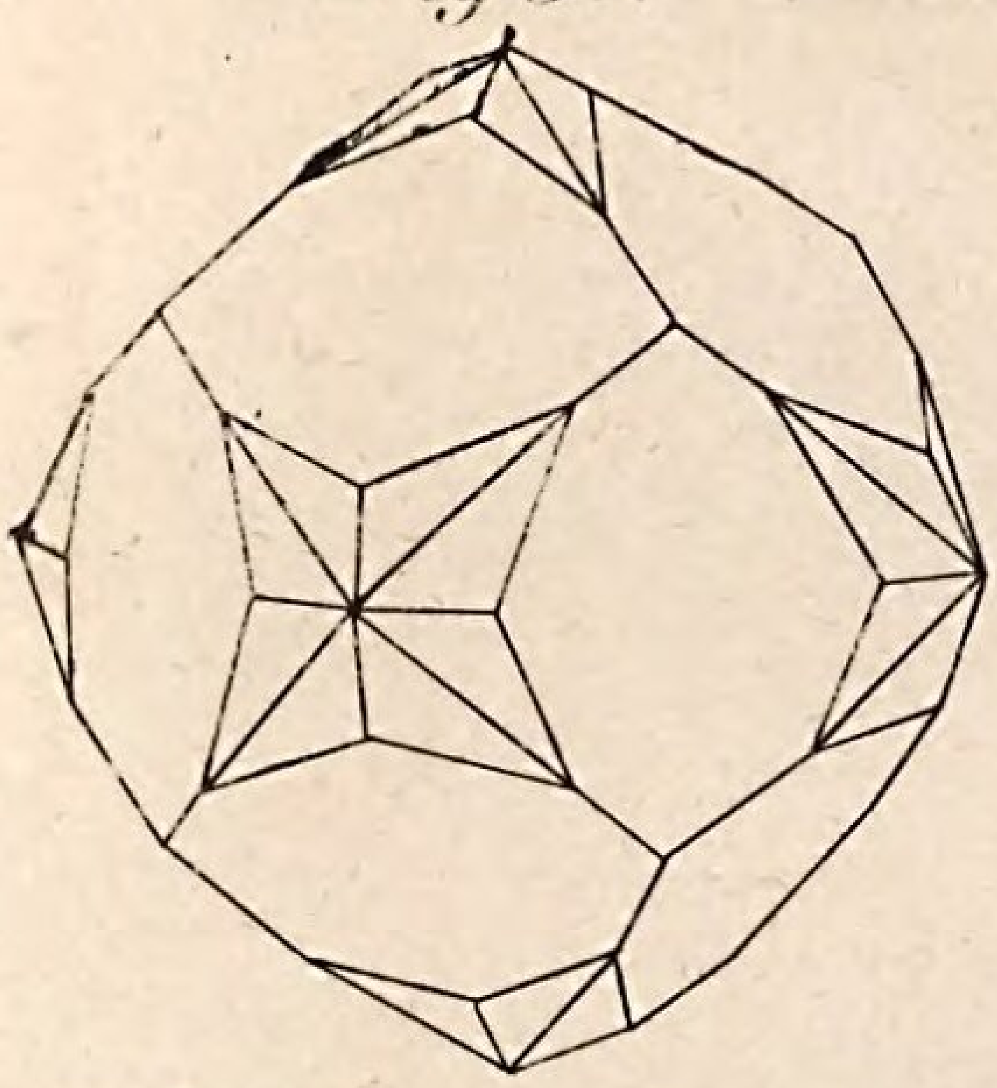


Fig. 51.

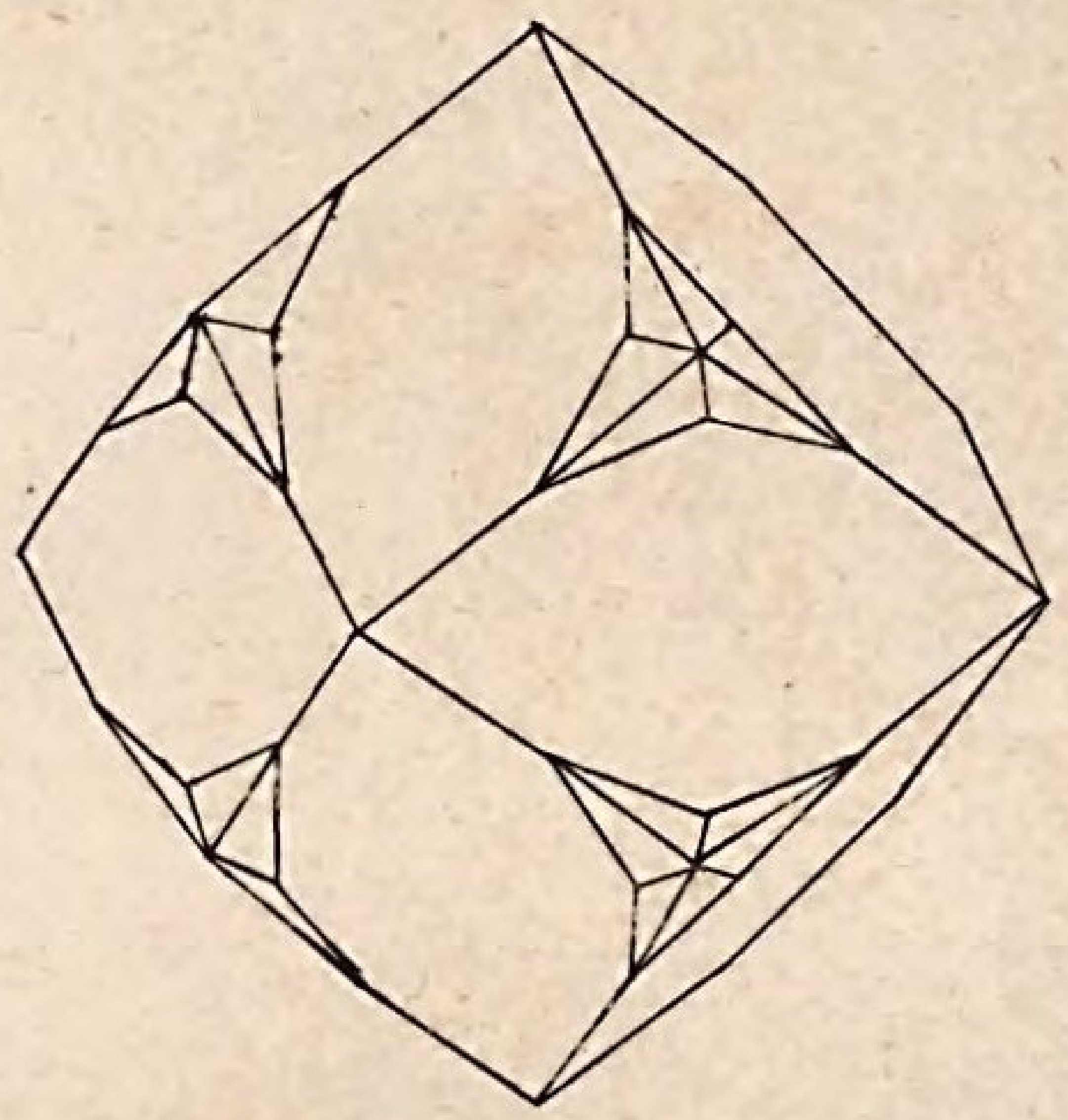


Fig. 52.

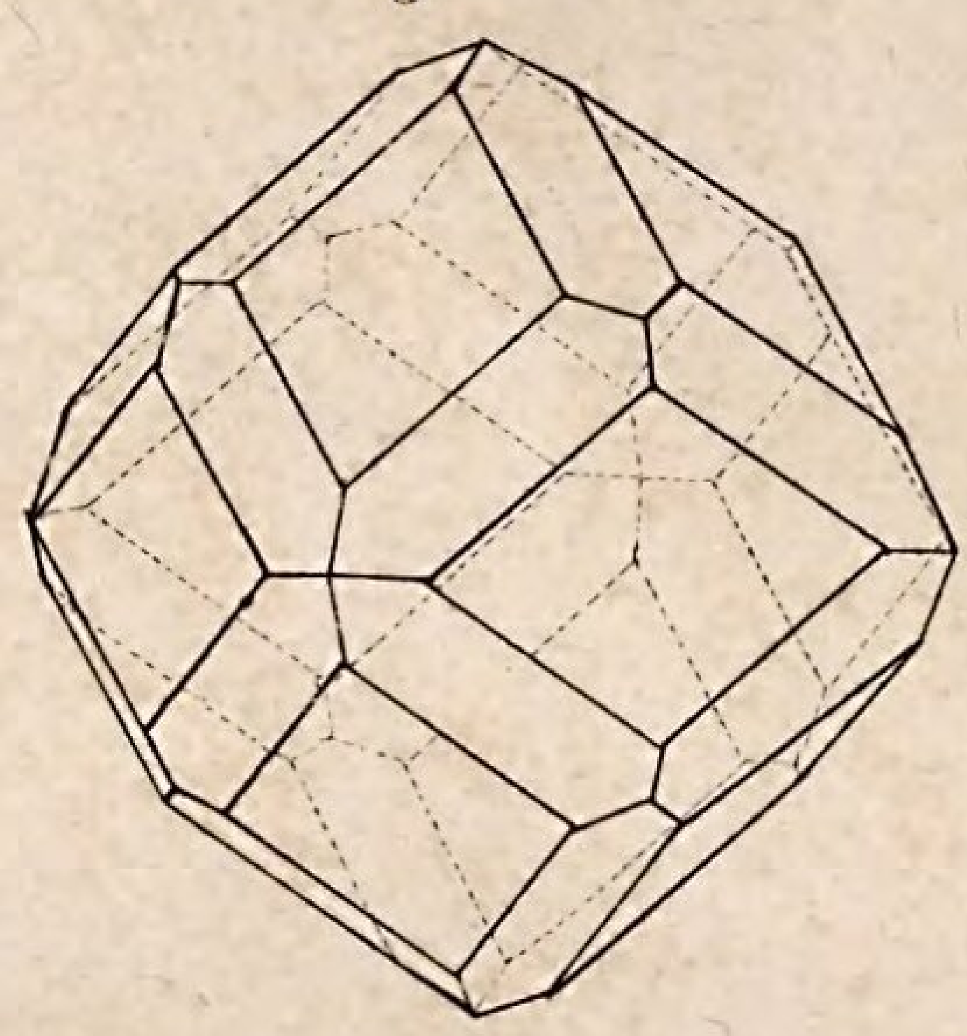


Fig. 53.

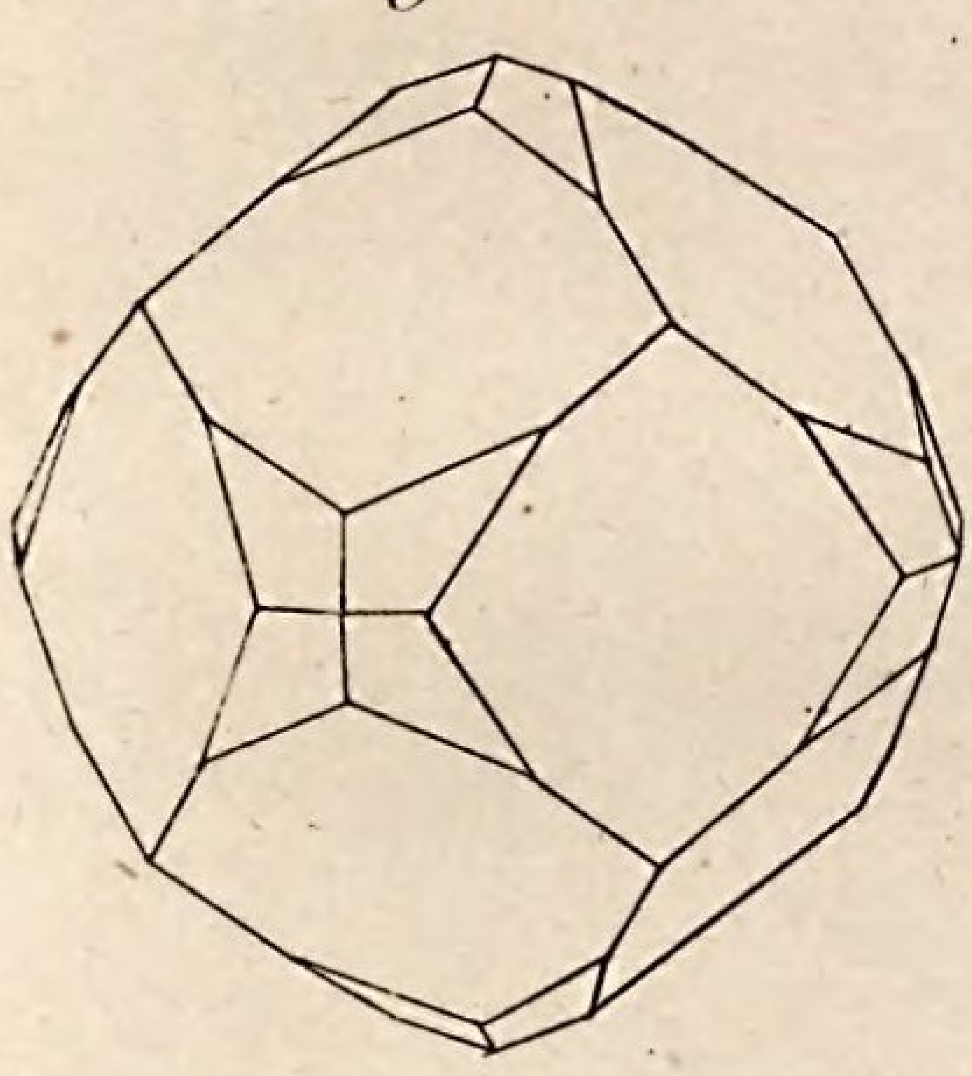


Fig. 54.

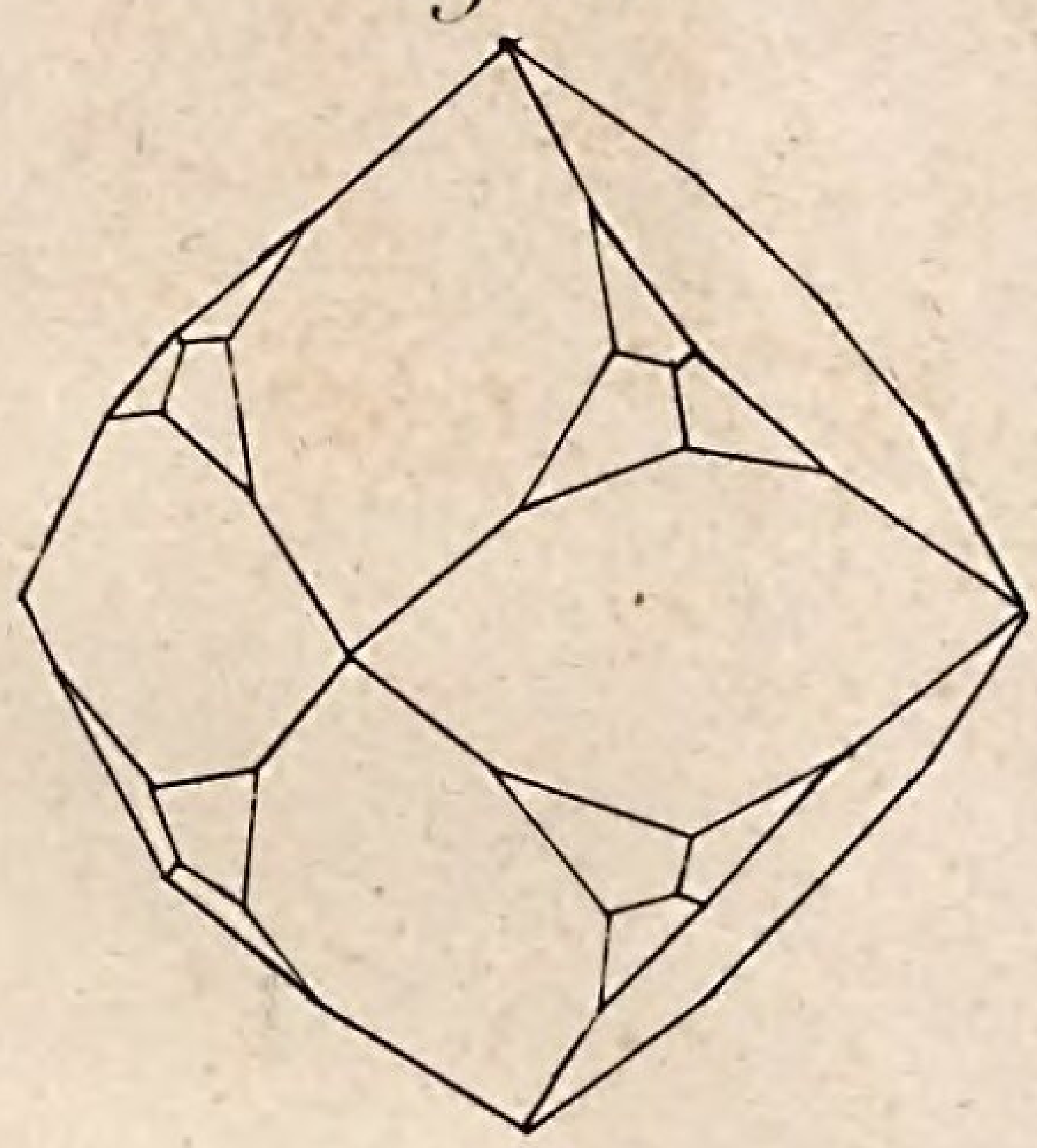


Fig. 55.

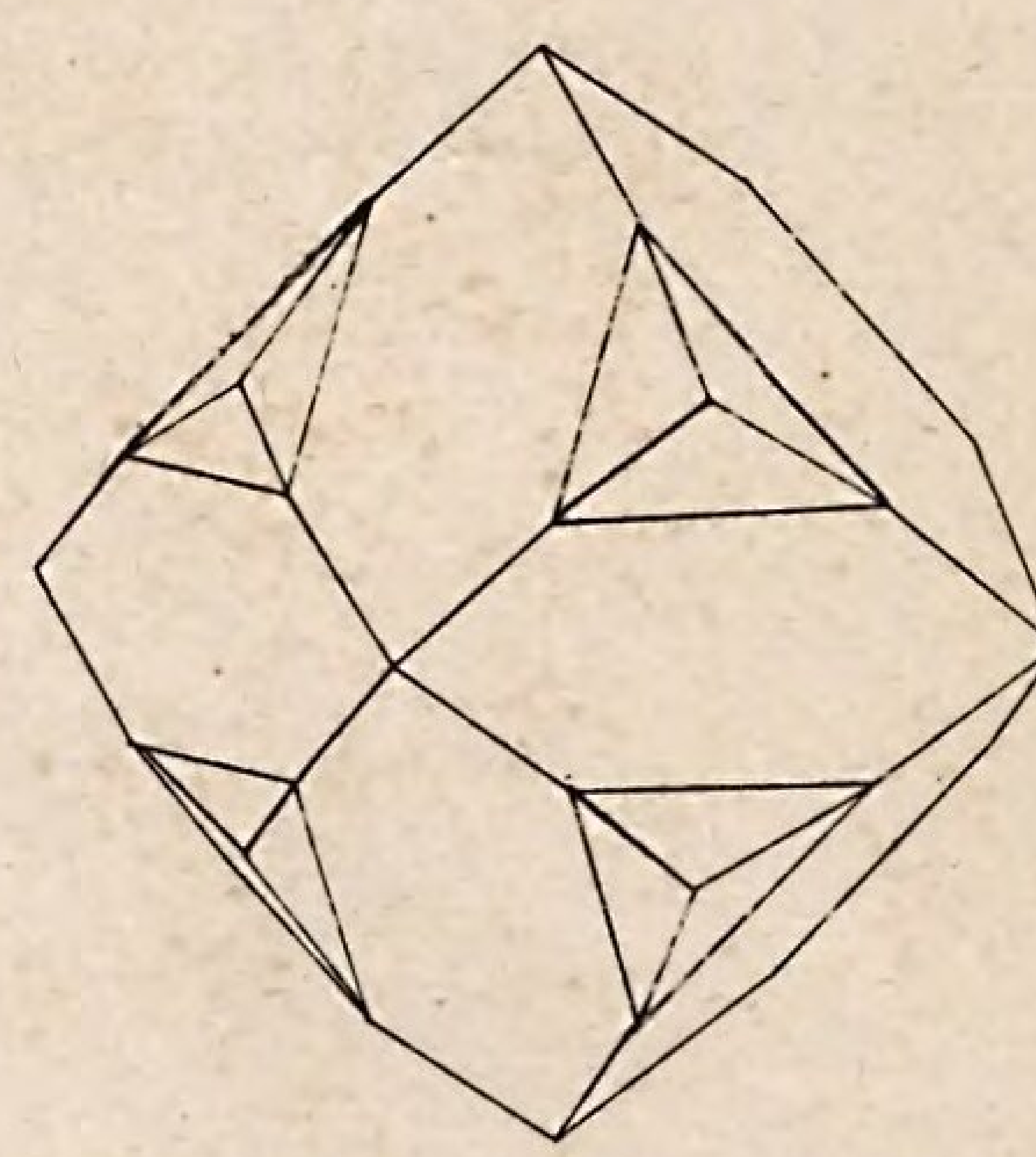


Fig. 56.

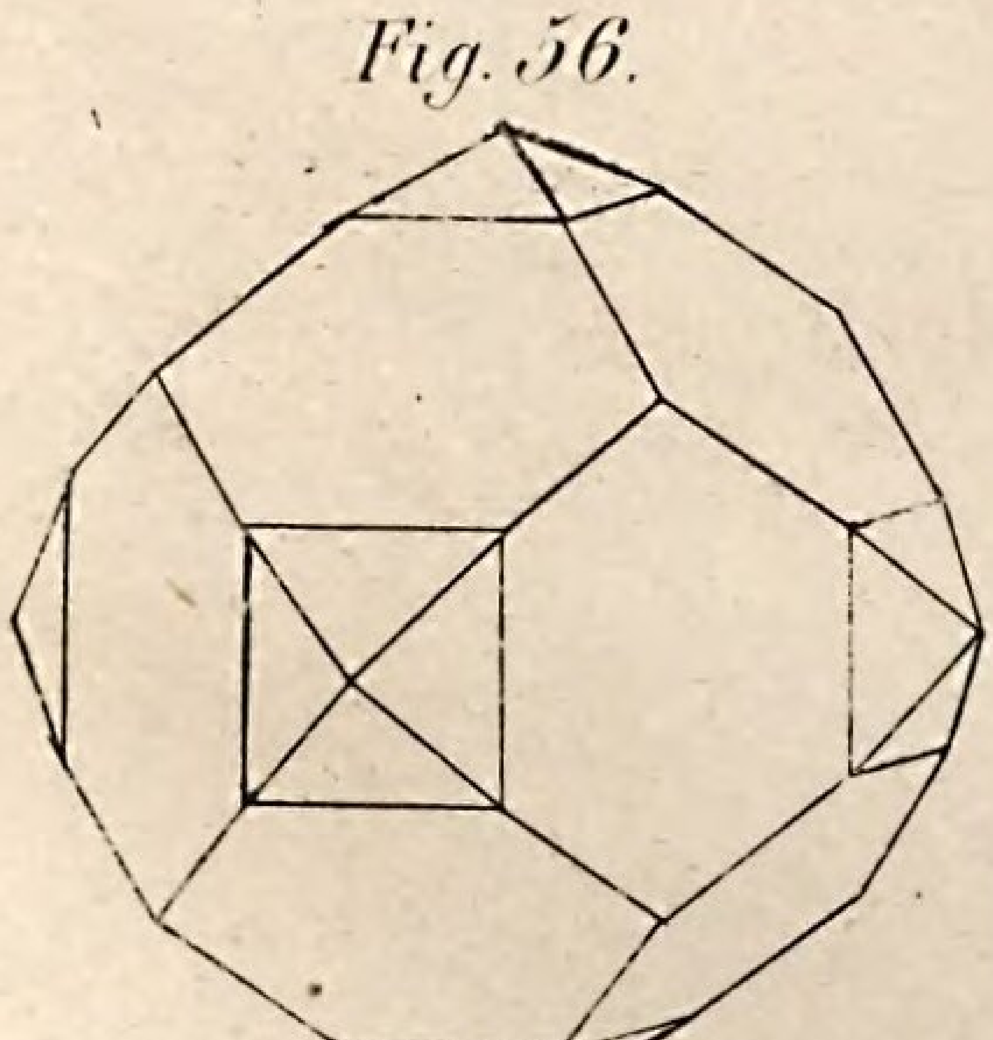


Fig. 57.

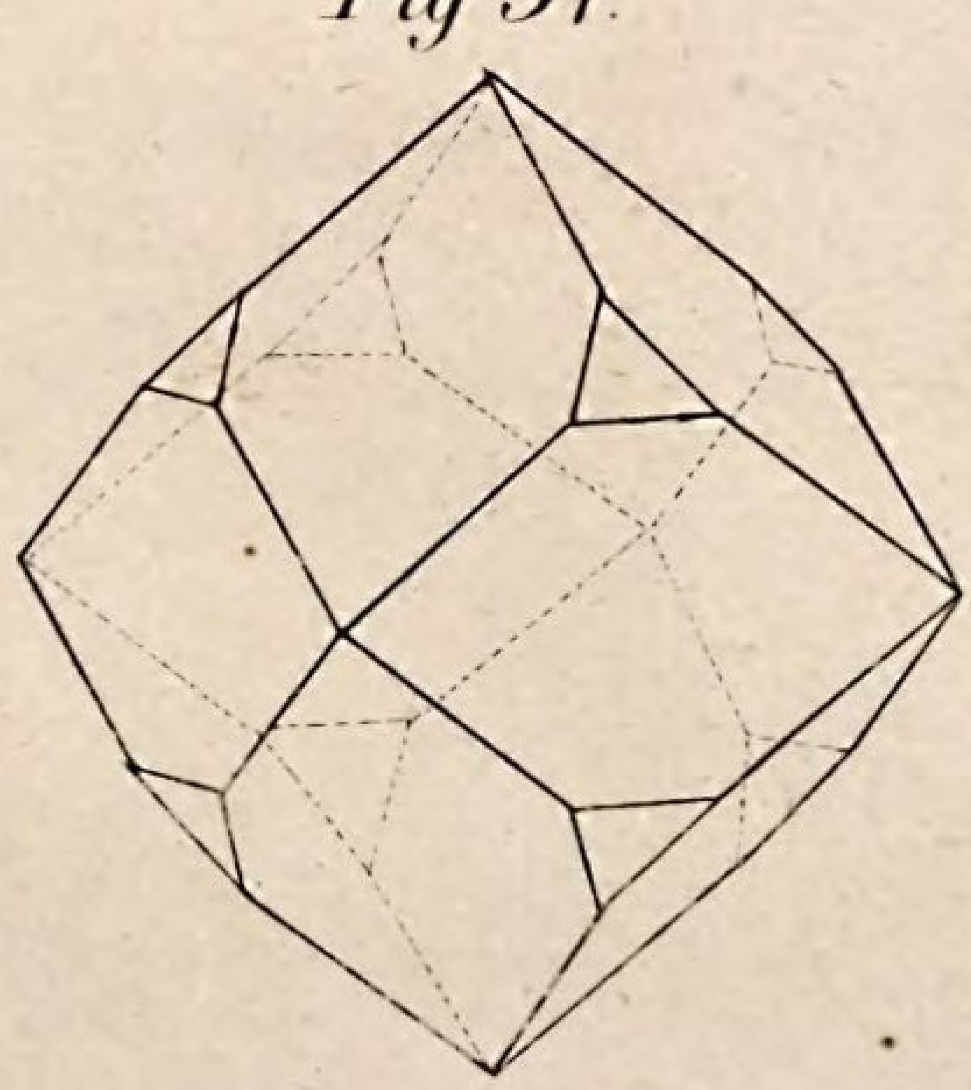


Fig. 58.

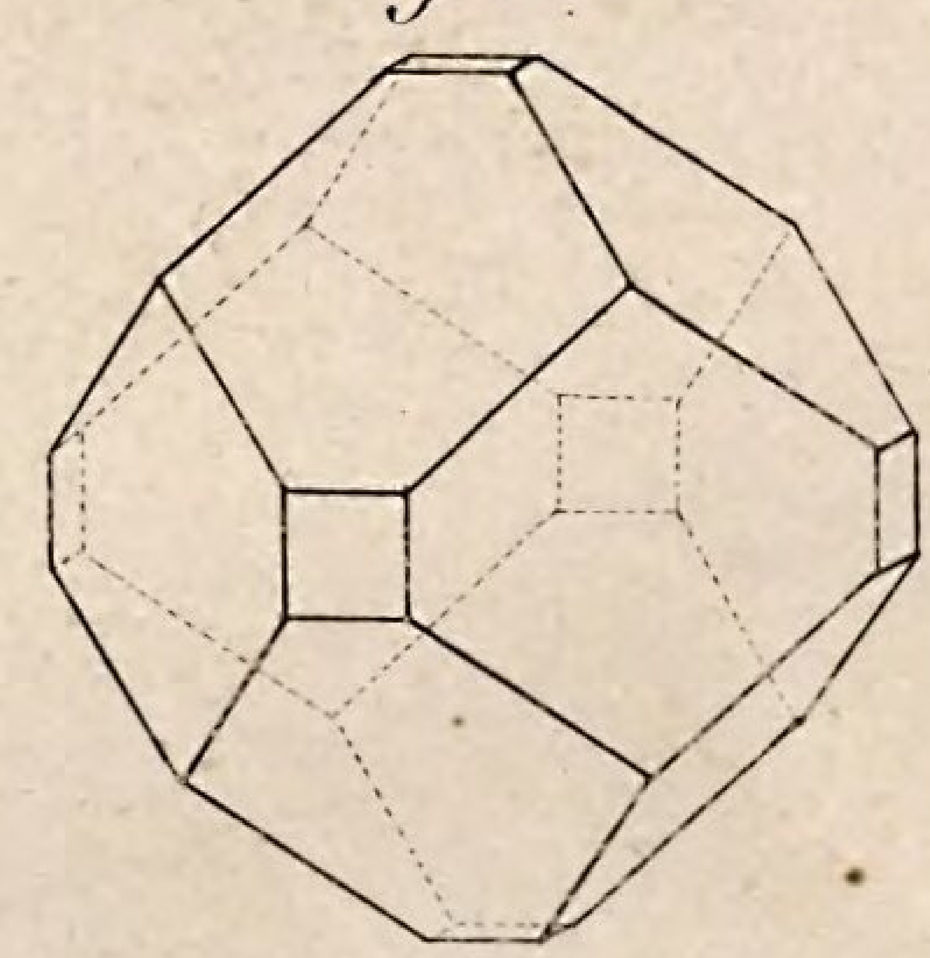


Fig. 59.

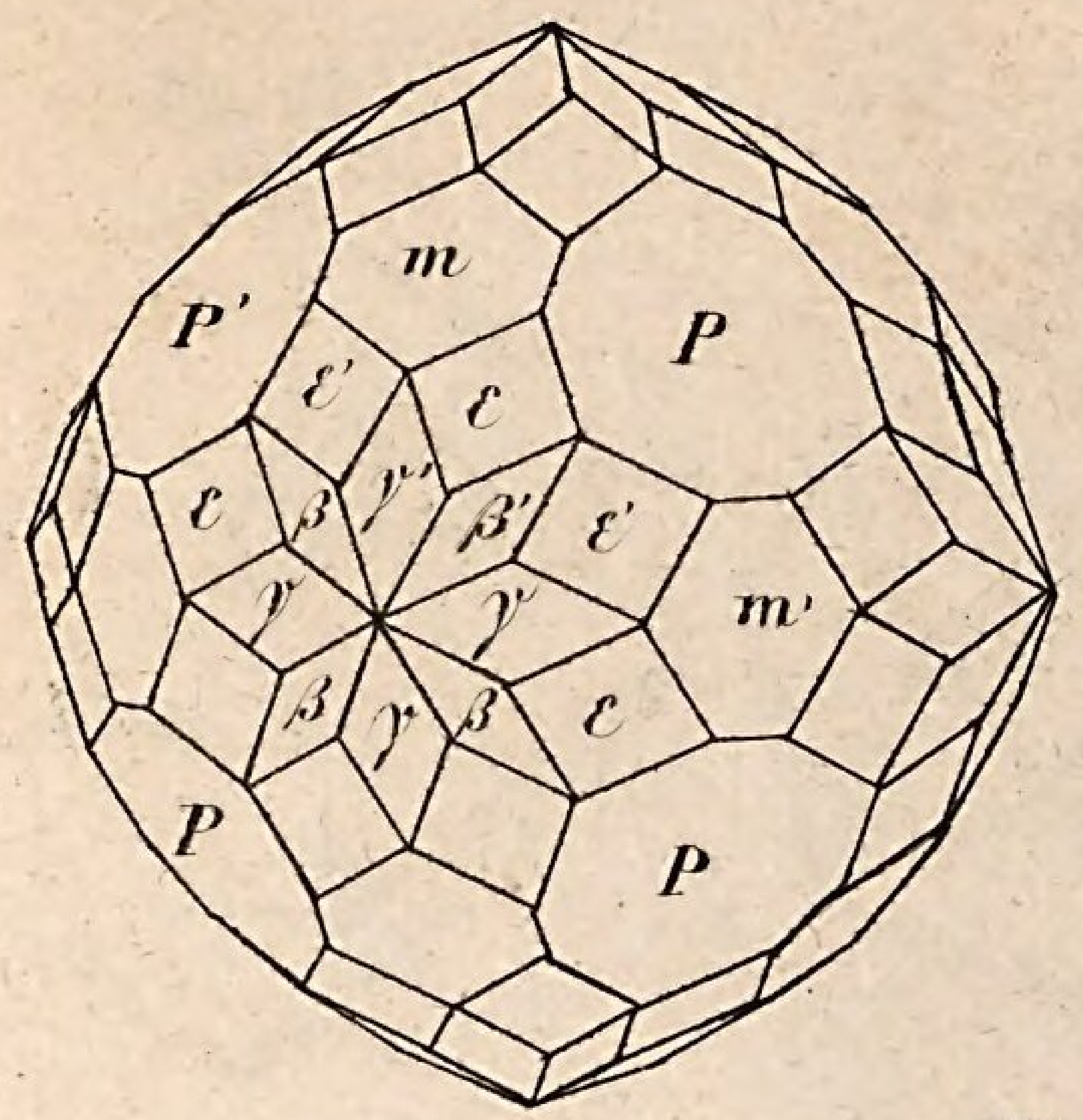


Fig. 60.

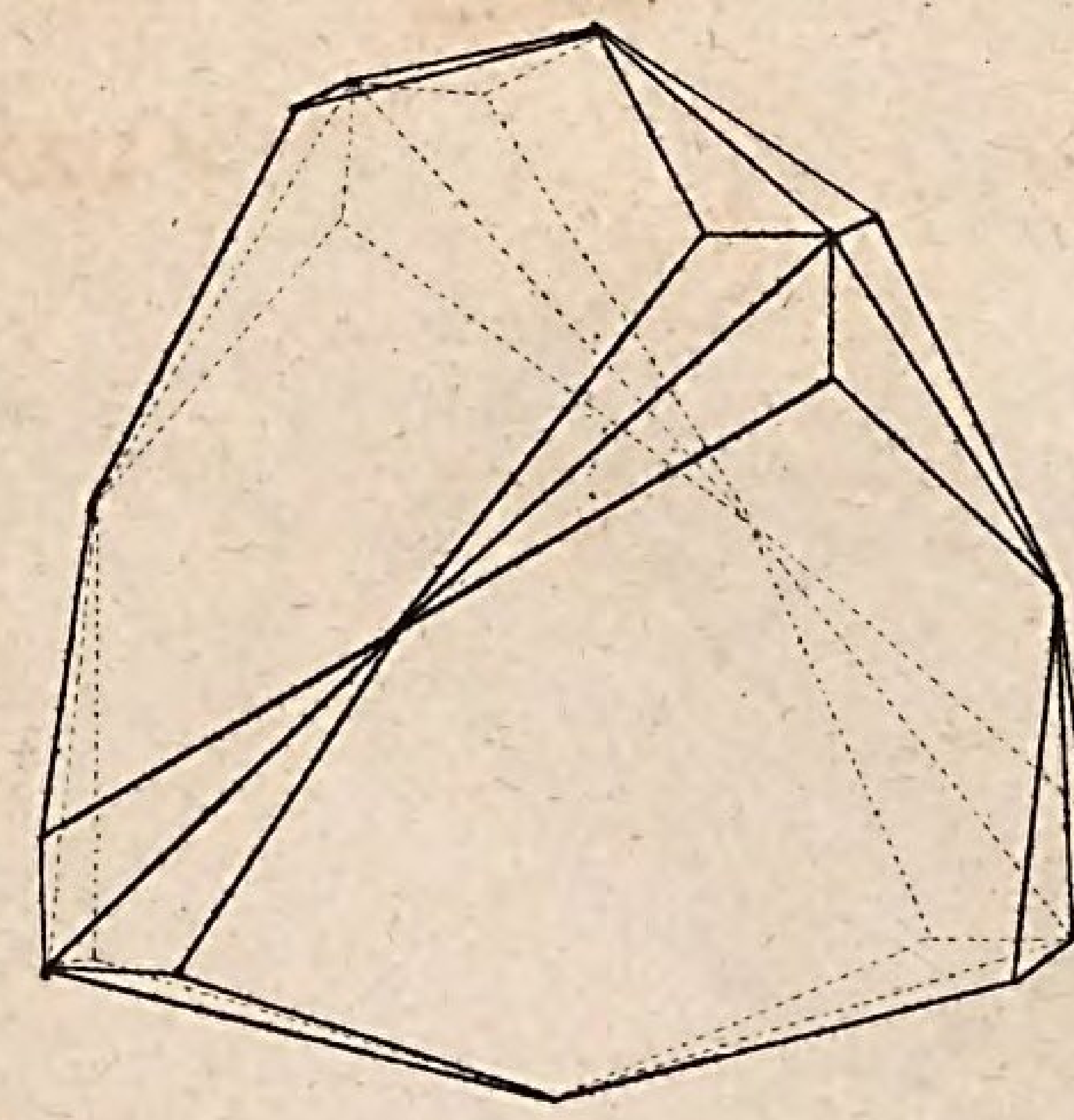


Fig. 61.

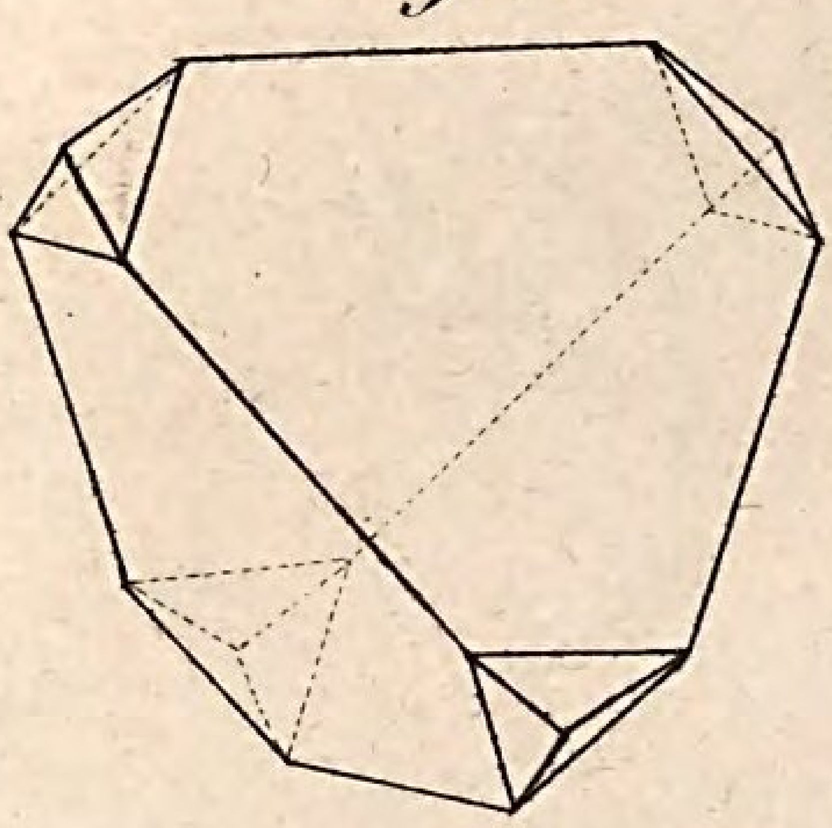


Fig. 62.

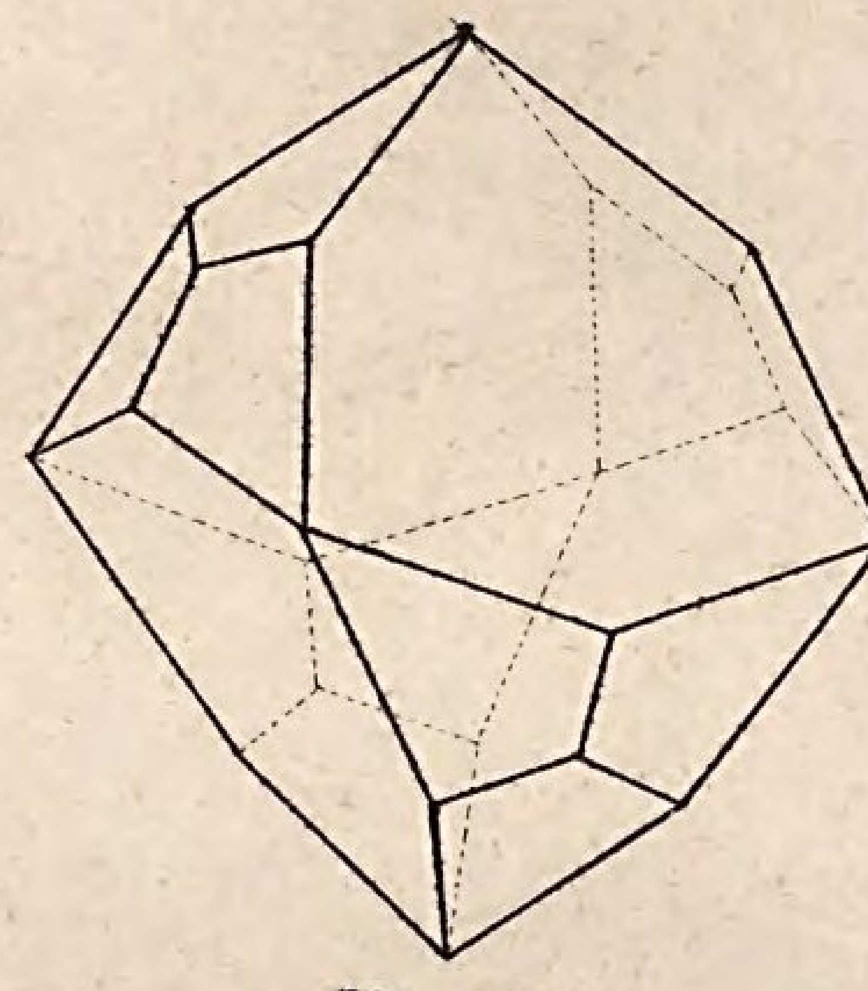


Fig. 63.

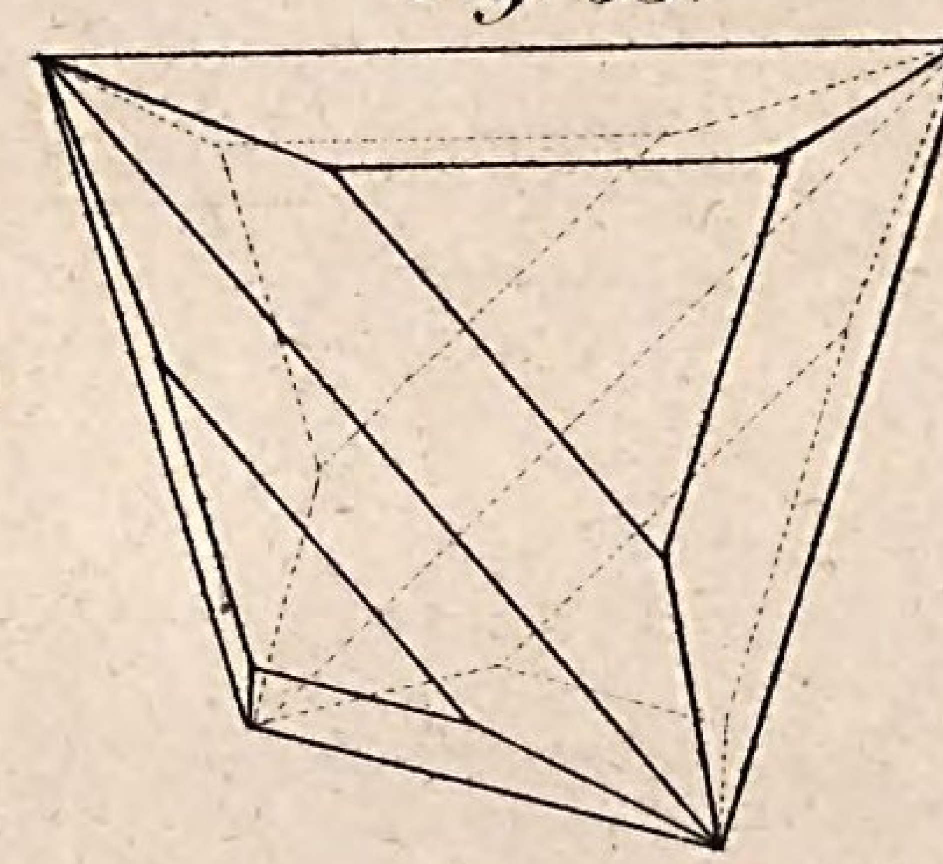


Fig. 64.

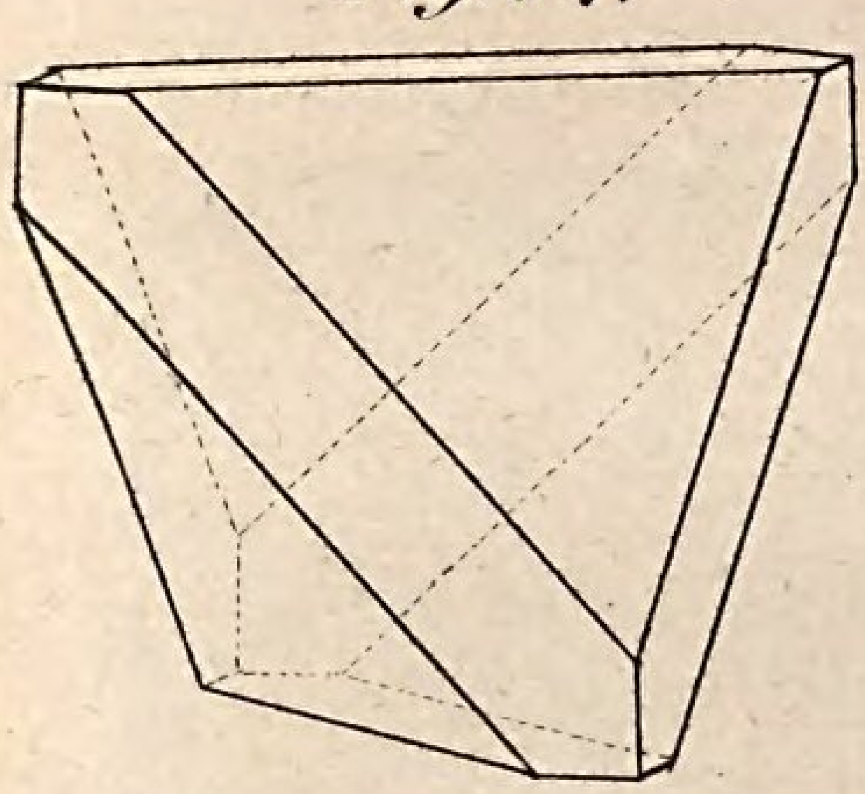


Fig. 66.

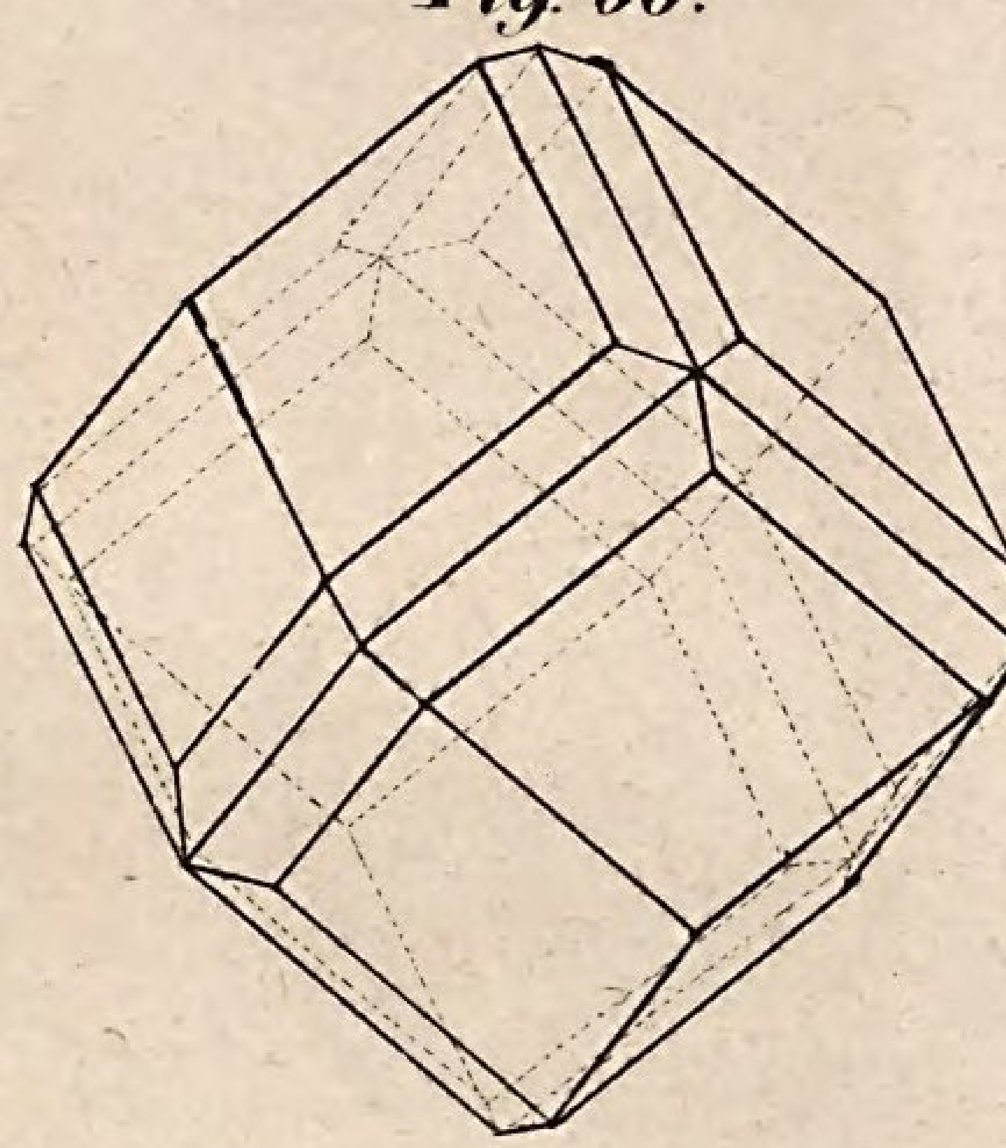


Fig. 65.

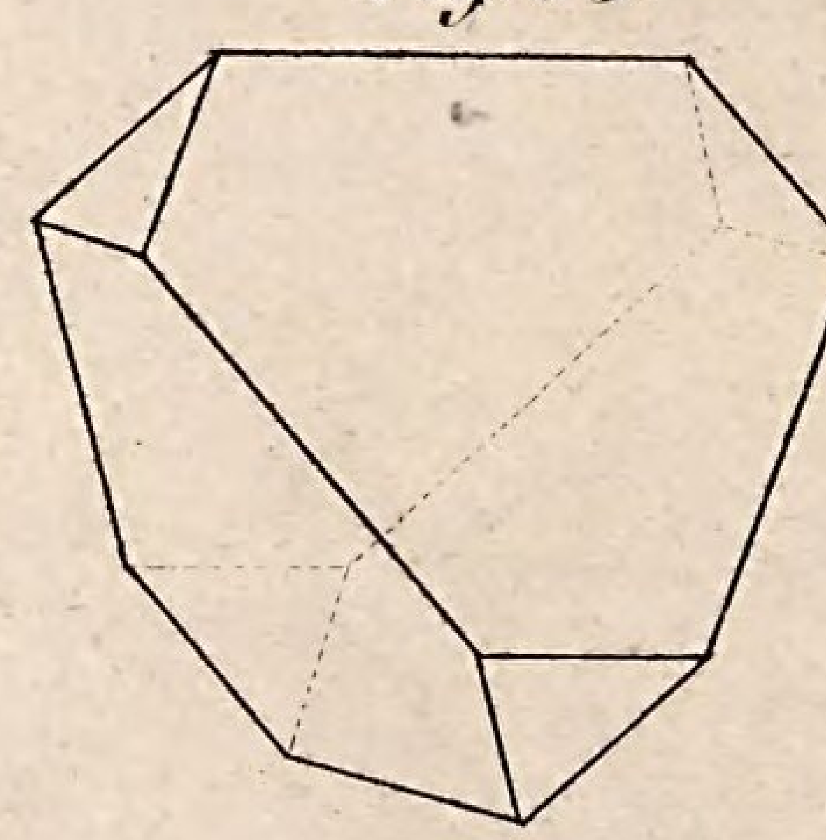


Fig. 67.

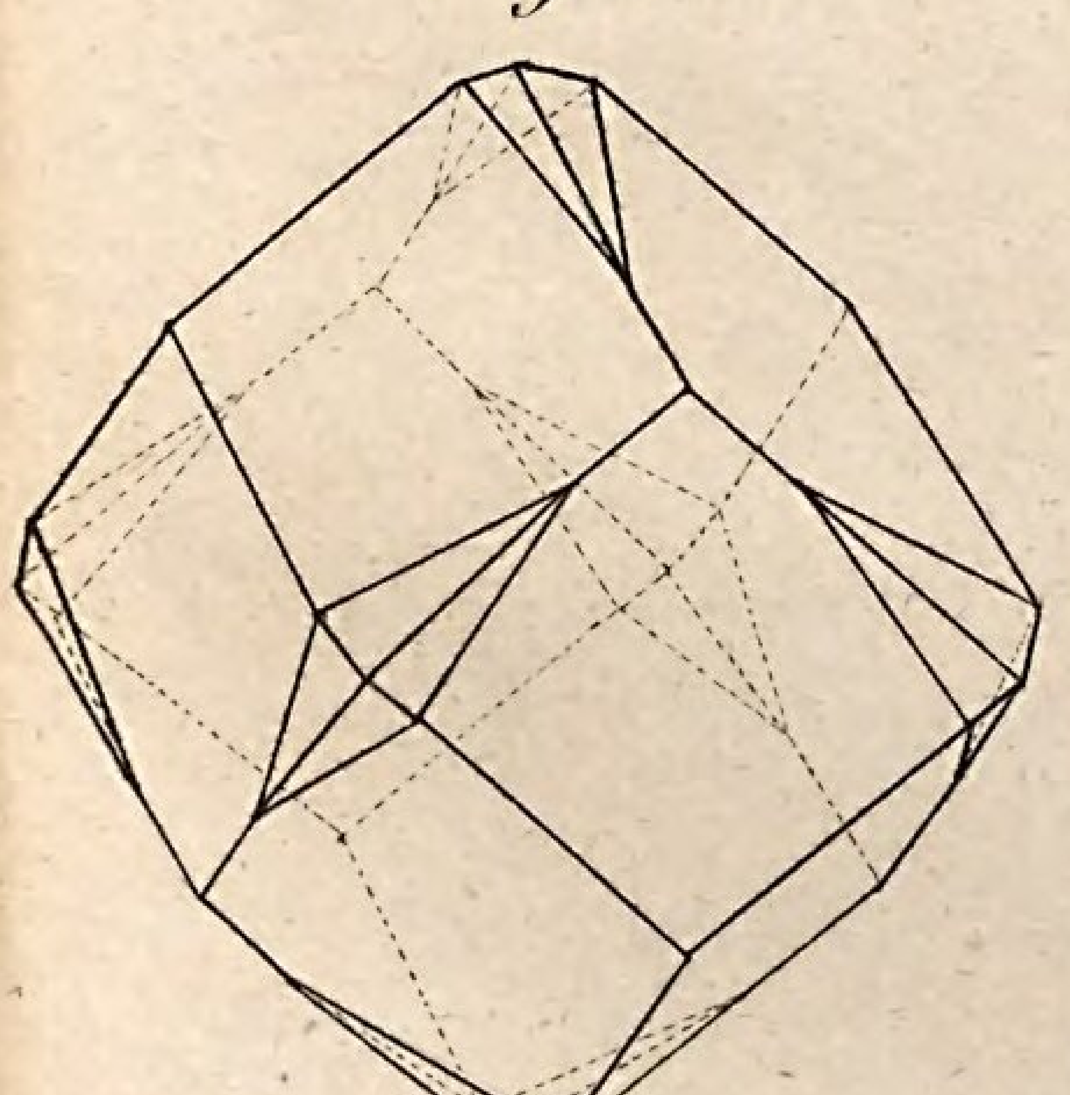


Fig. 69.

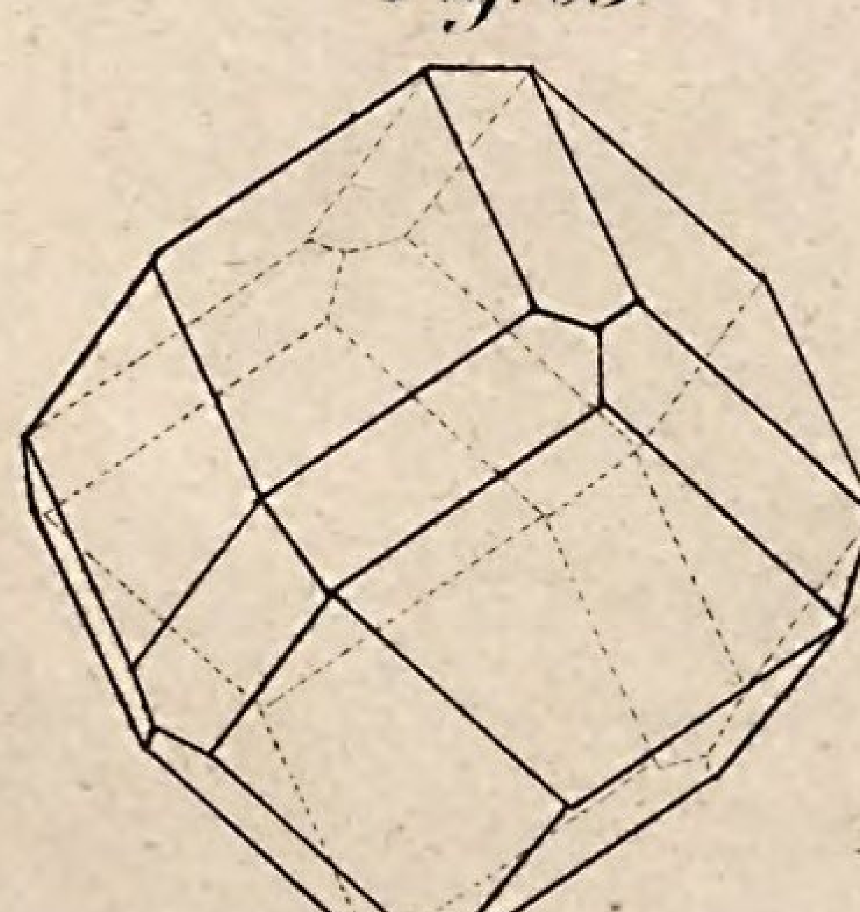


Fig. 68.

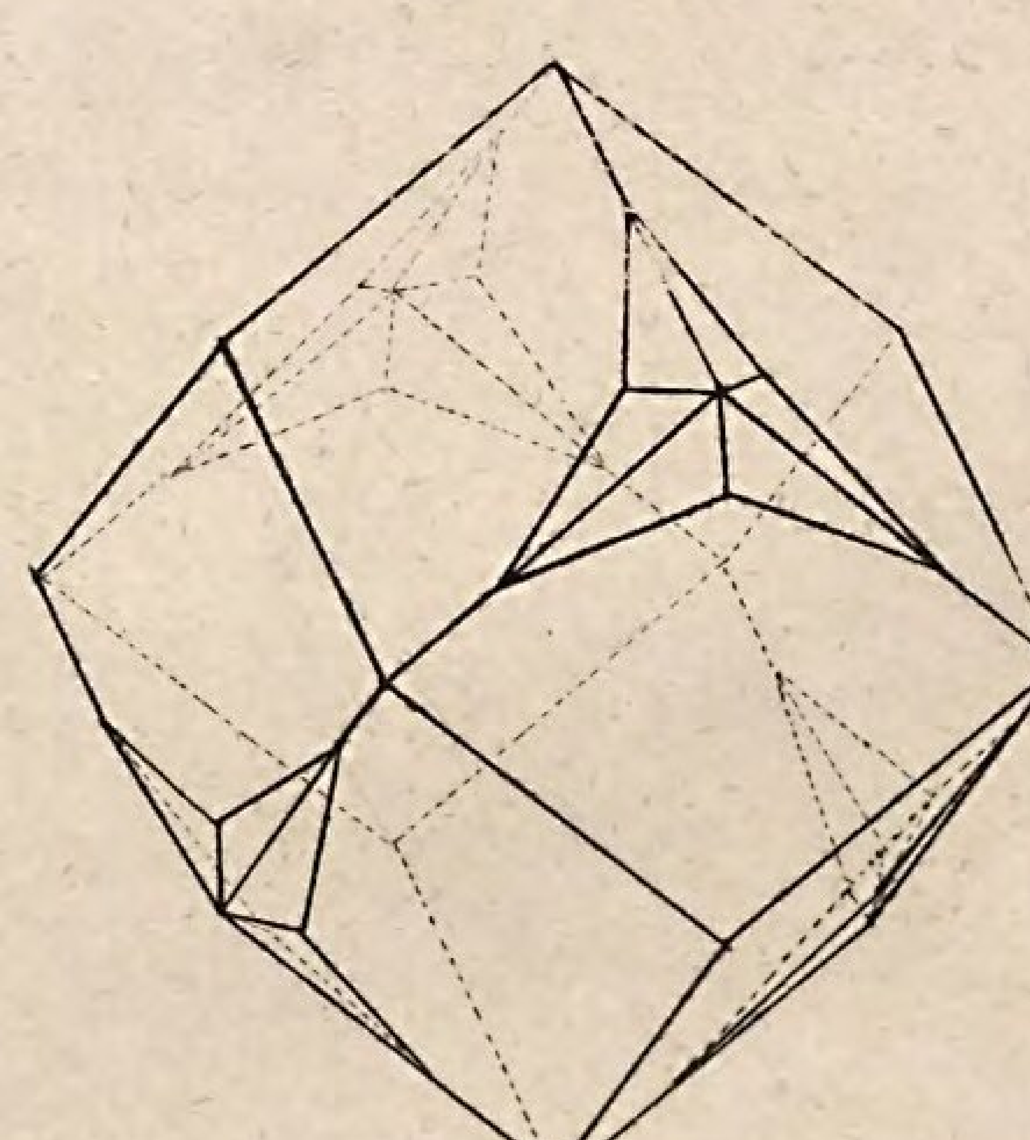


Fig. 71.

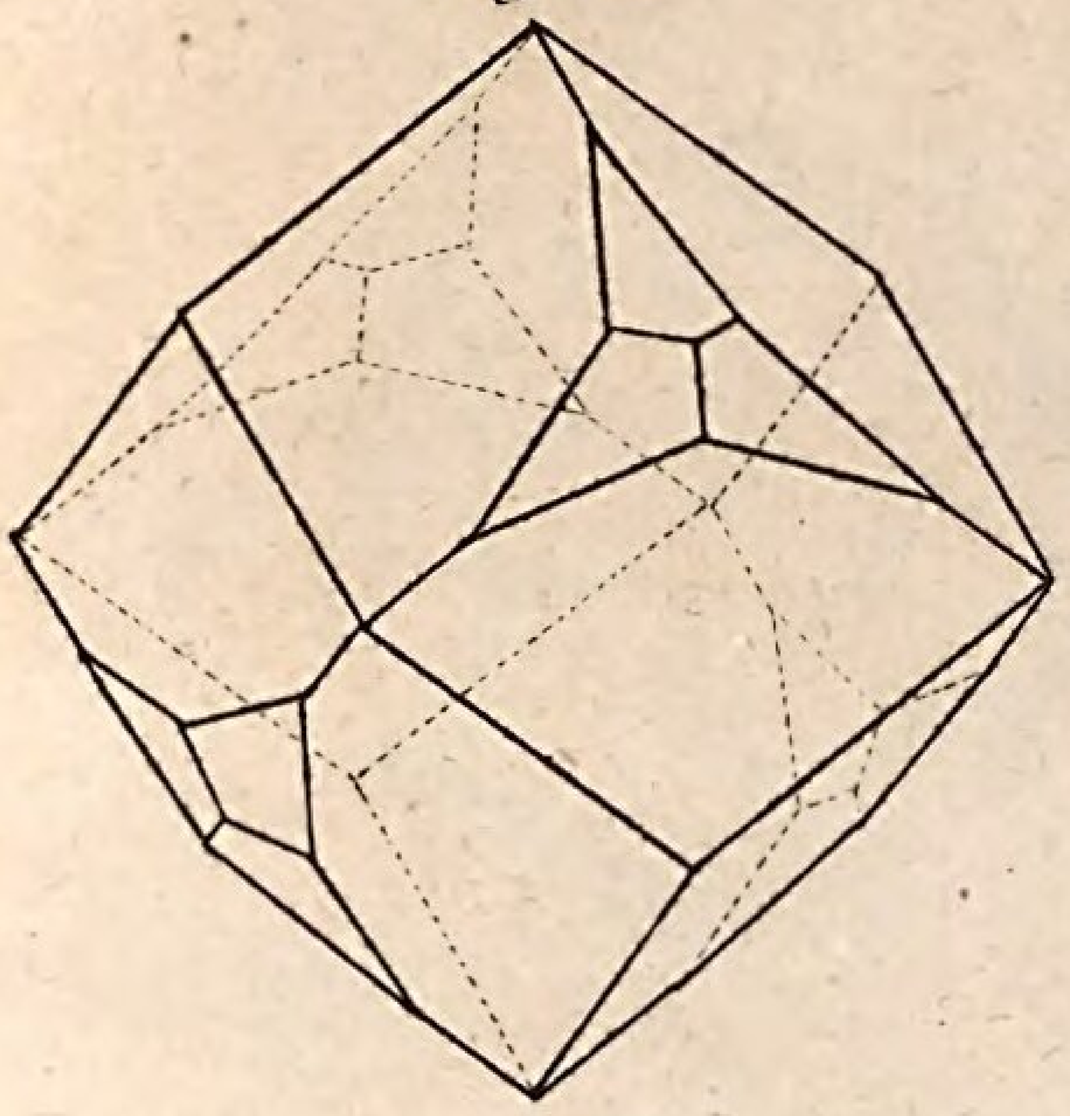


Fig. 70.

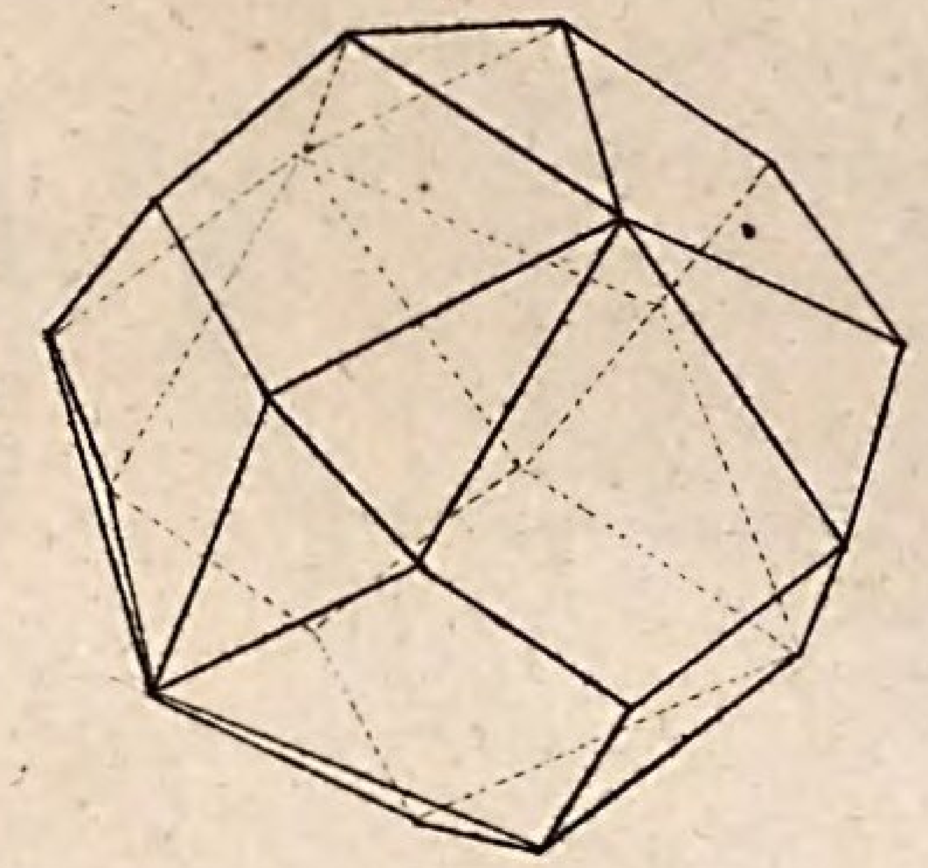


Fig. 72.

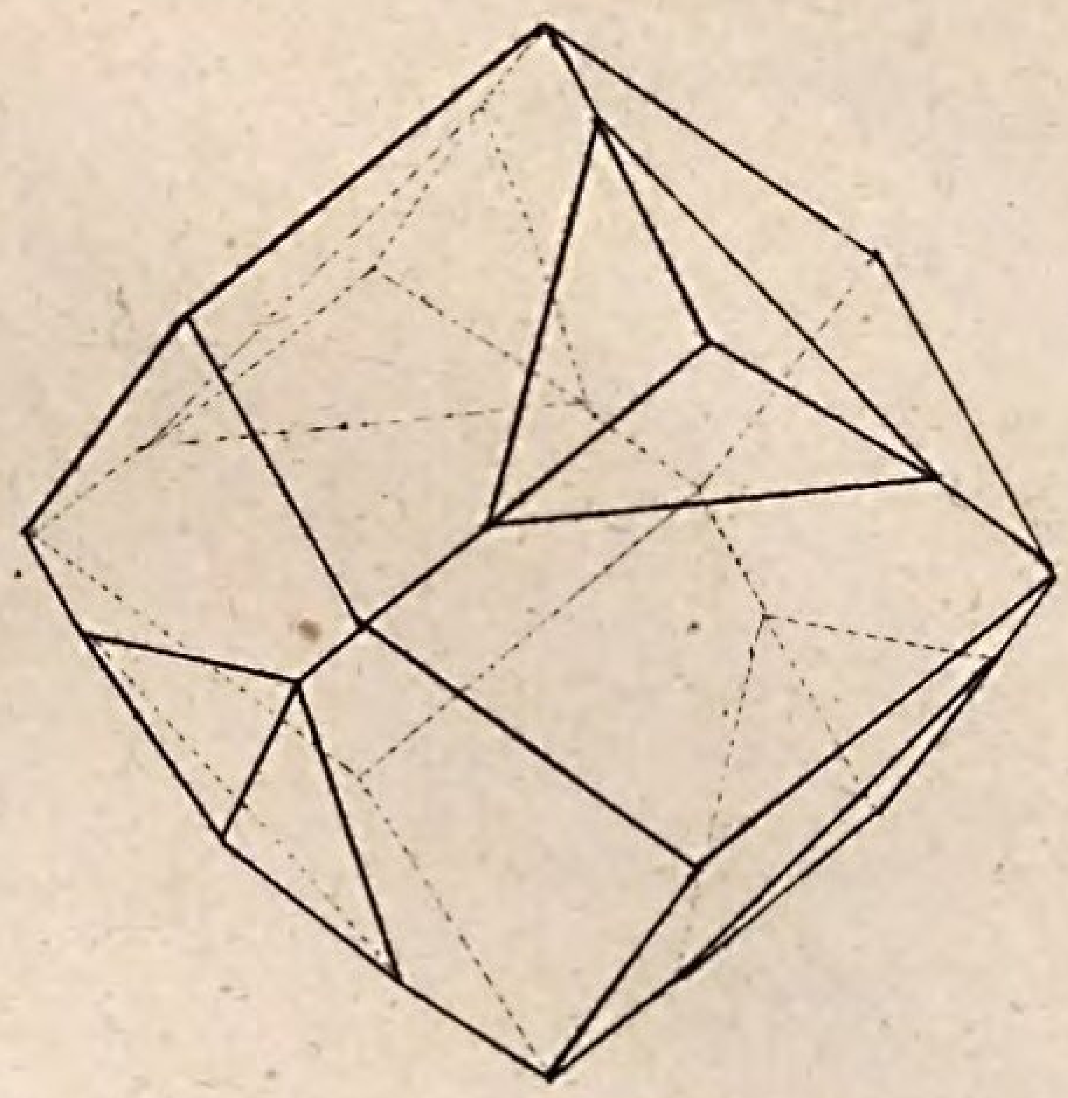


Fig. 73.

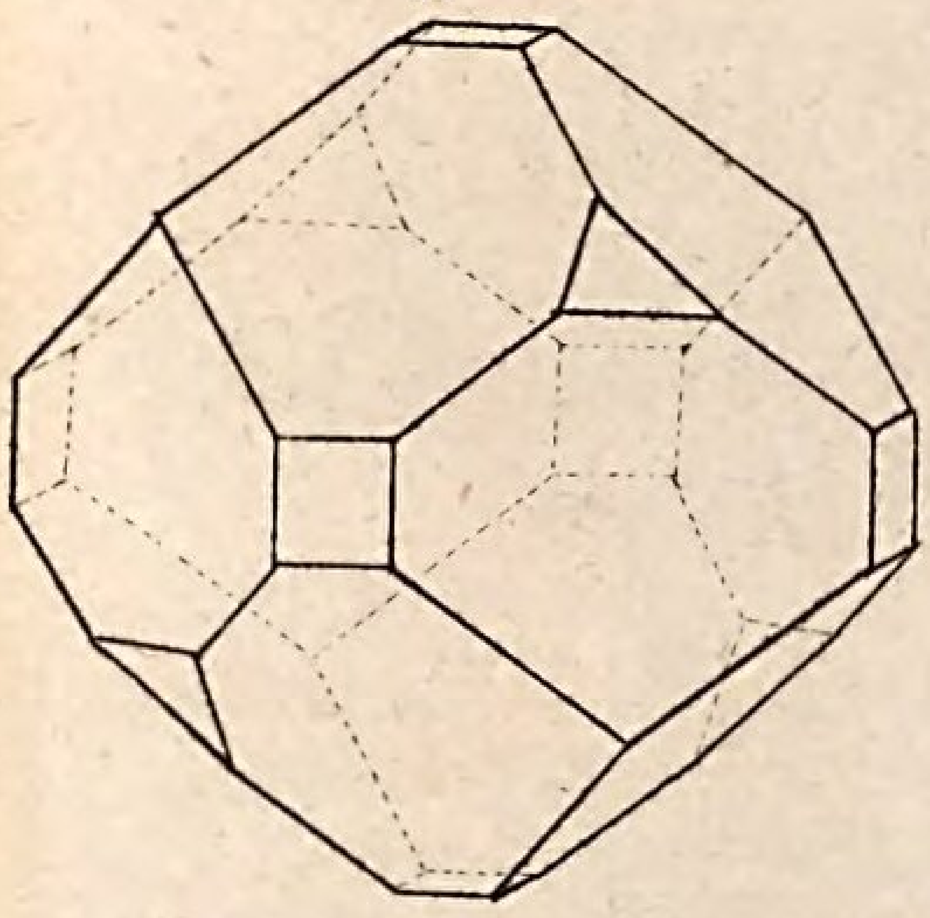


Fig. 74.

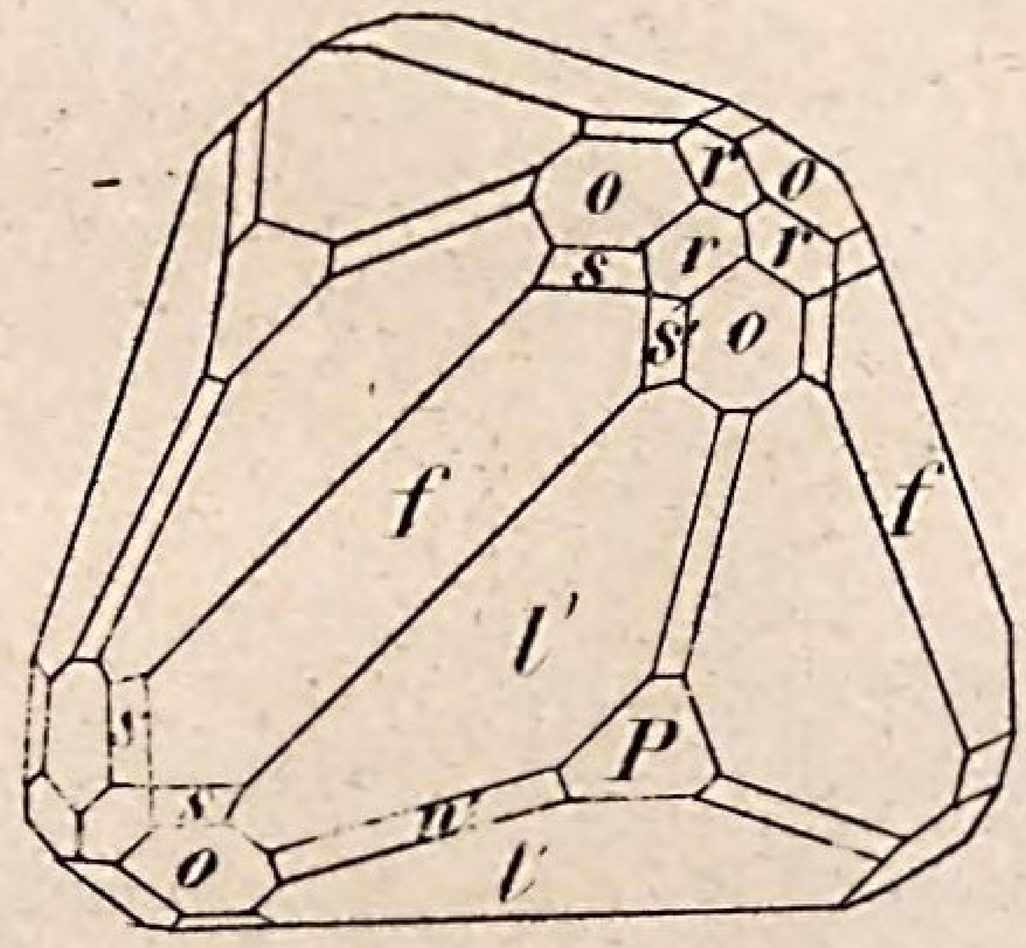


Fig. 75.

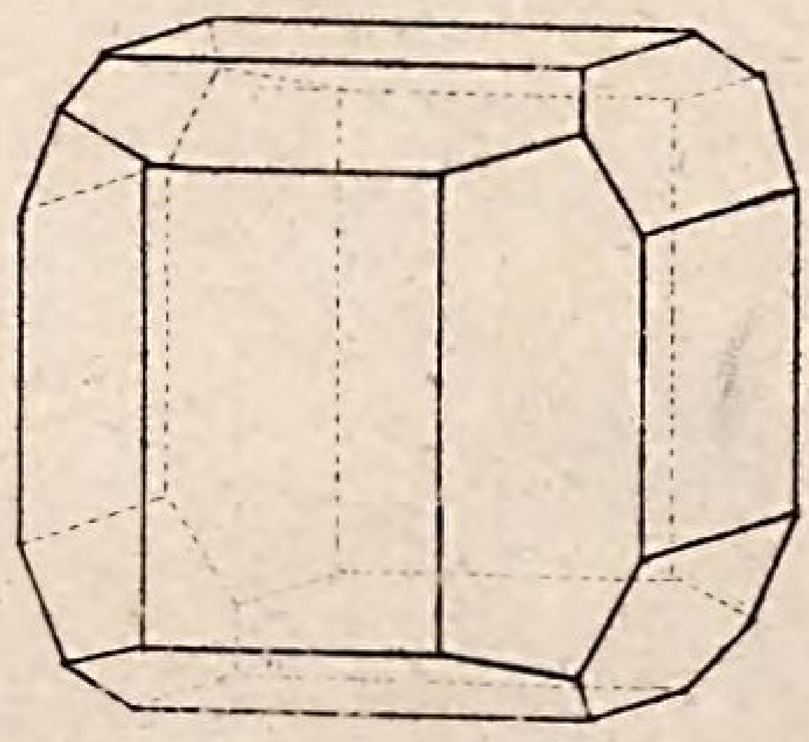


Fig. 76.

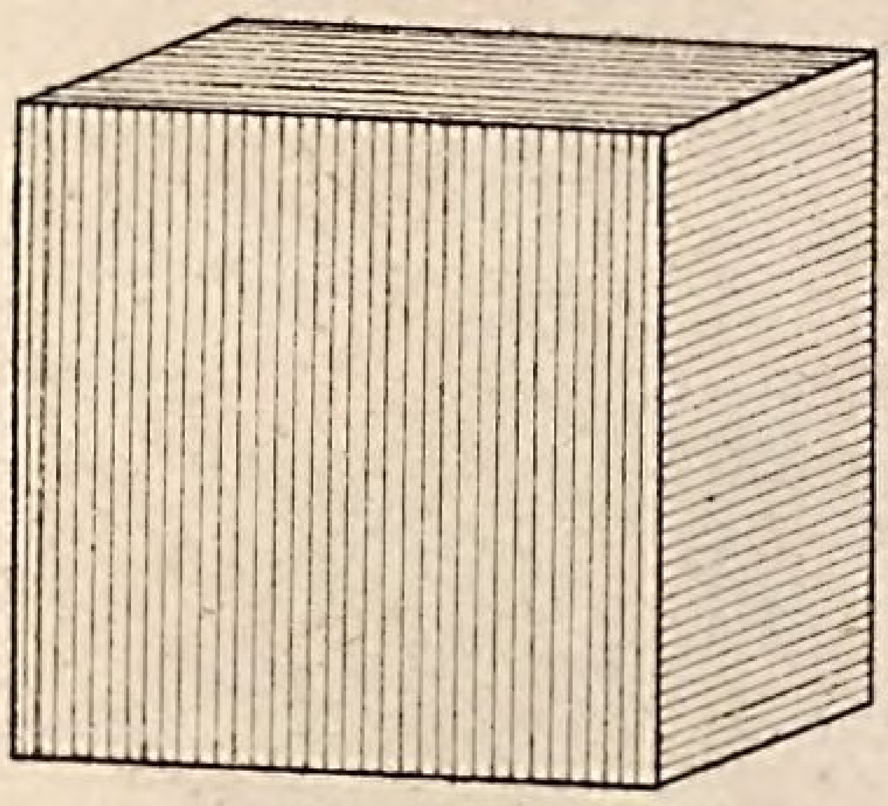


Fig. 77.

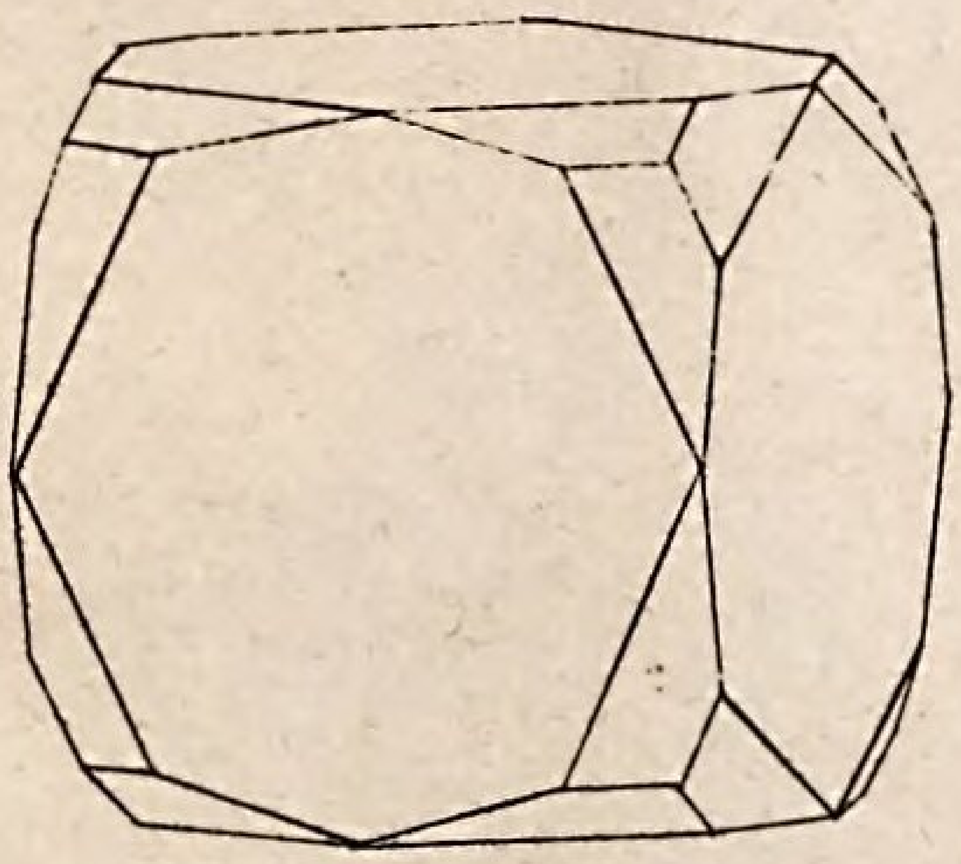


Fig. 79.

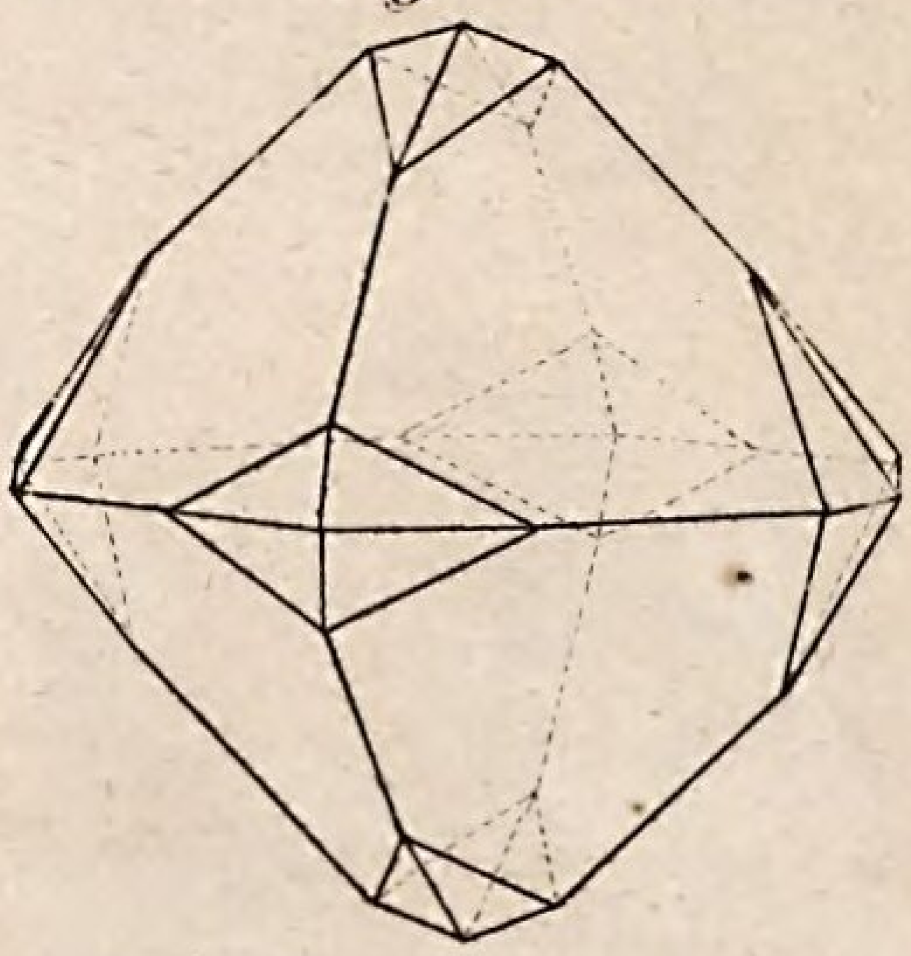


Fig. 78.

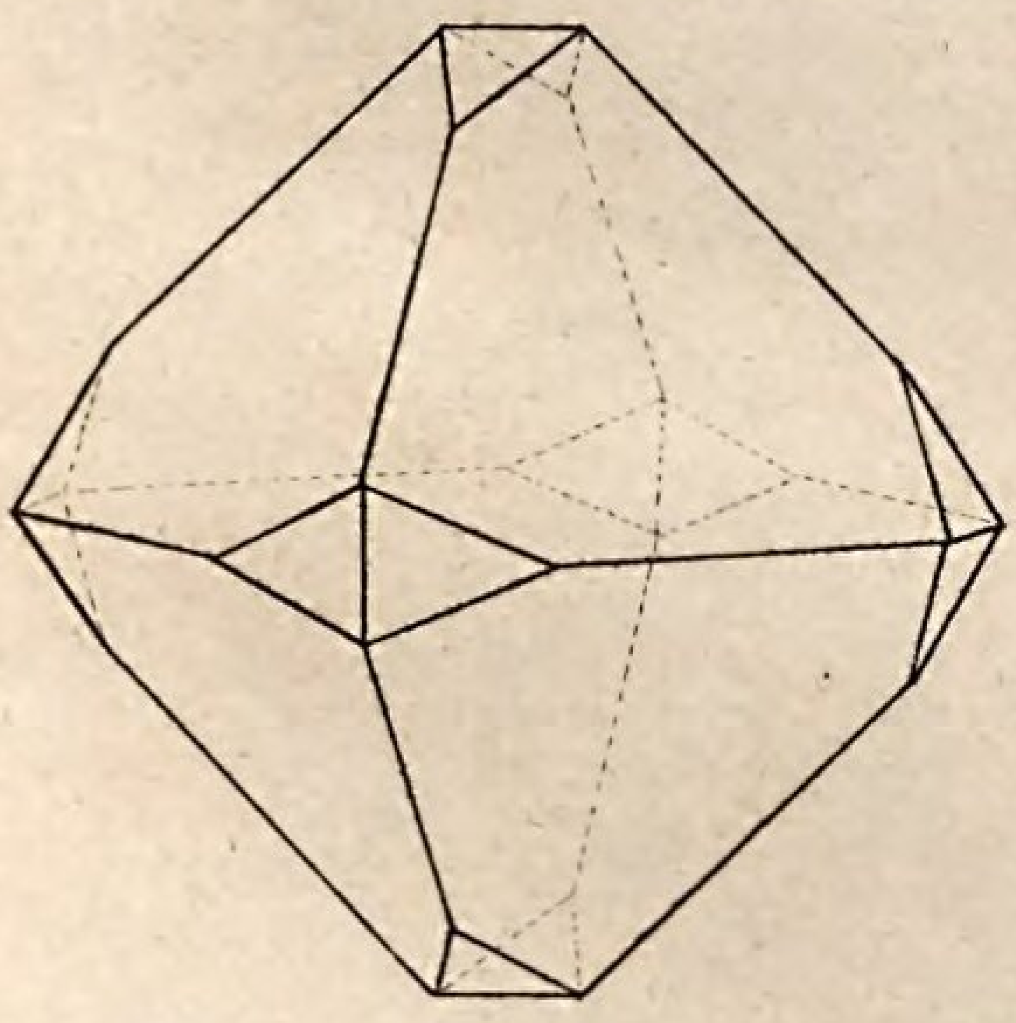


Fig. 80.

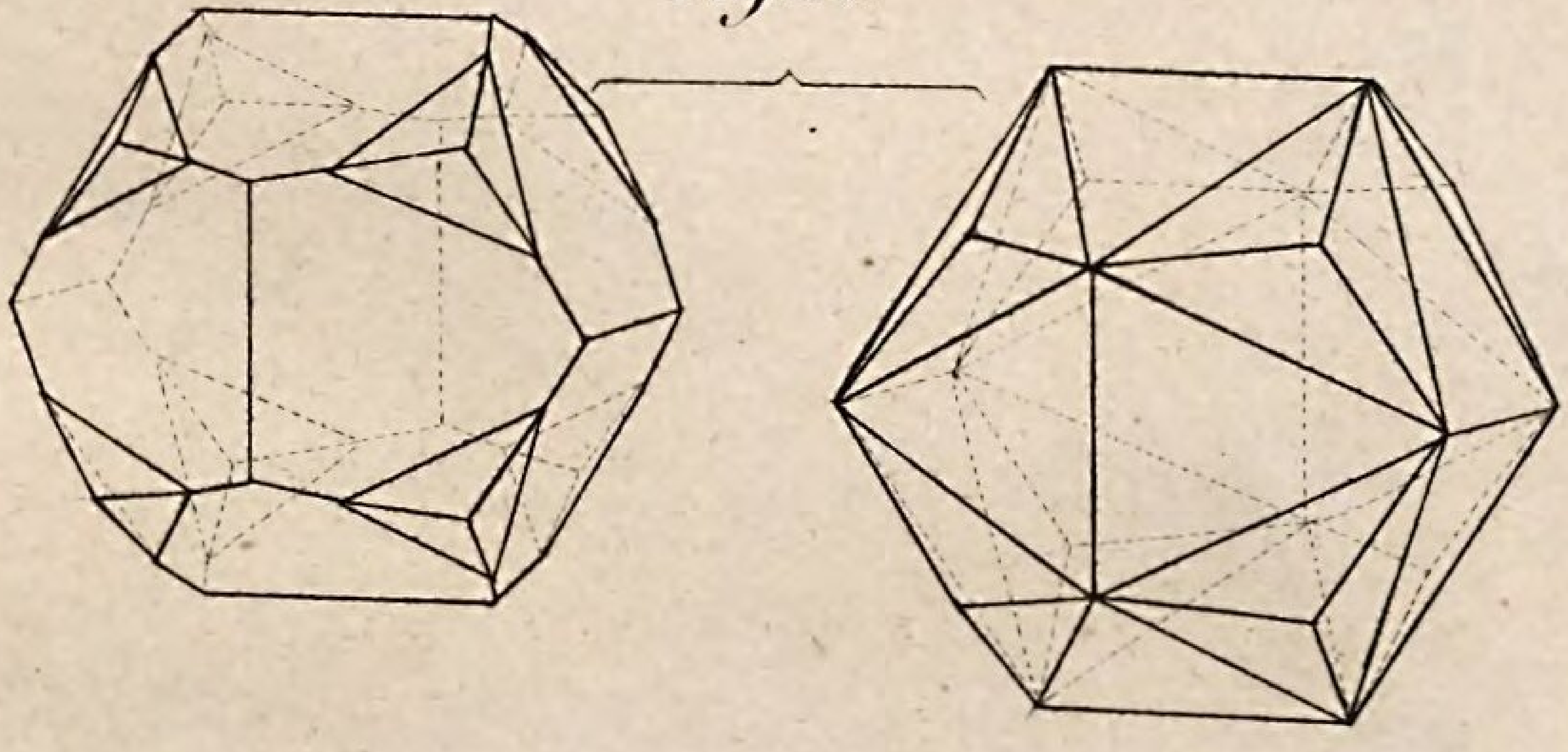


Fig. 82.

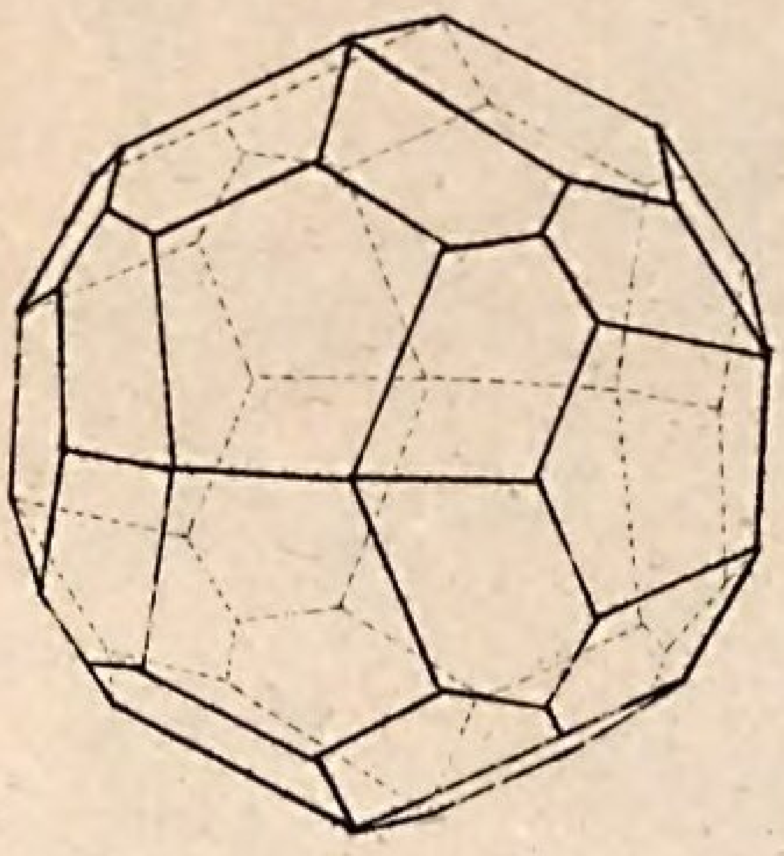


Fig. 81.

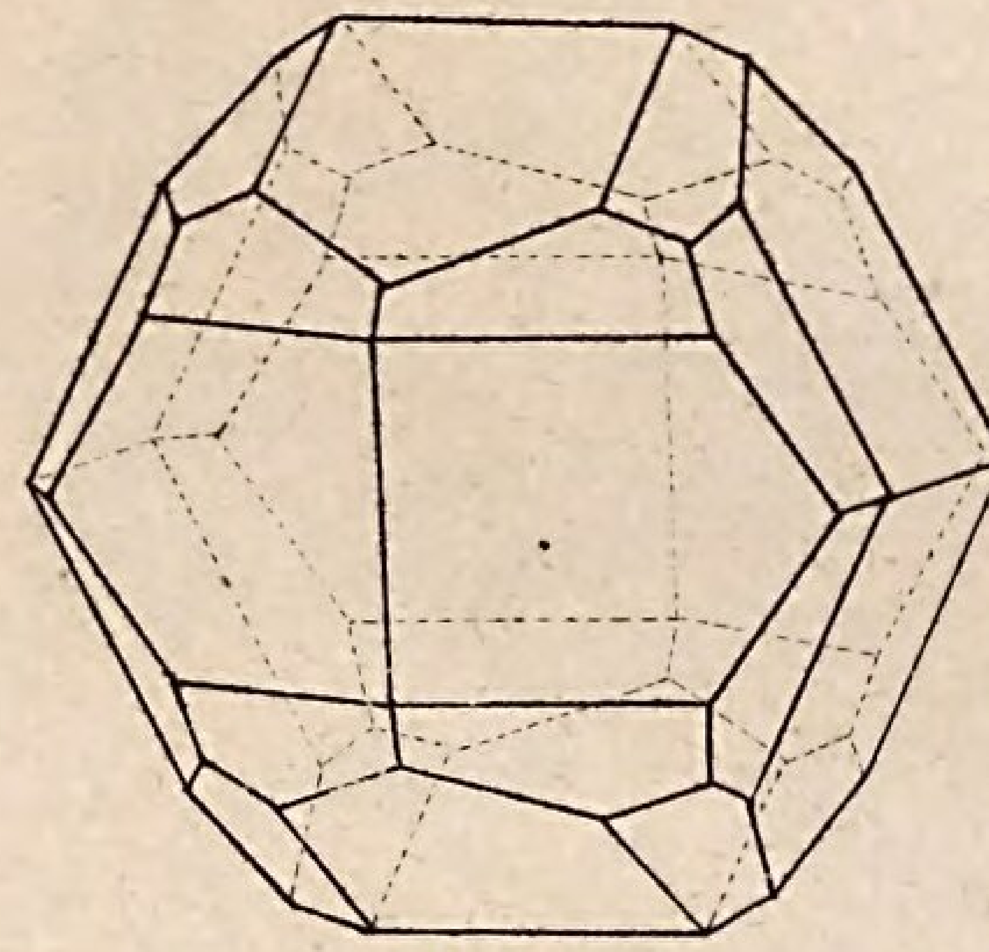


Fig. 83.

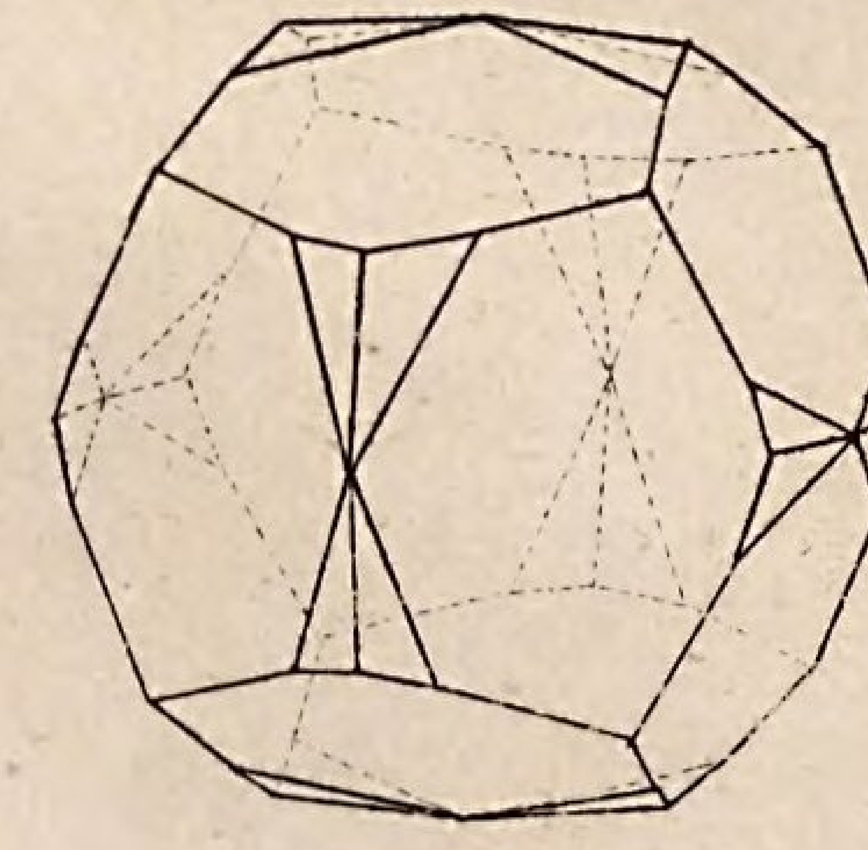


Fig. 84.

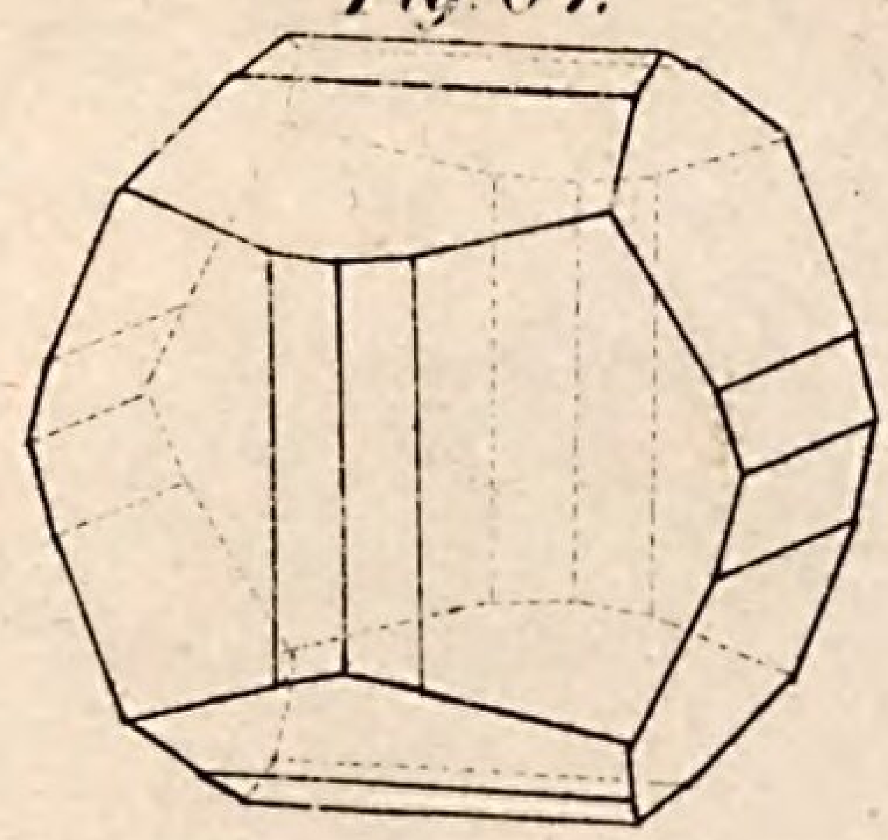


Fig. 85.

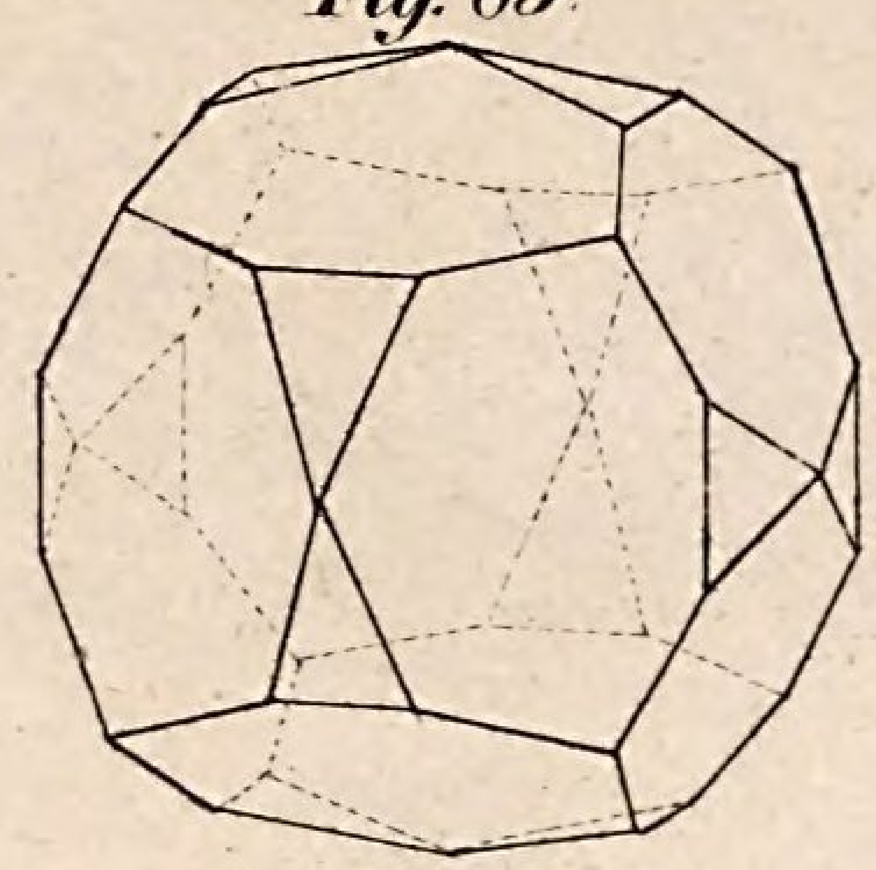


Fig. 86.

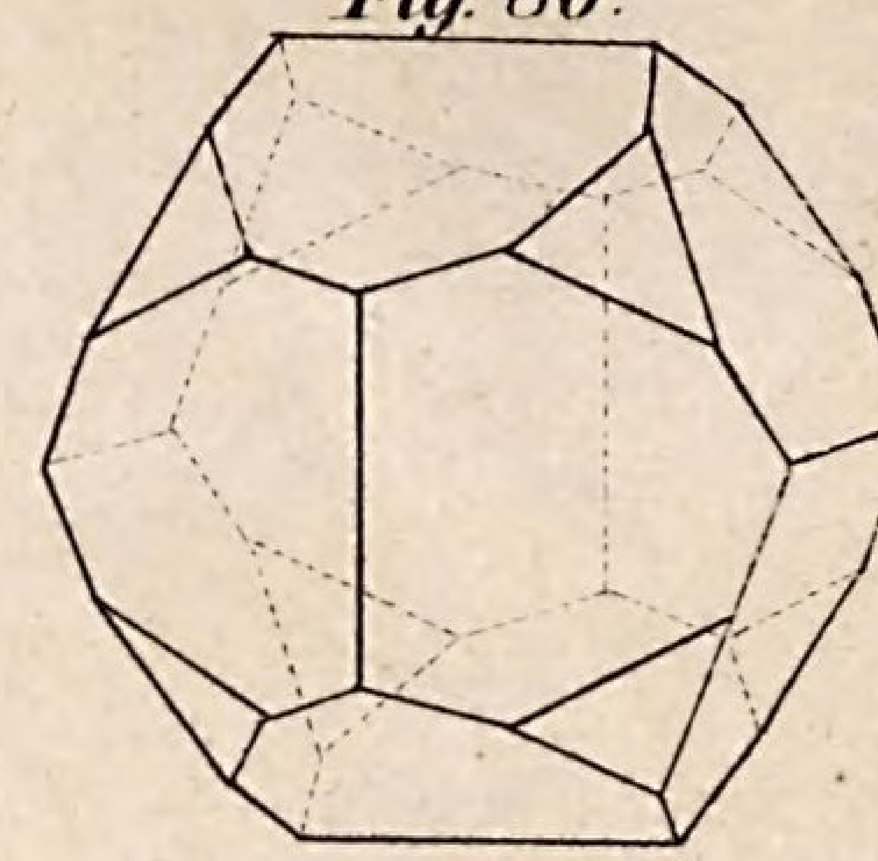


Fig. 87.

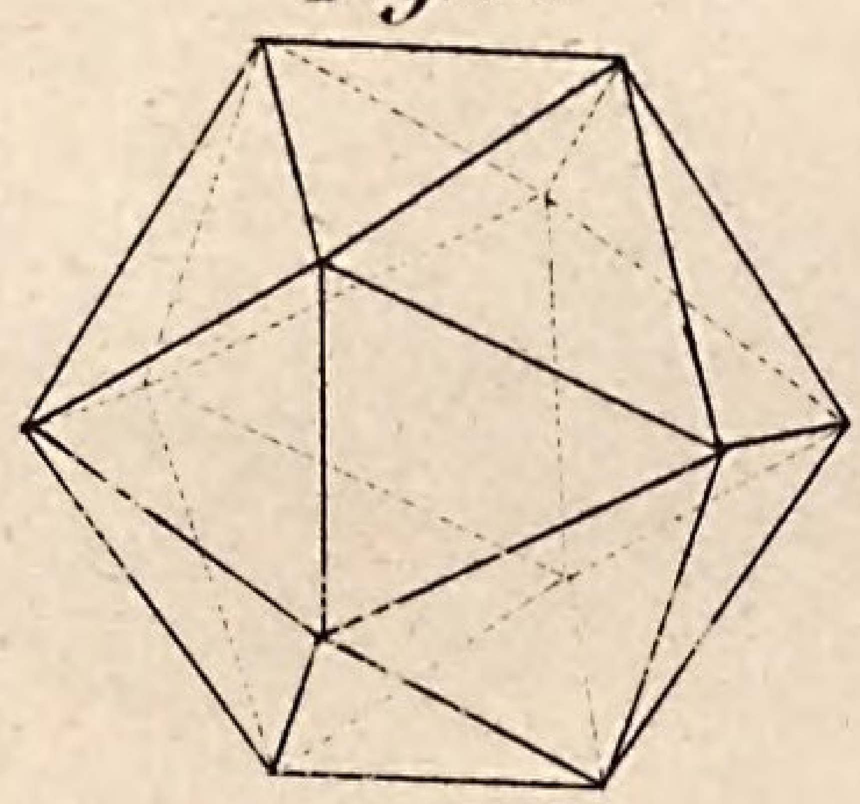


Fig. 89.

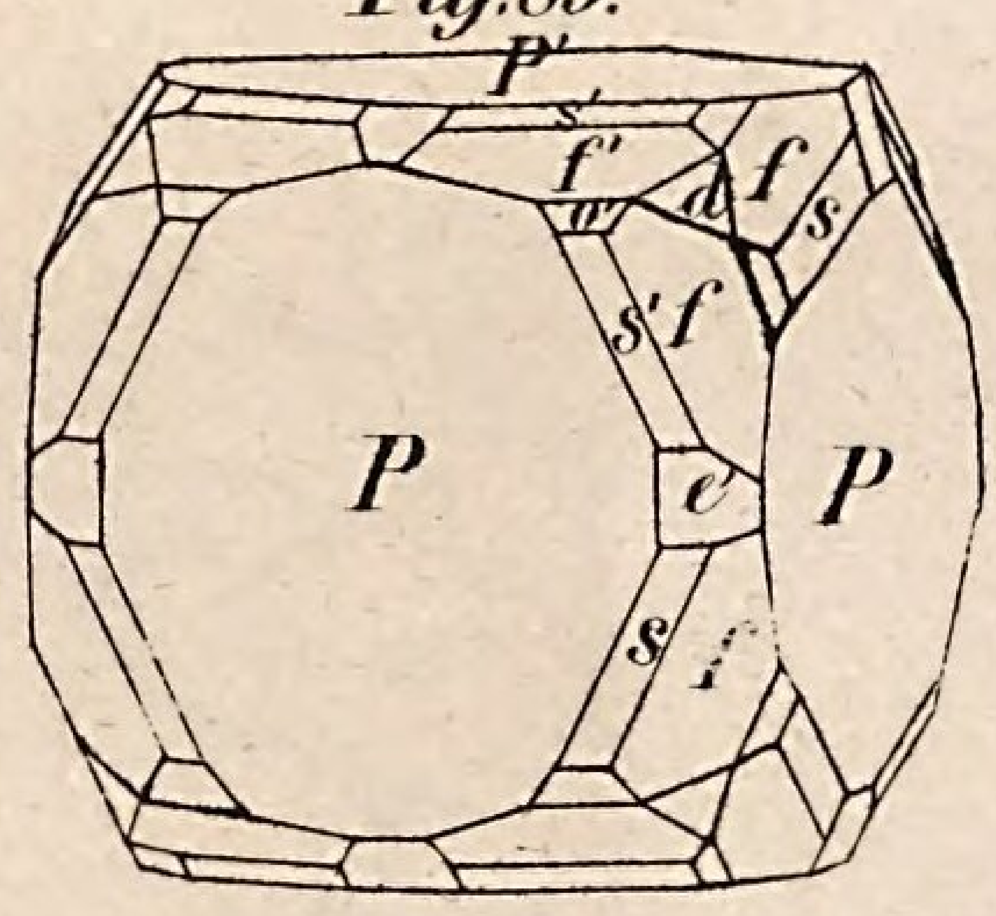


Fig. 88.

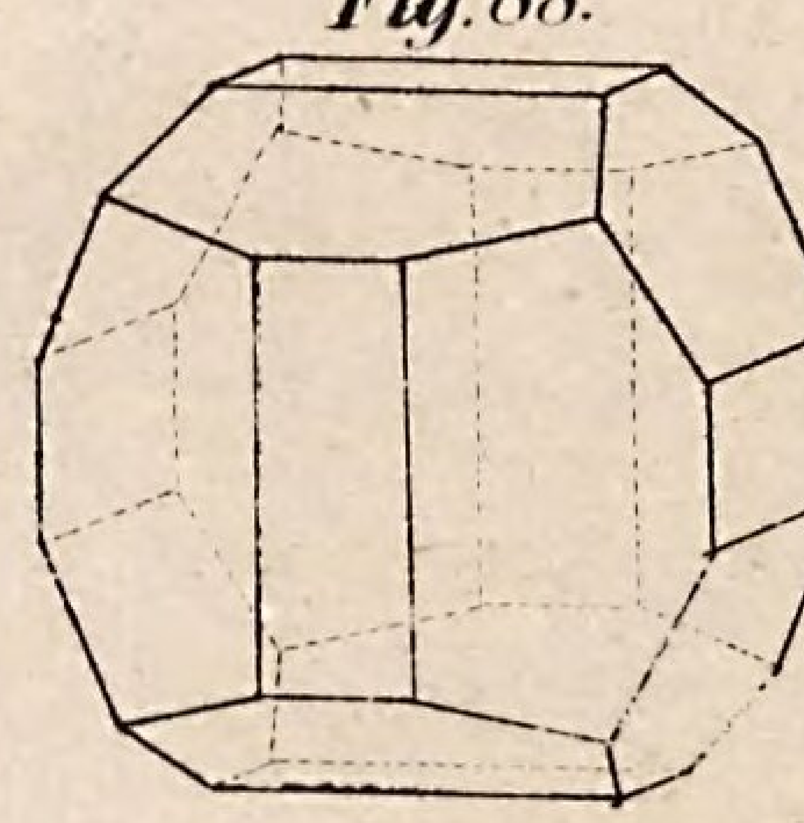


Fig. 90.

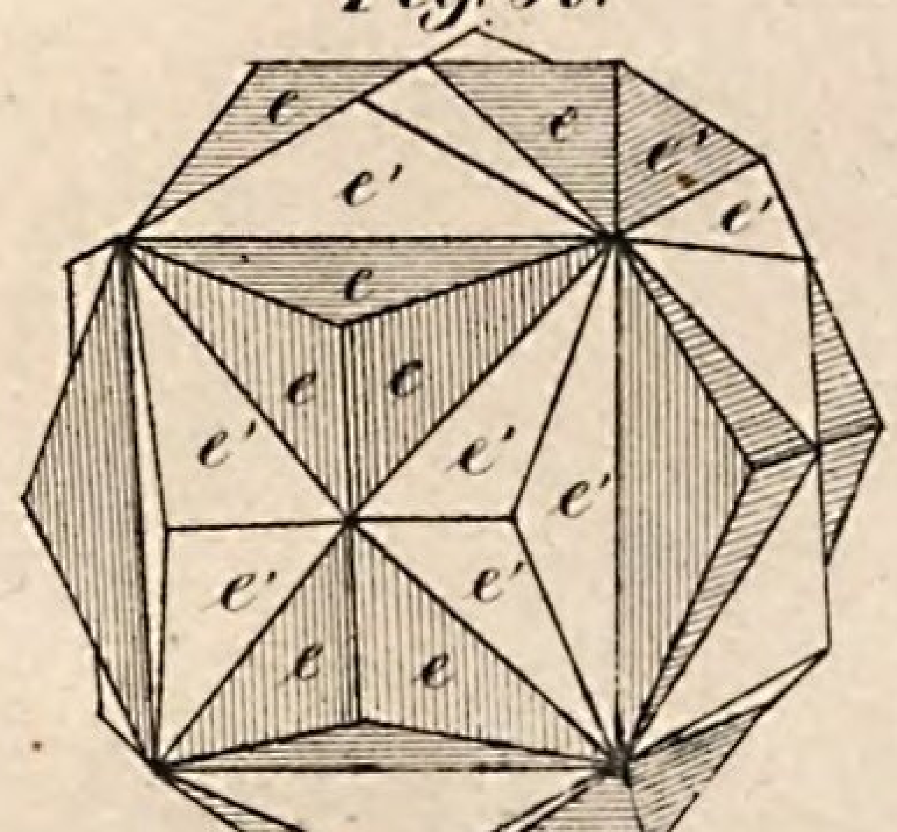


Fig 91.

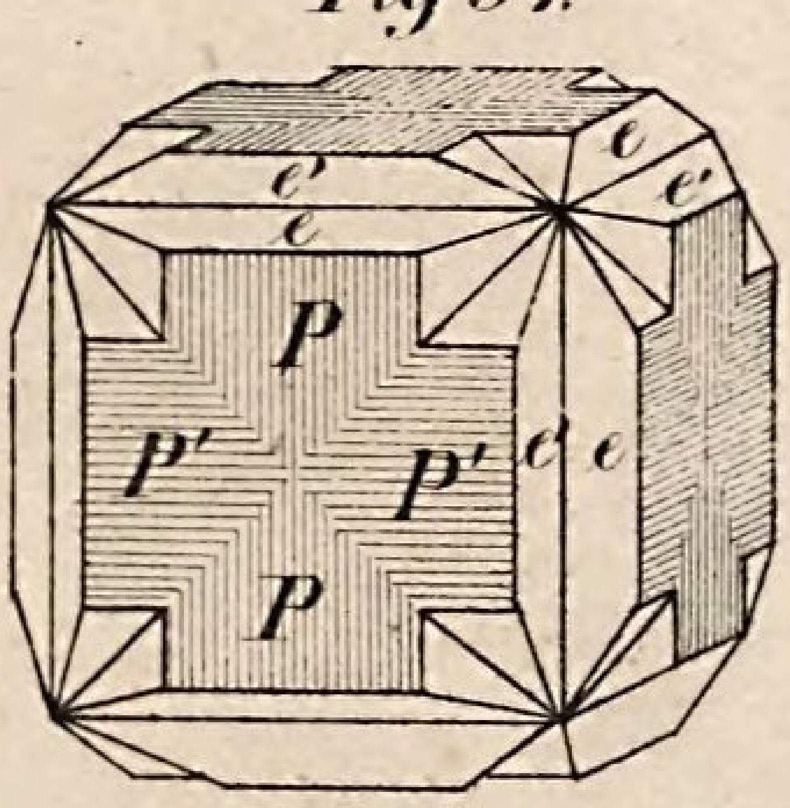


Fig. 92.

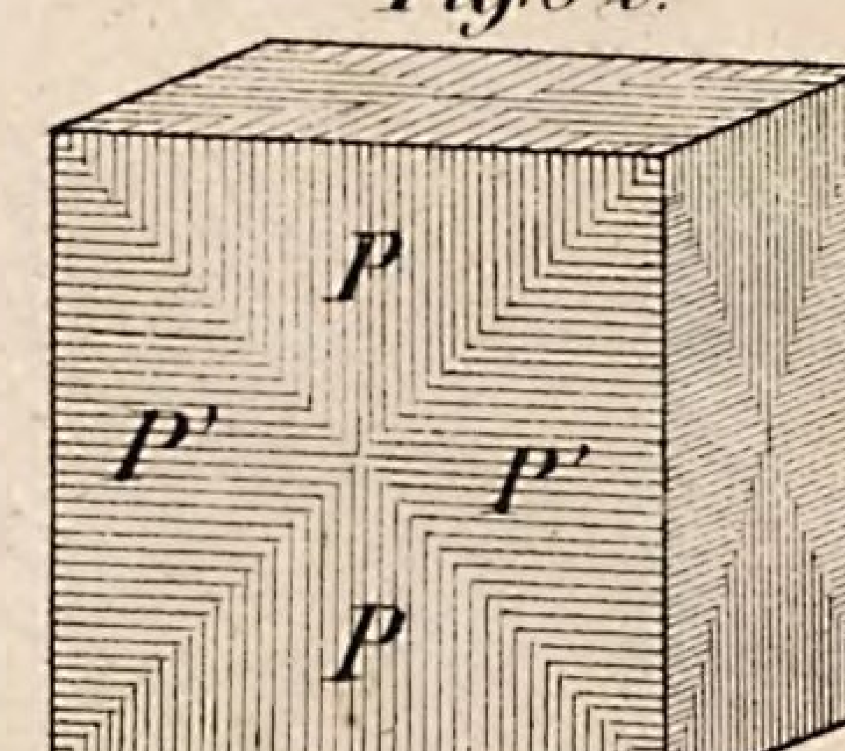


Fig 93.

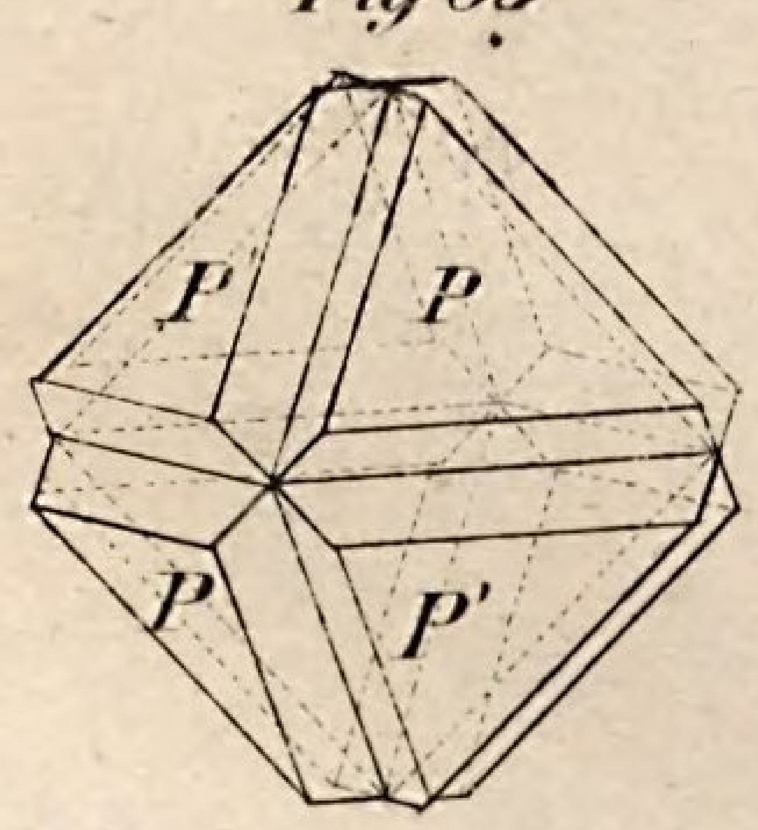


Fig. 95.

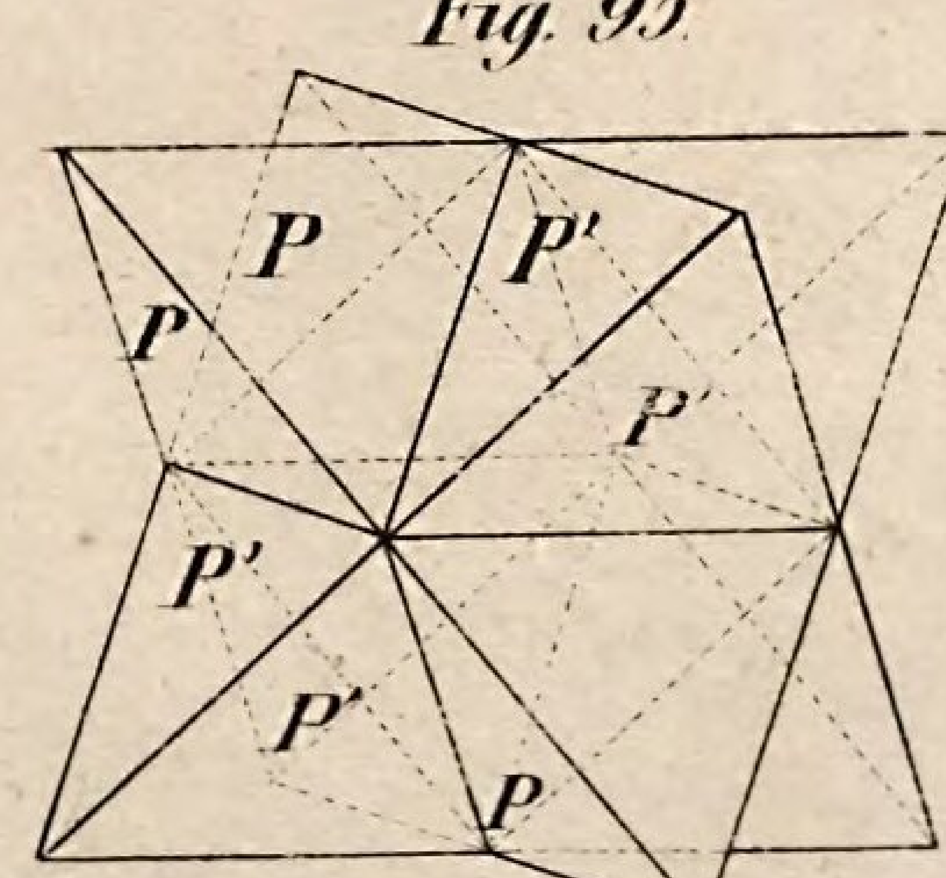


Fig. 94.

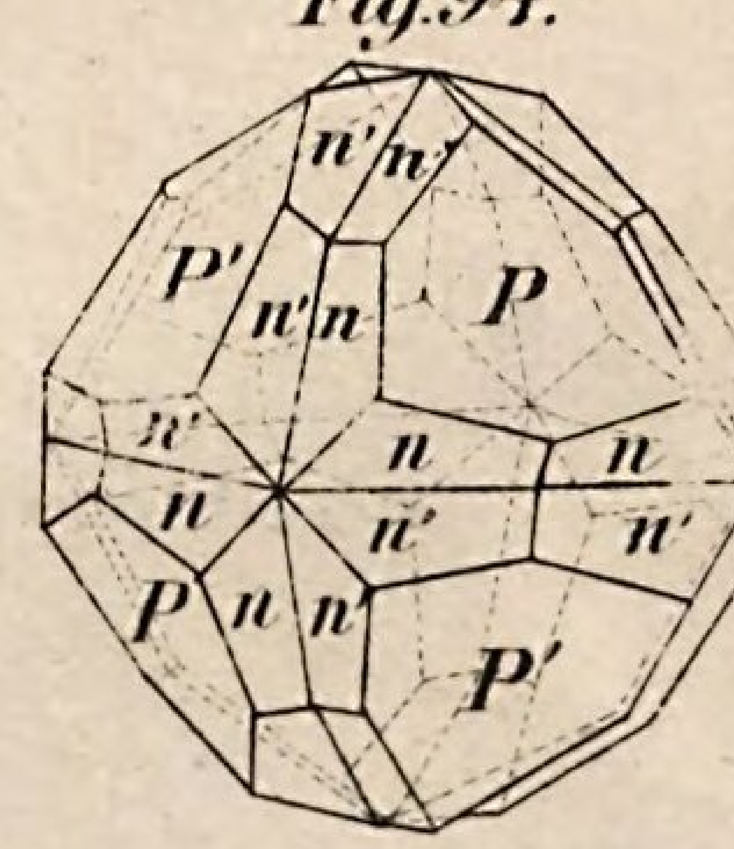


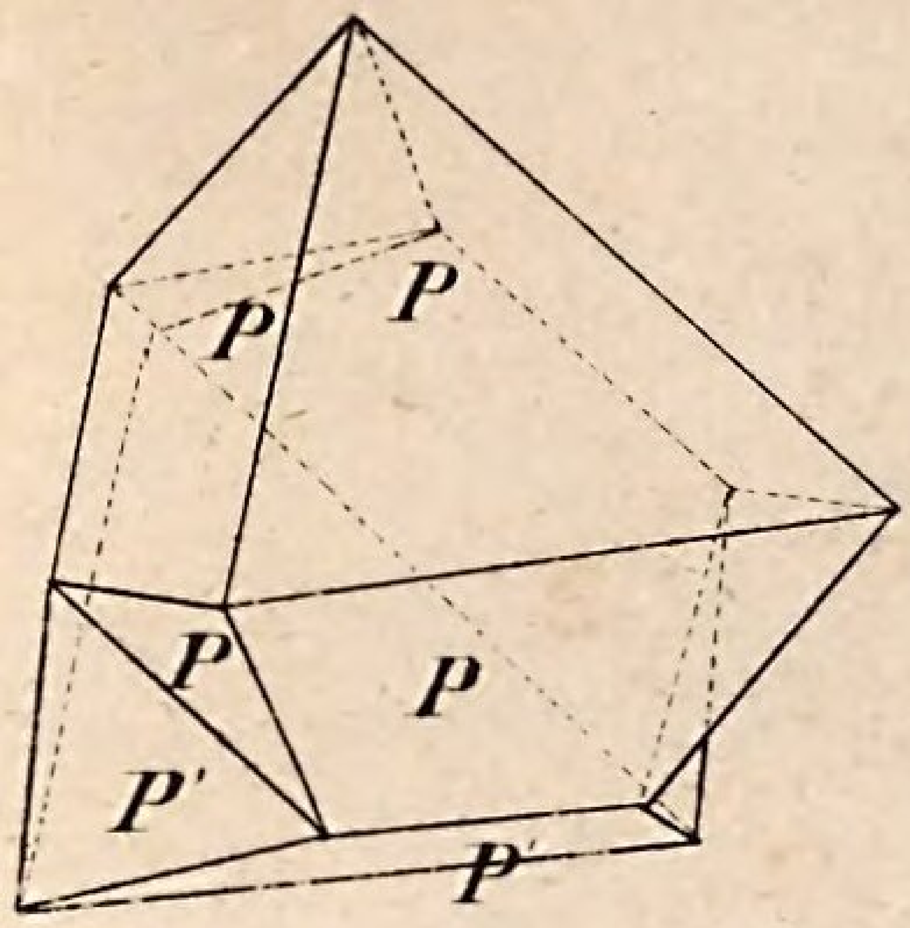
Fig. 96


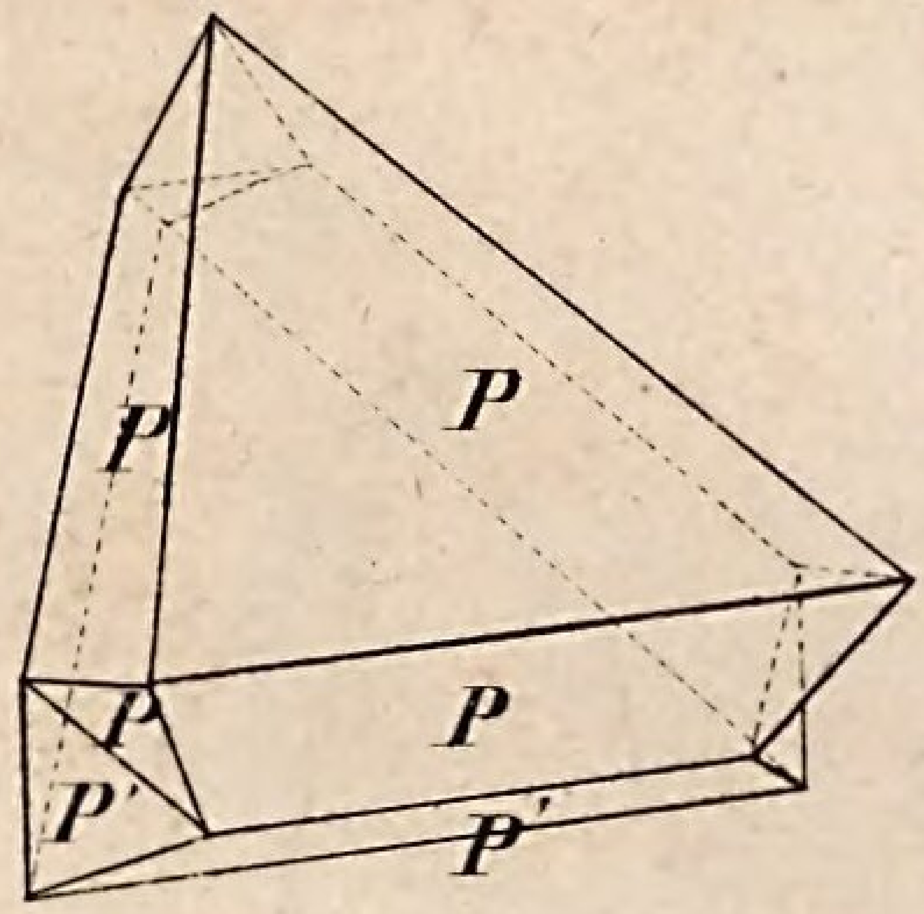
Fig. 97.


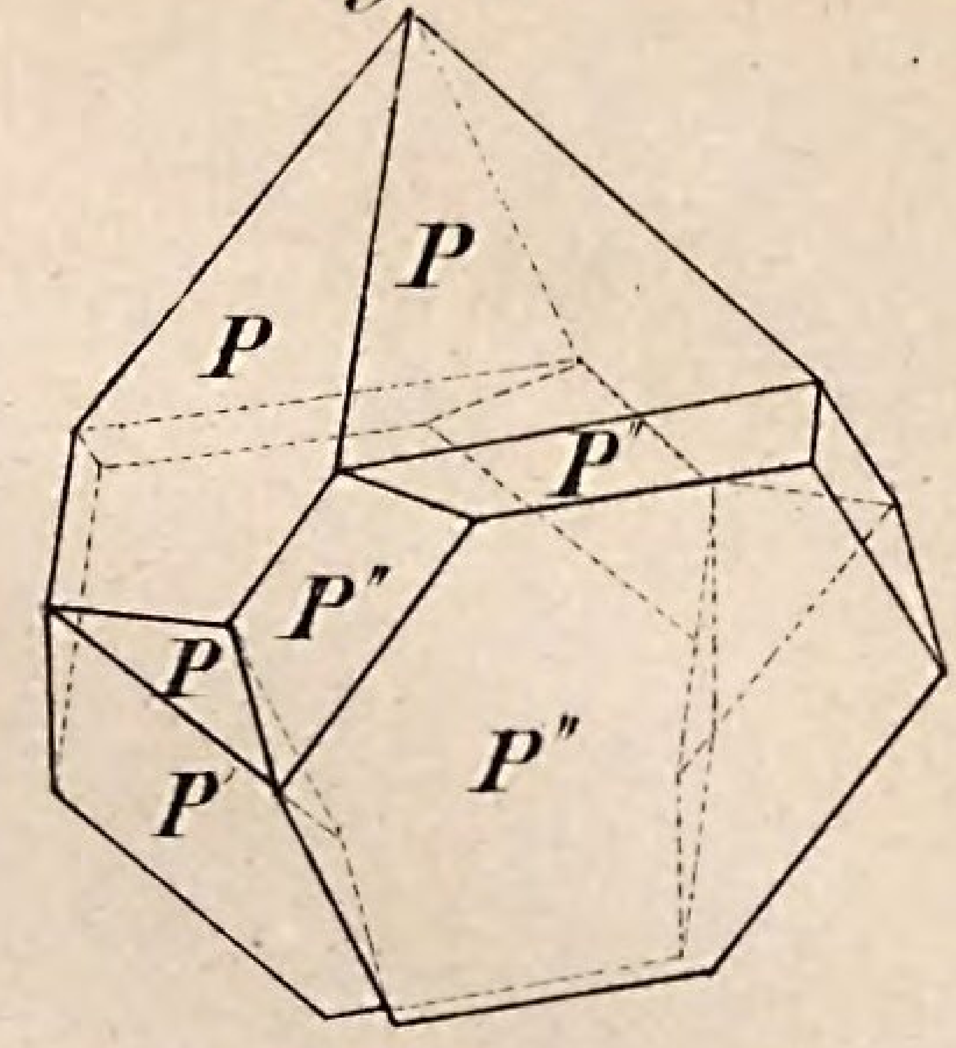
Fig. 98.


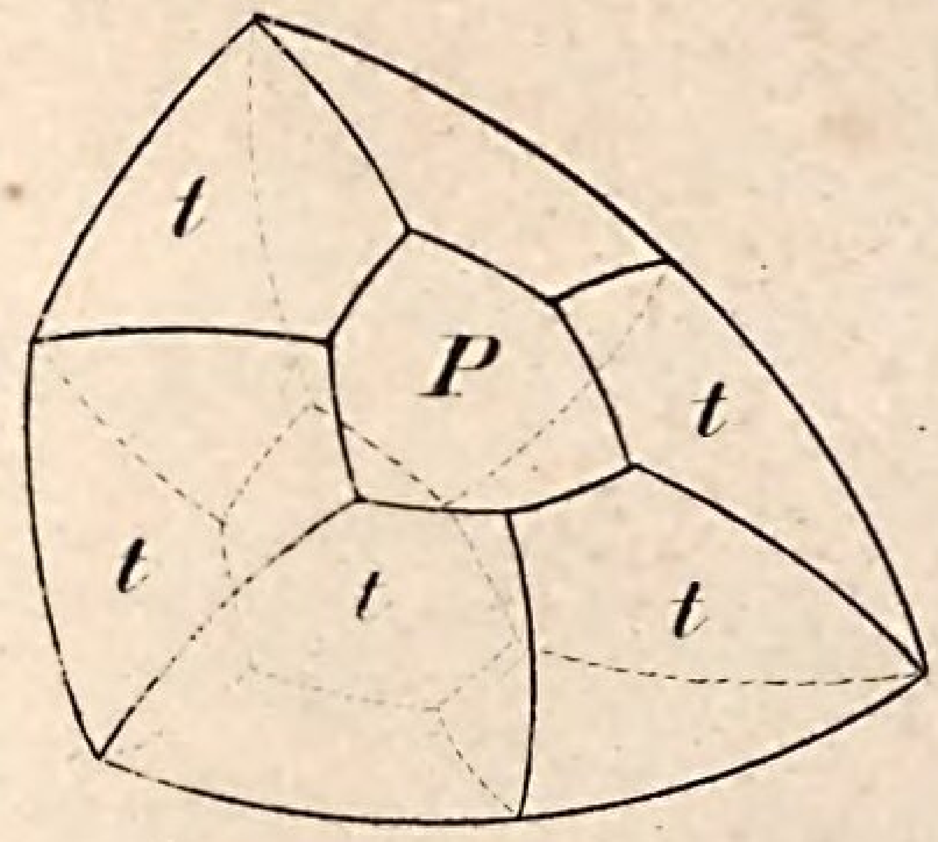
Fig. 99.


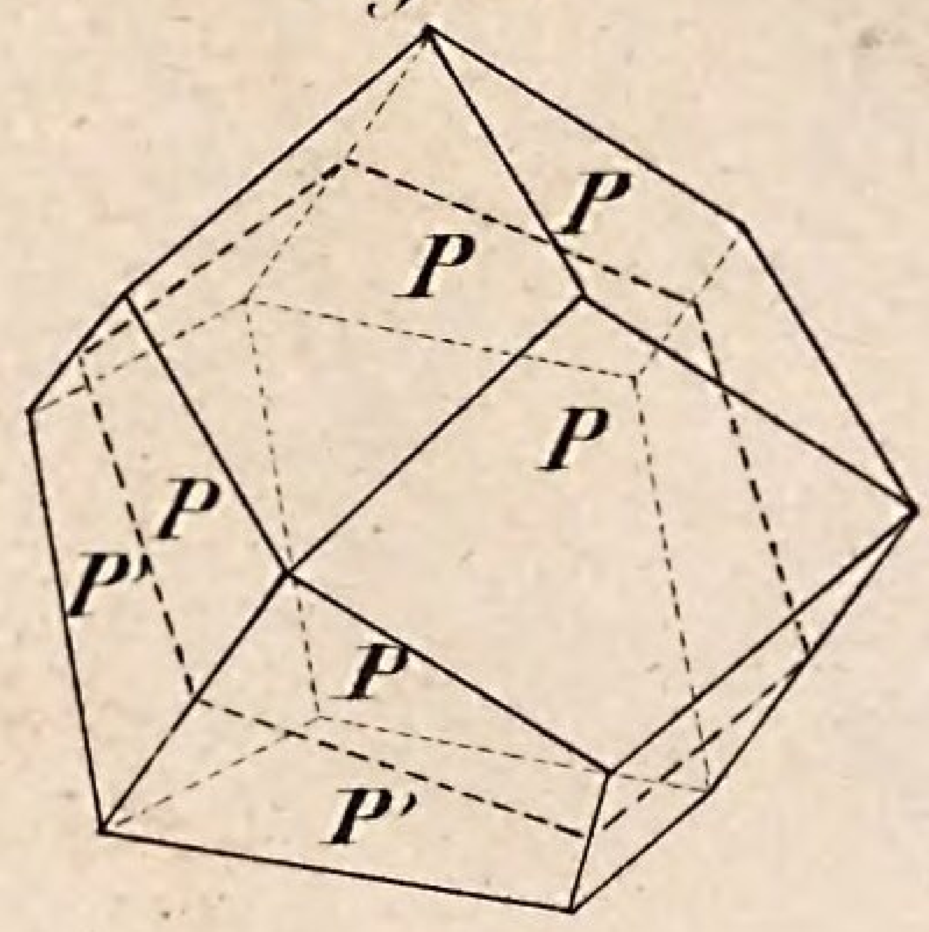
Fig. 101


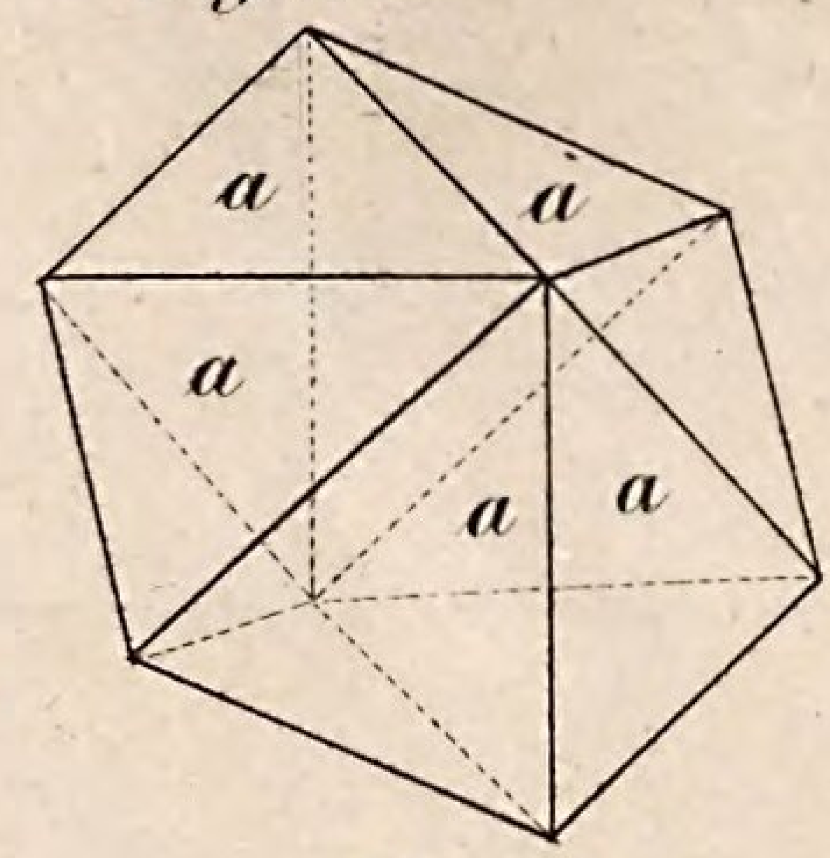
Fig. 100.


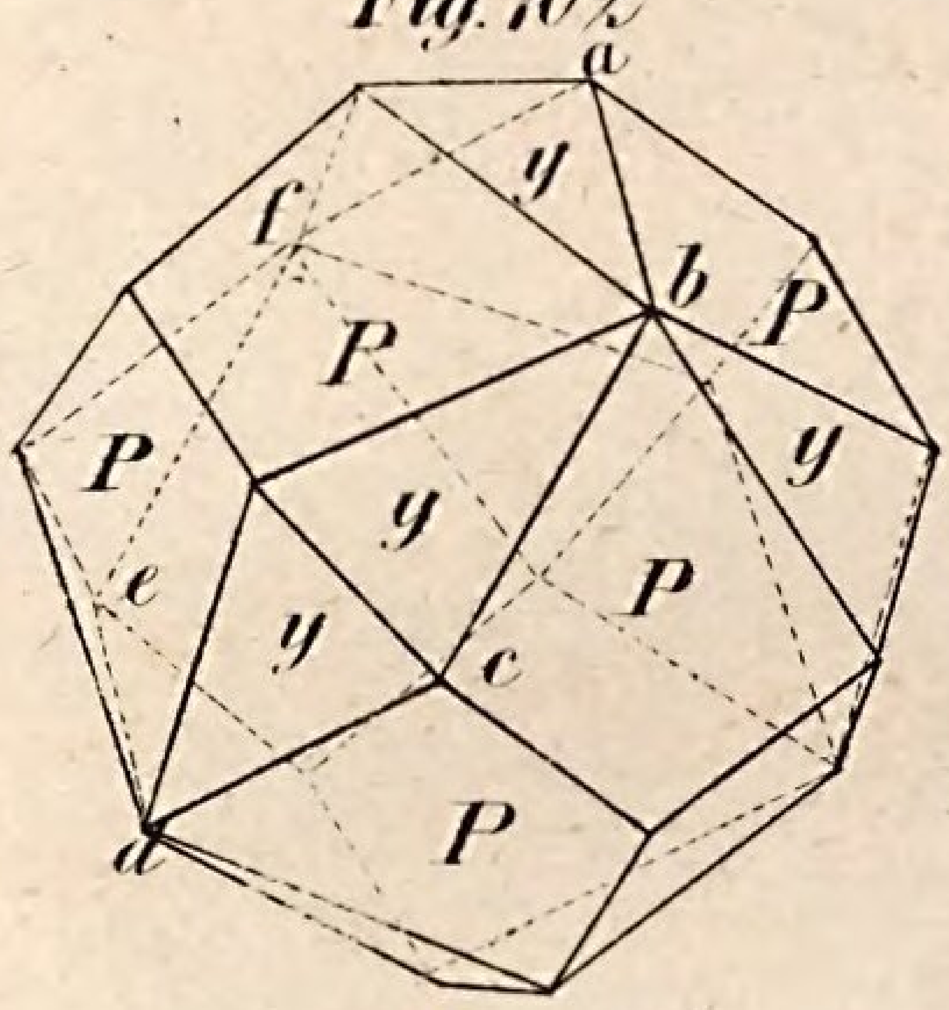
Fig. 102


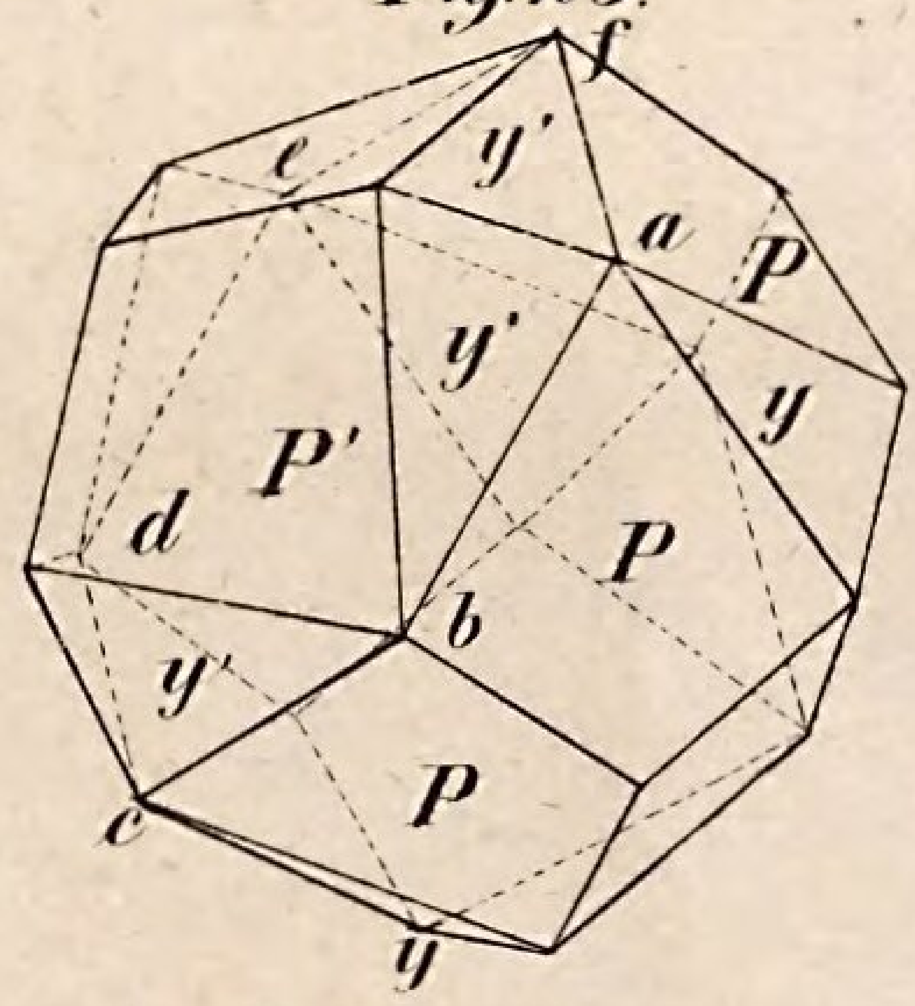
Fig. 103.


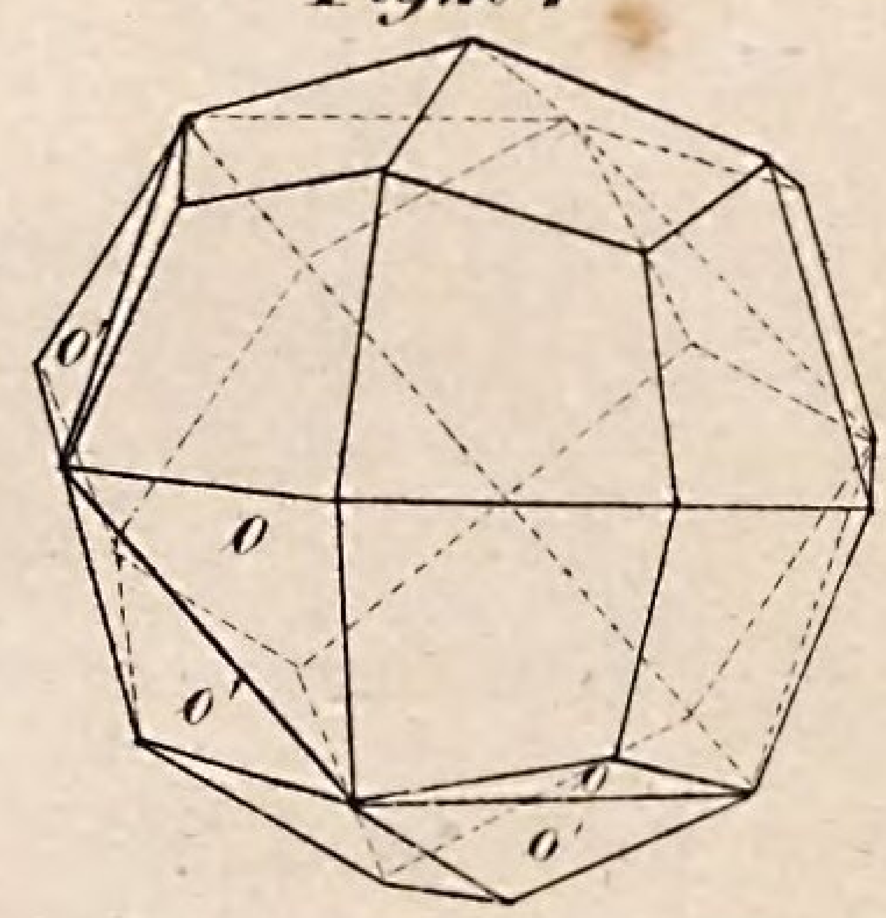
Fig. 104


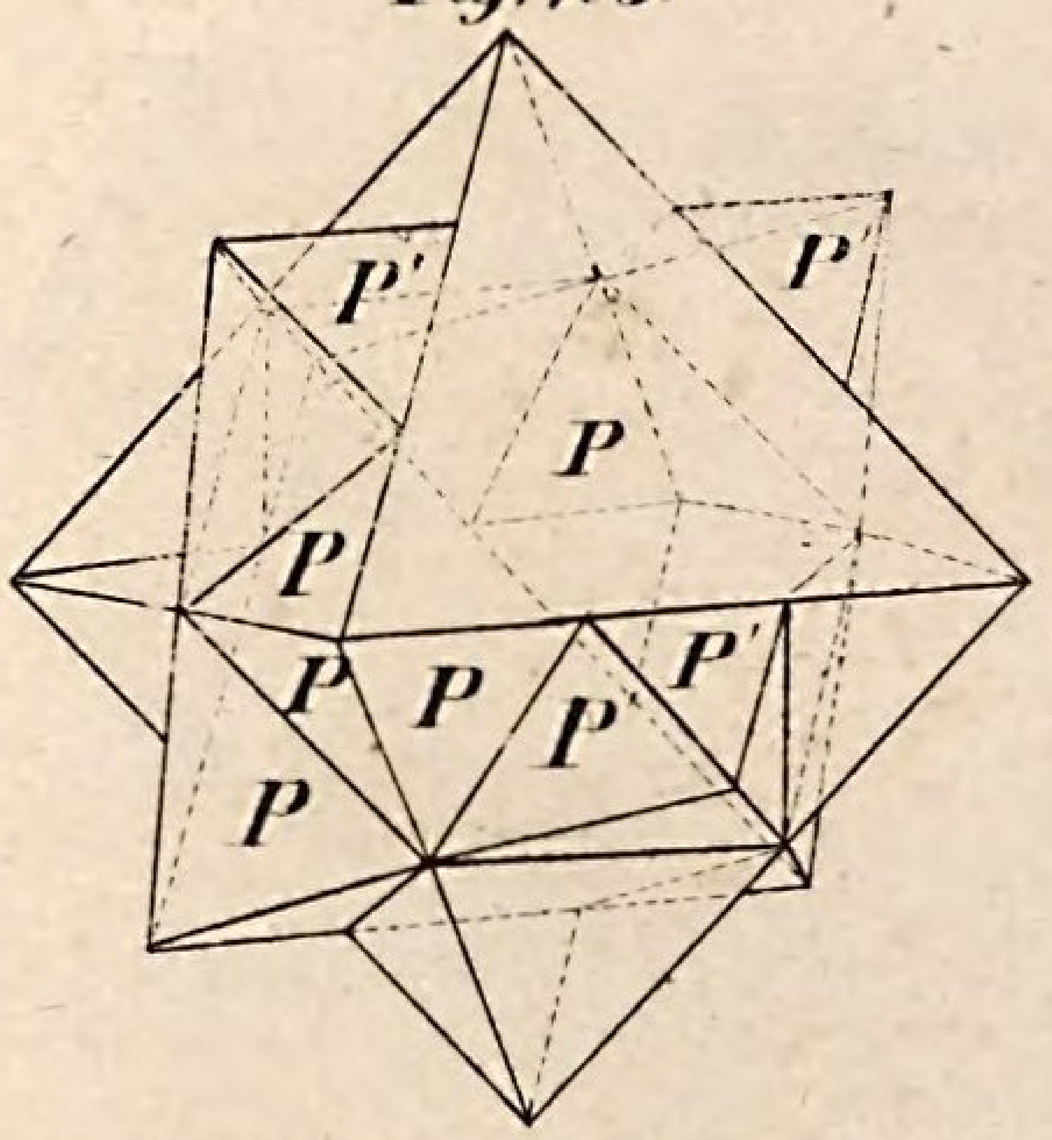
Fig. 105


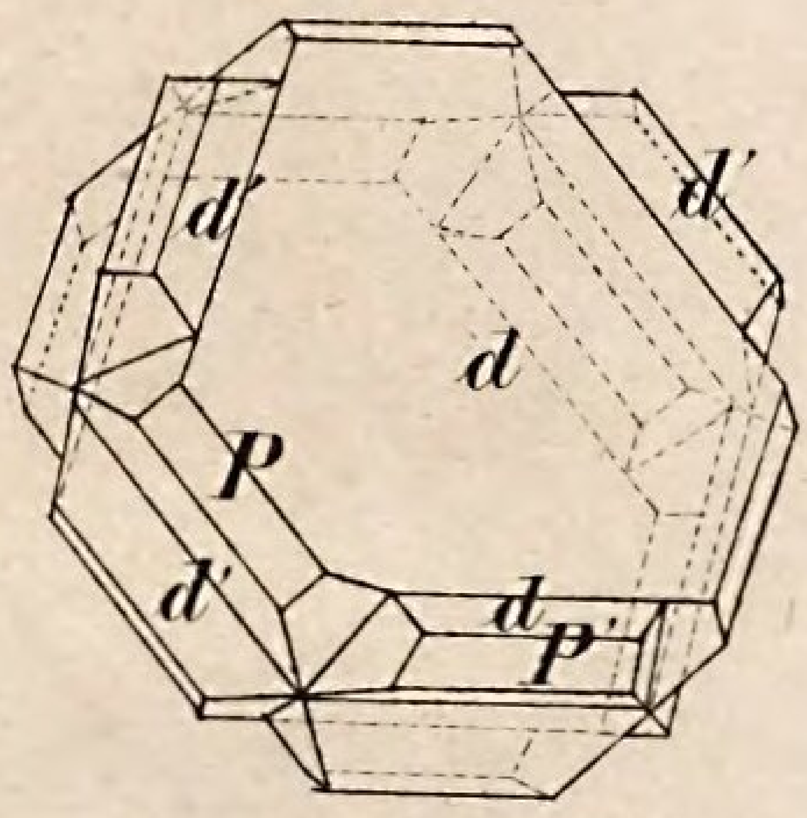
Fig. 106.


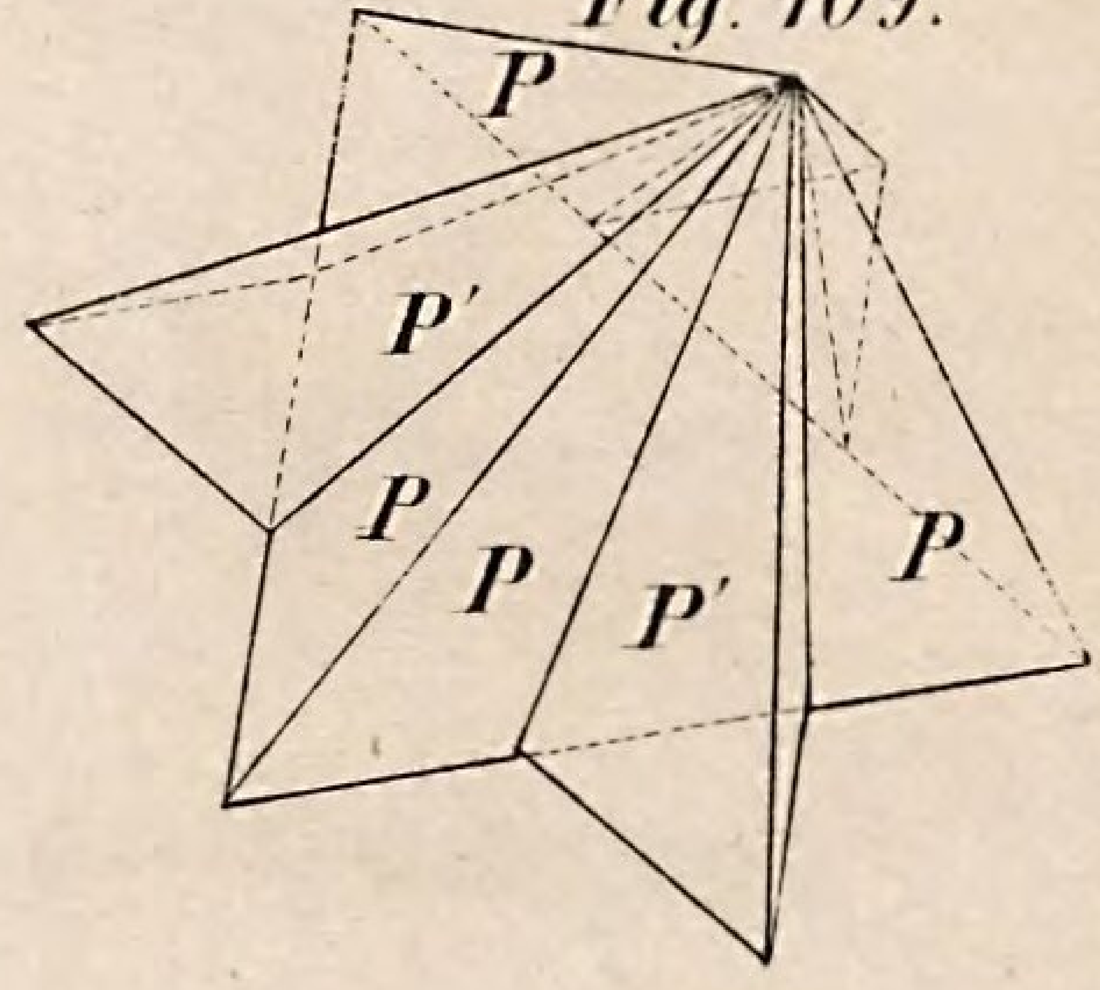
Fig. 109.


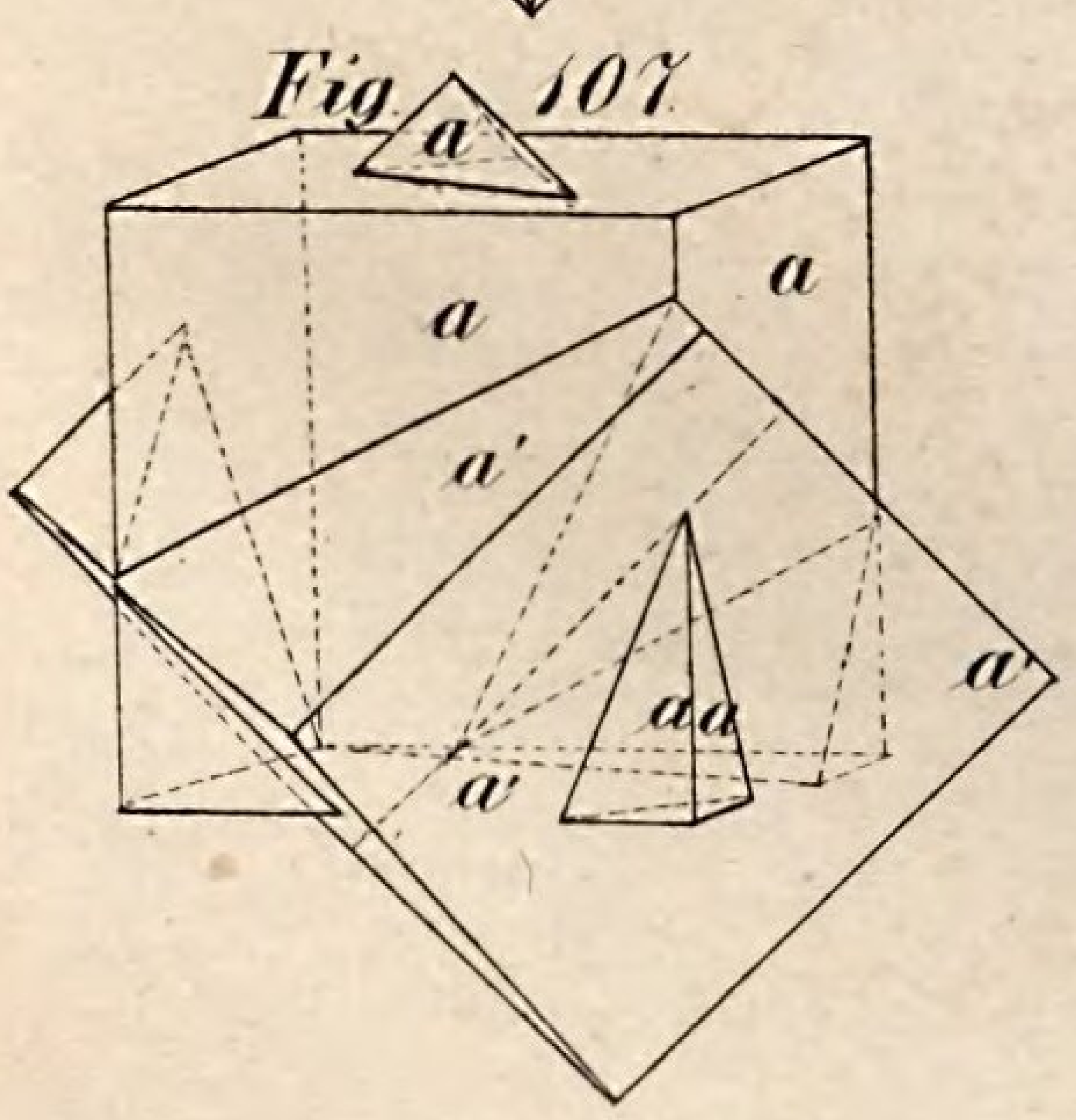
Fig. 107


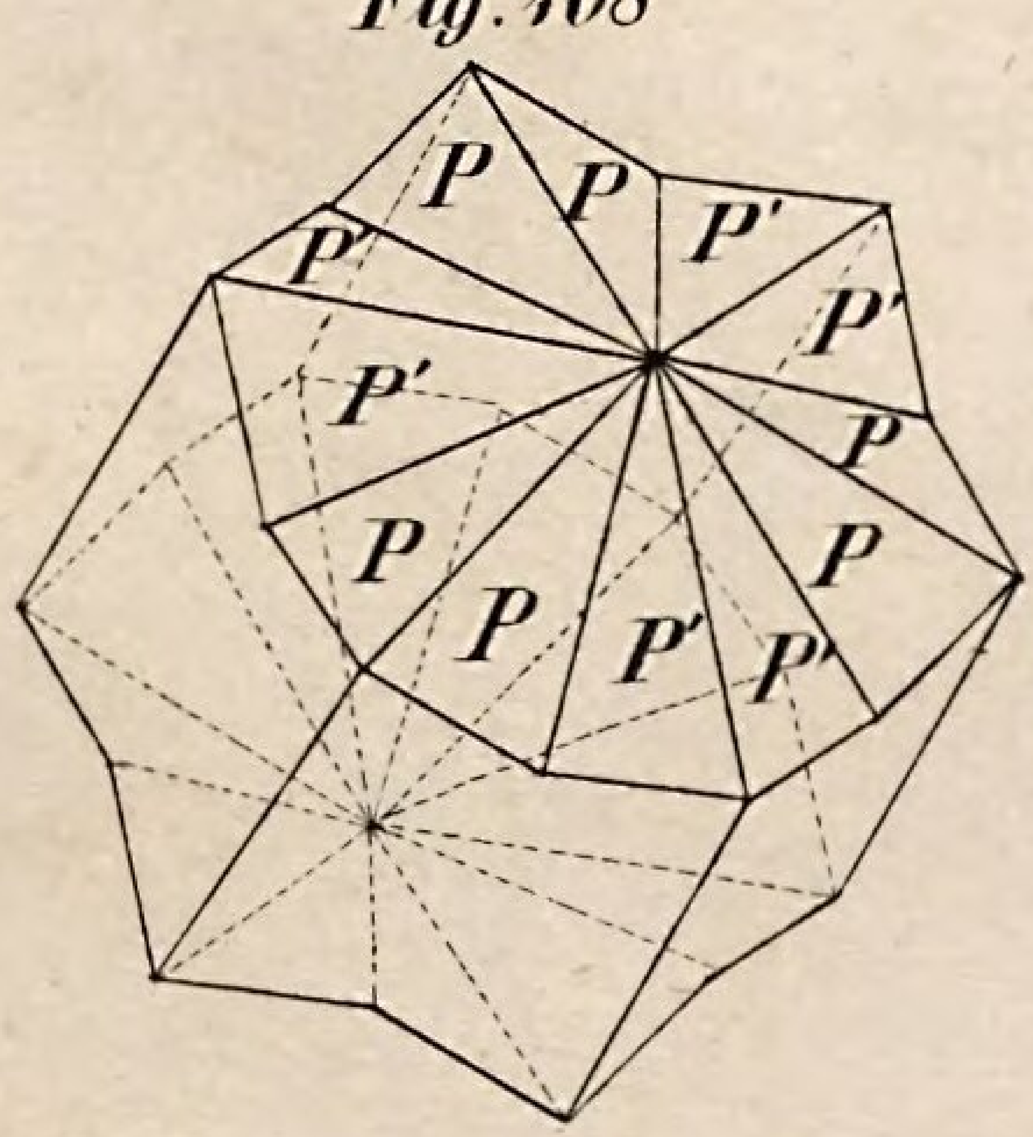
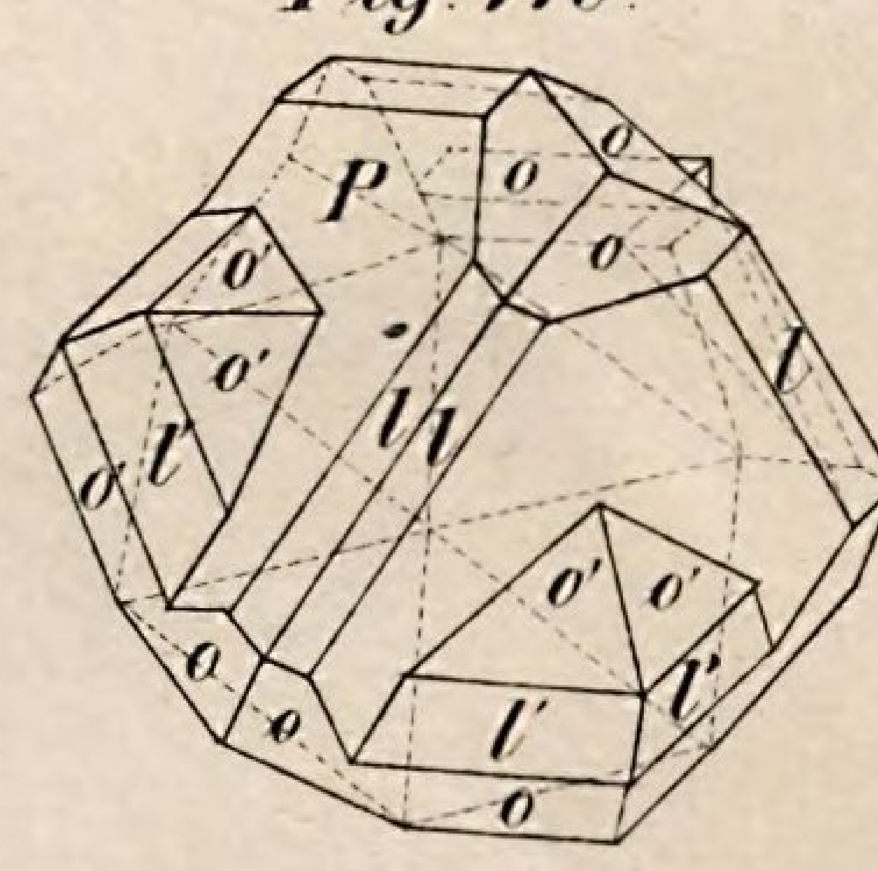
Fig. 108


Fig. 110.


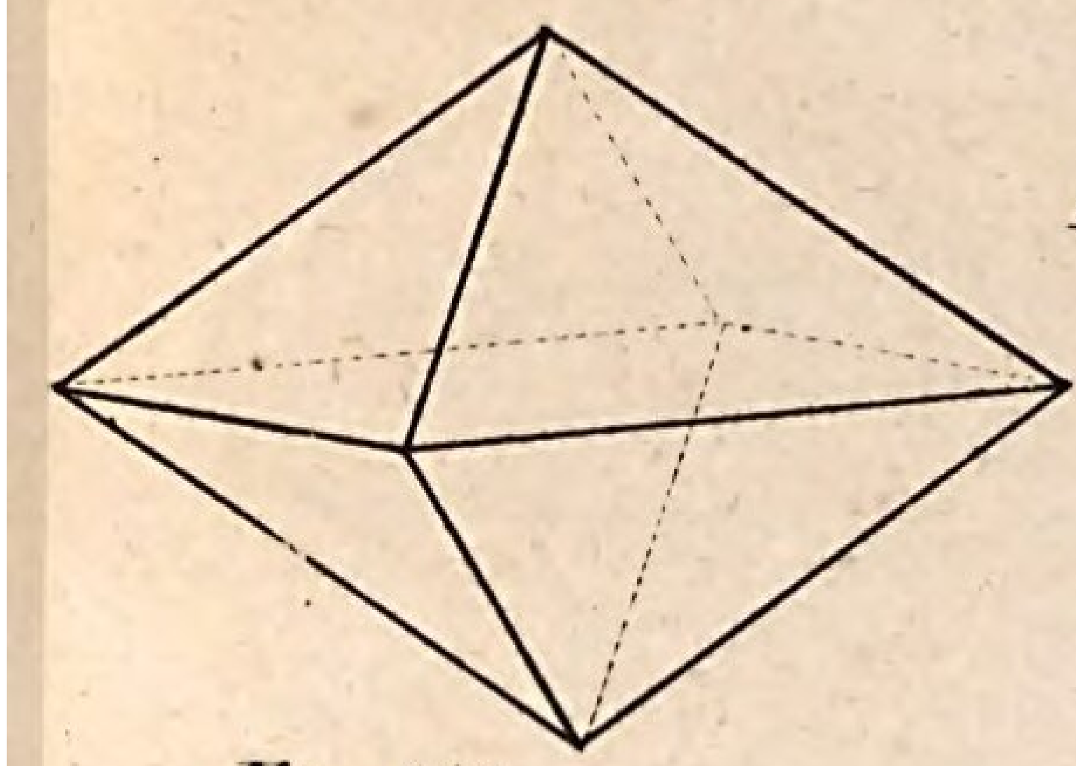


Fig. 112.

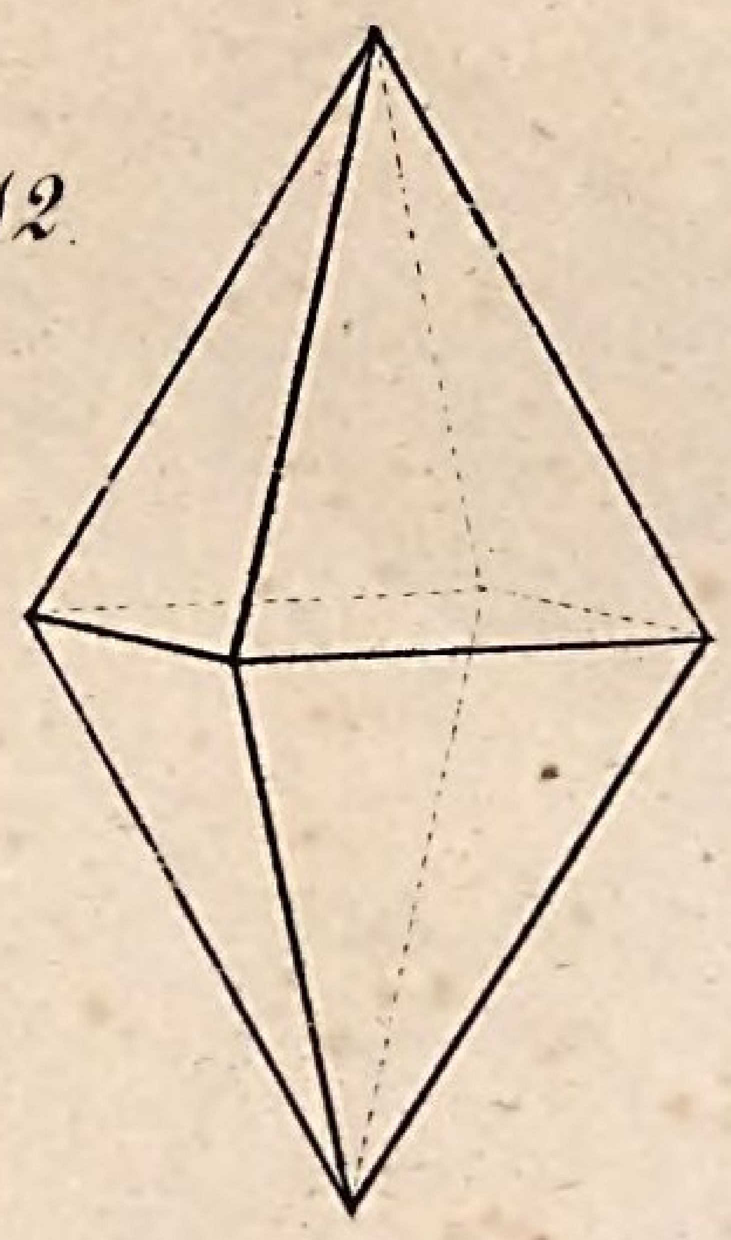


Fig. 113.

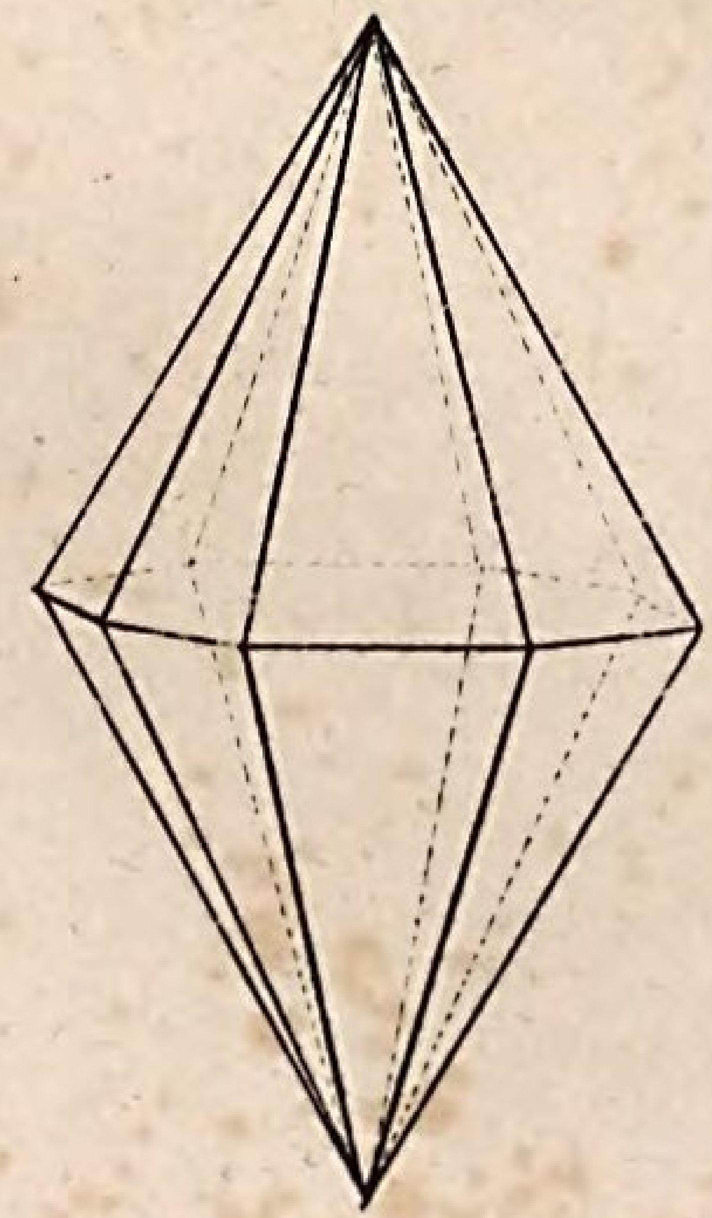


Fig. 111.

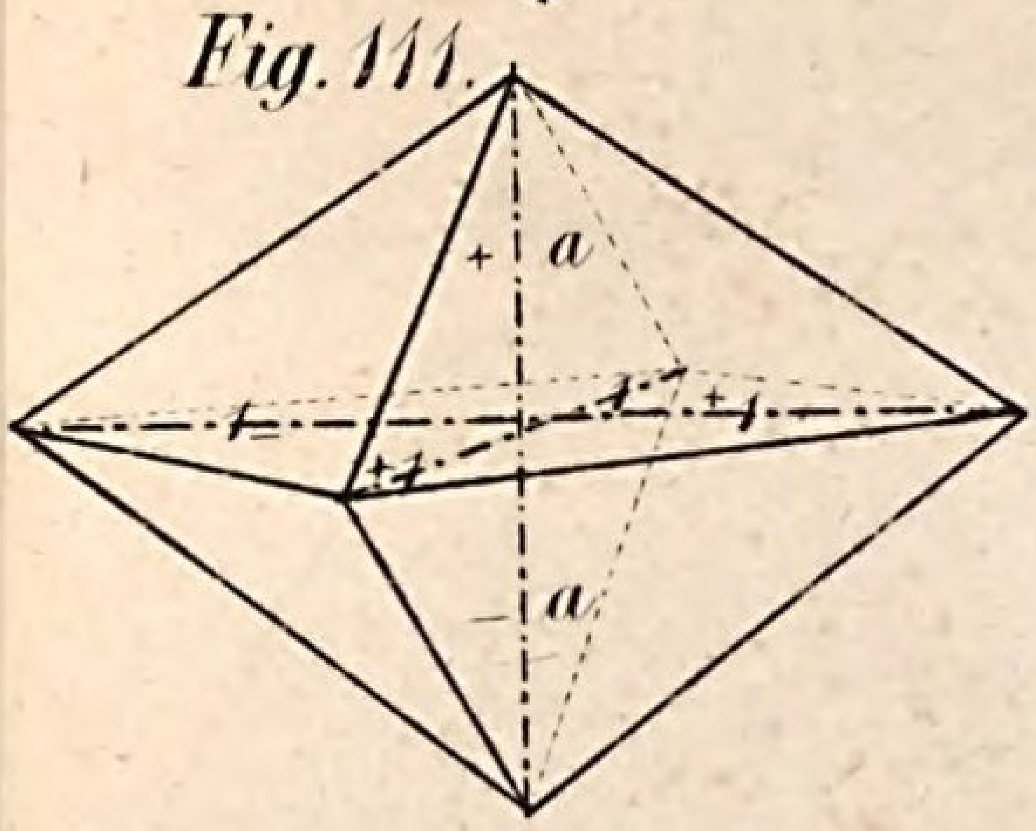
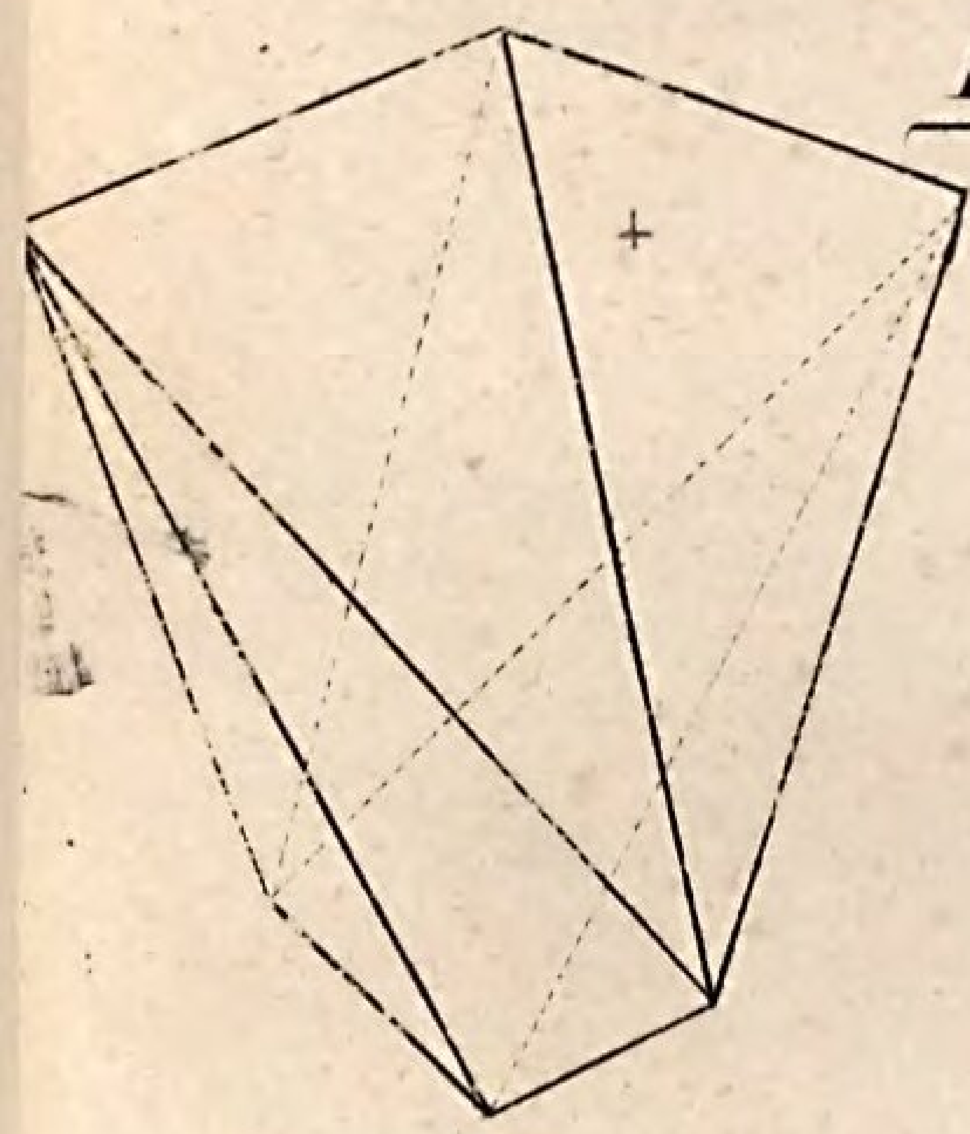
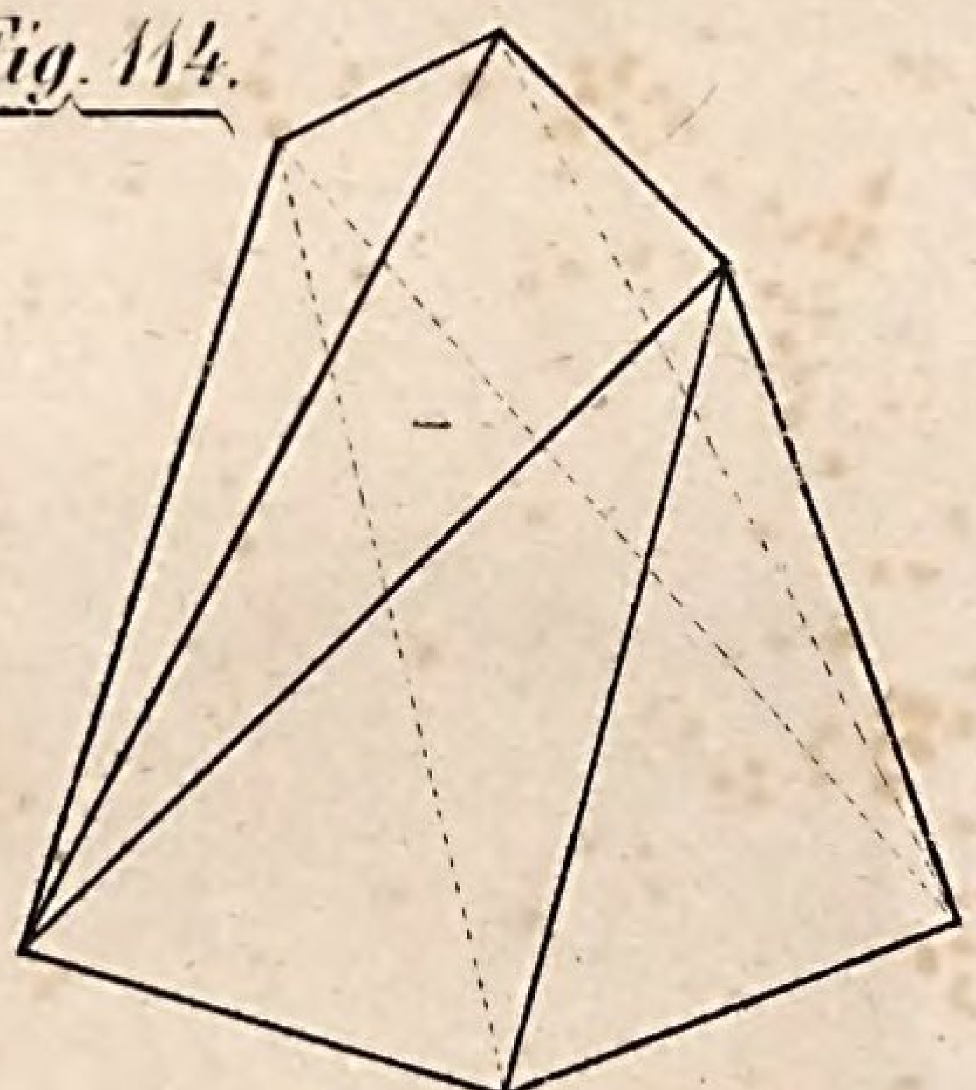


Fig. 114.





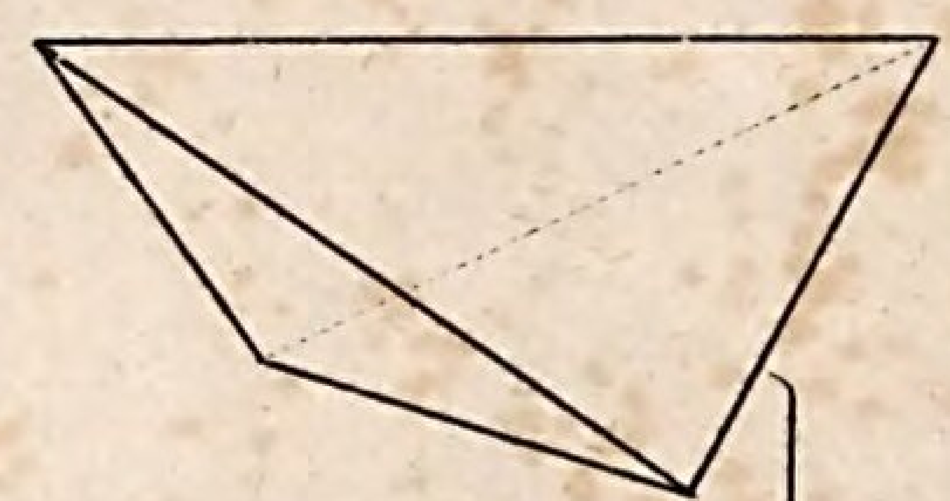


Fig. 116.

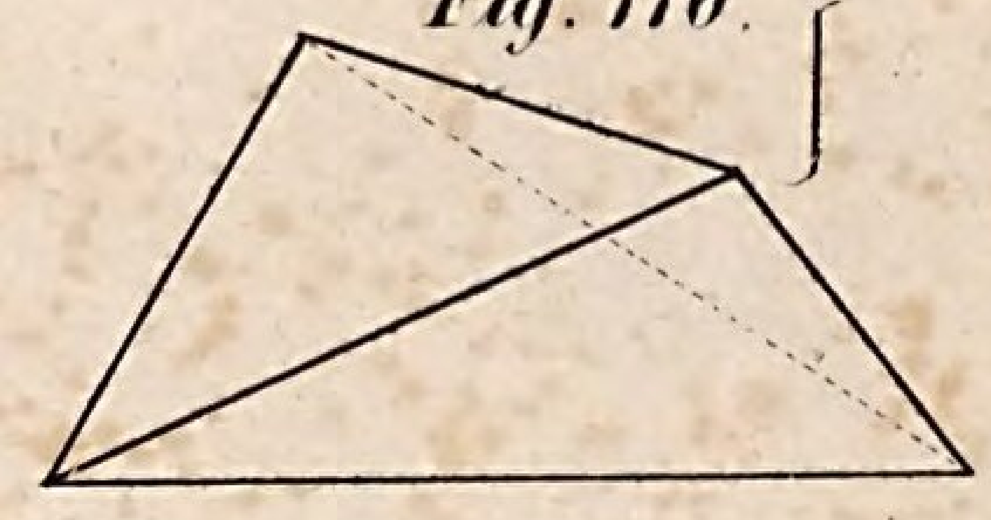
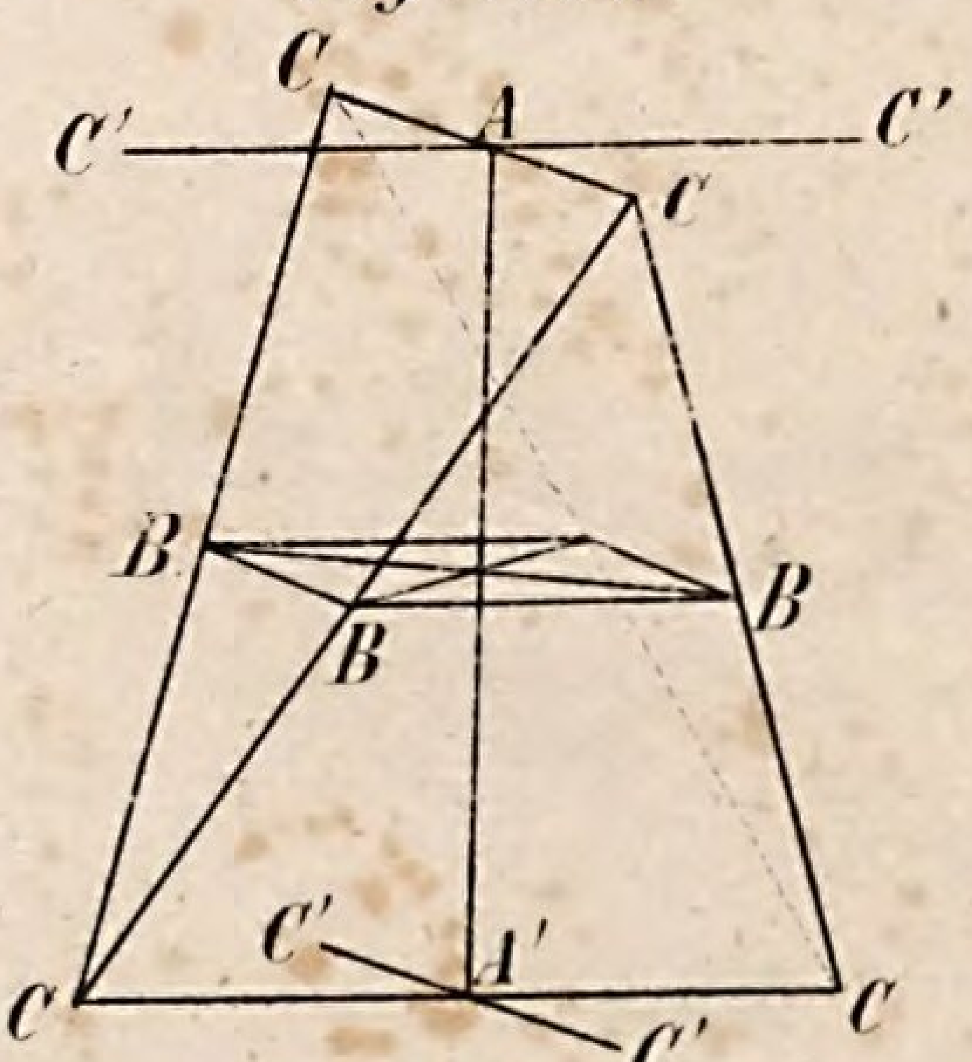


Fig. 111 a



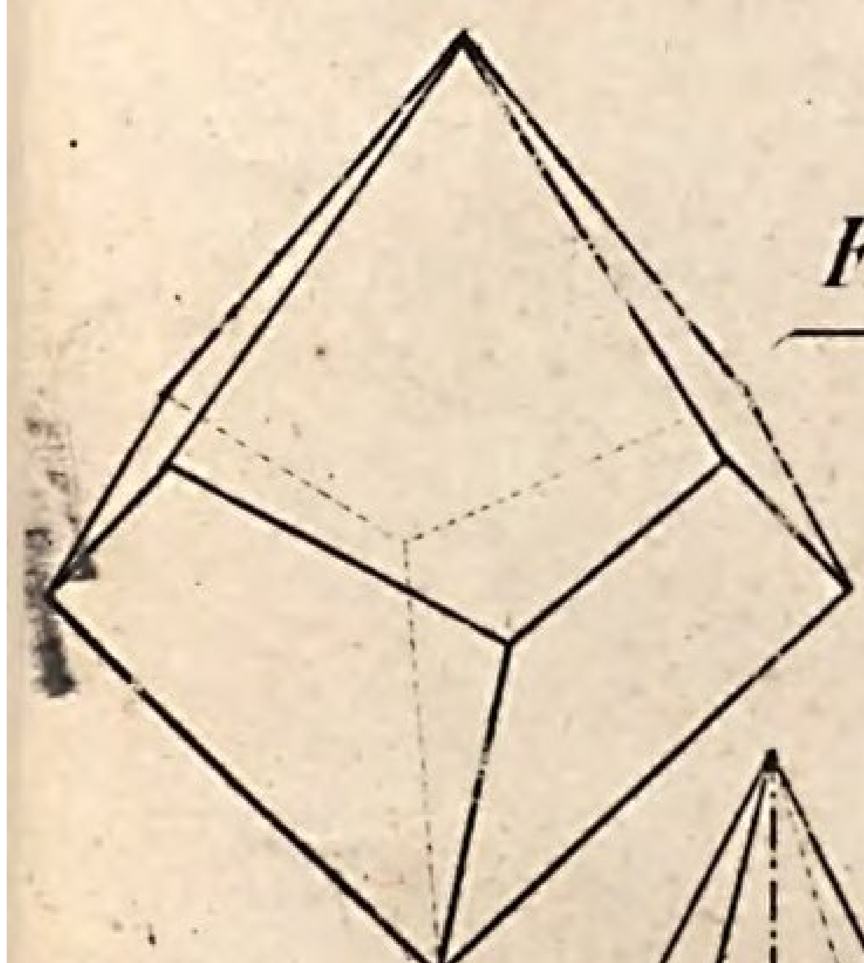


Fig. 115

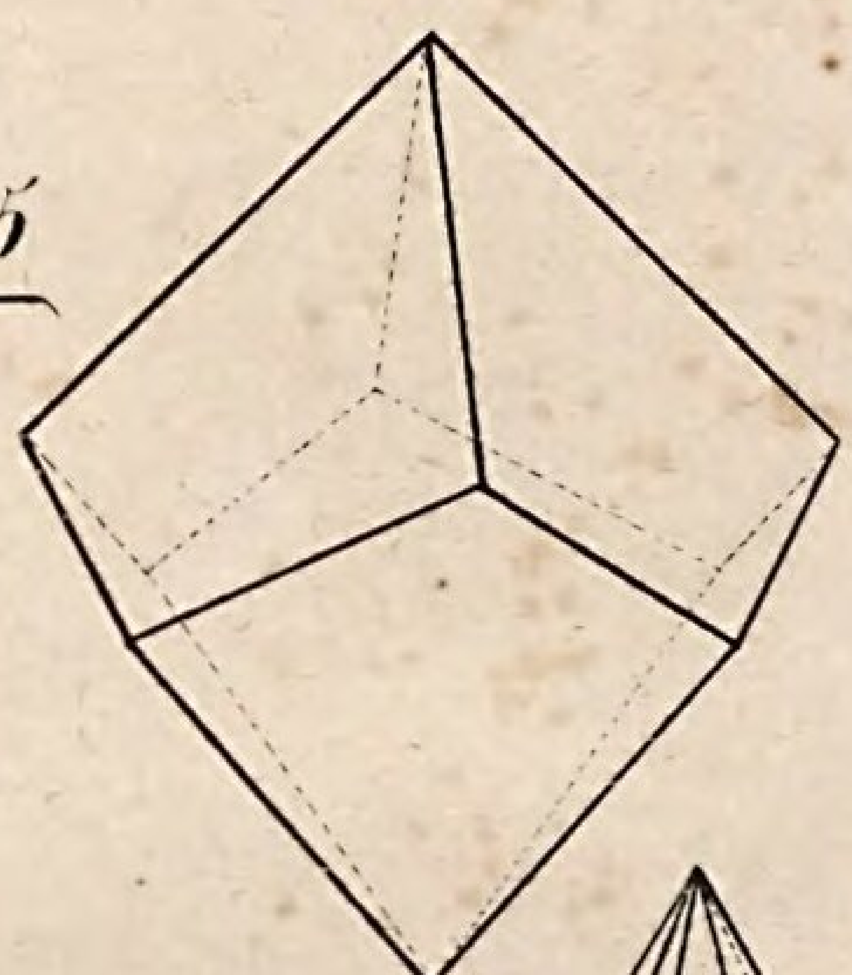


Fig. 112 a

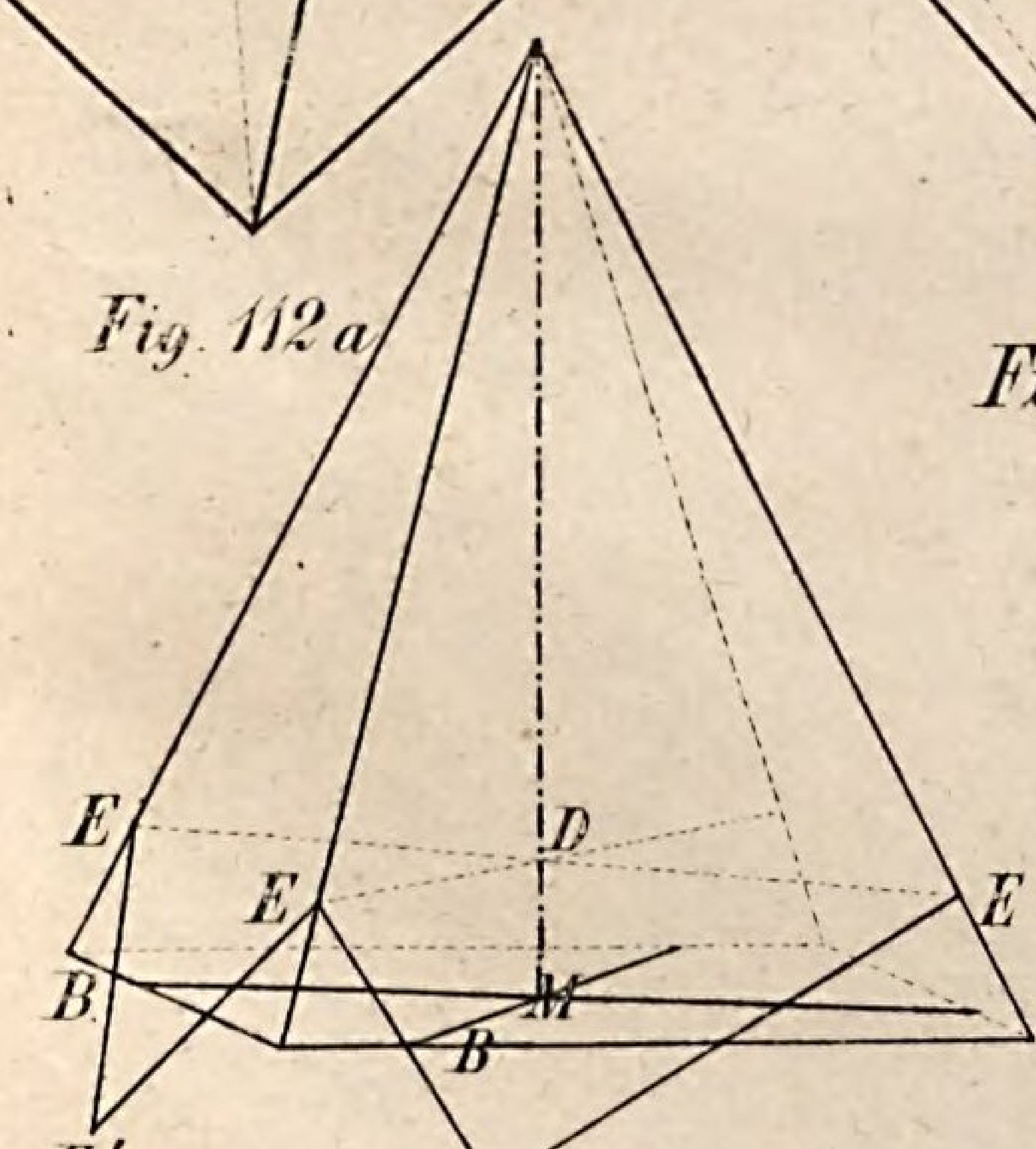


Fig. 113a

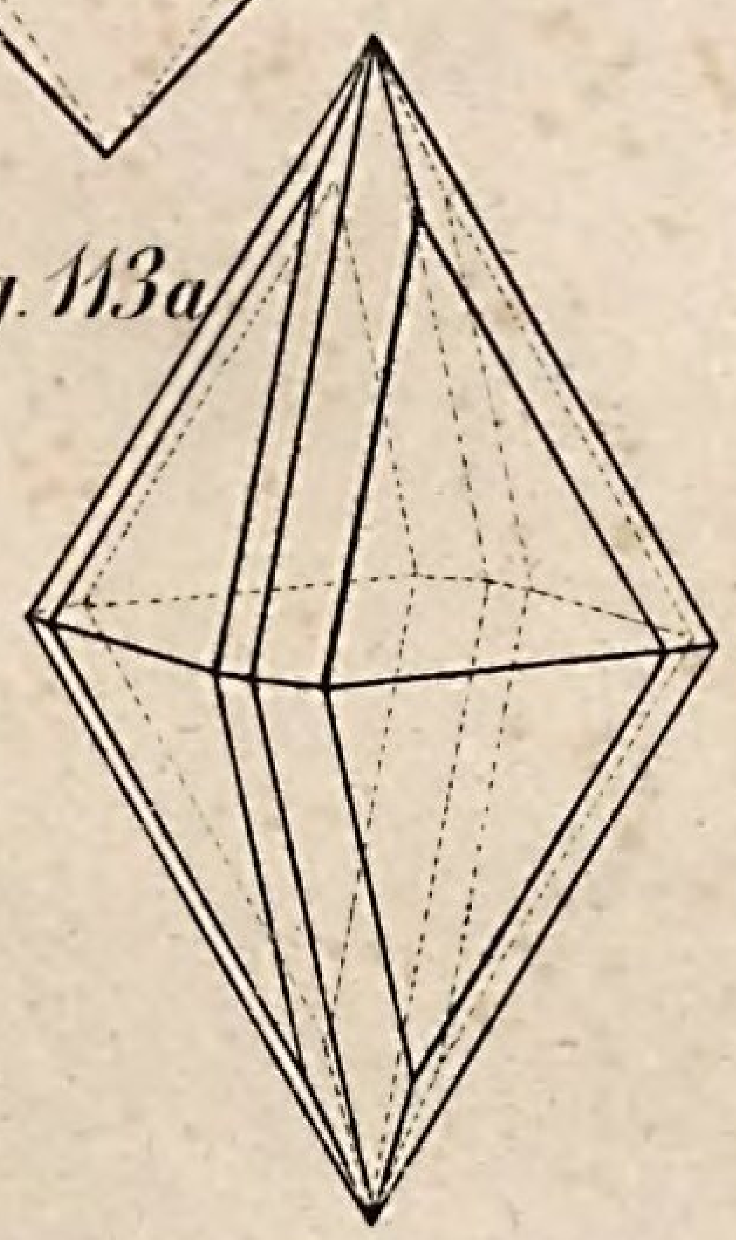


Fig. 114a

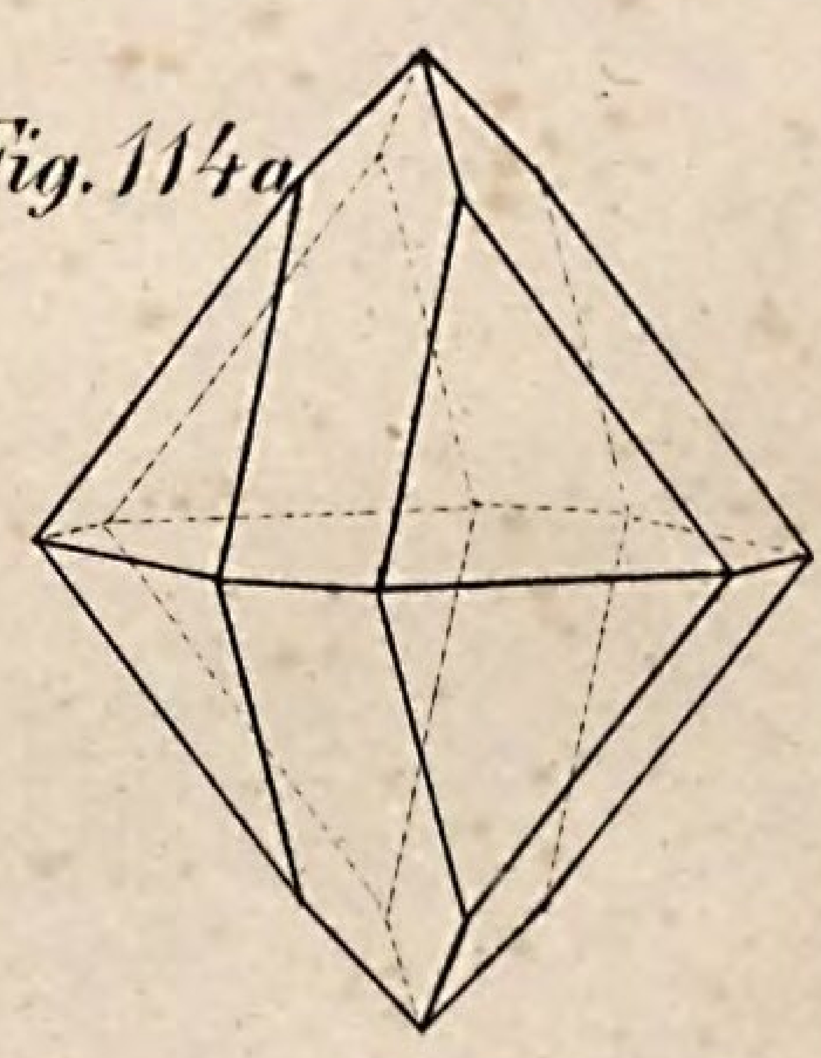


Fig. 115 a.

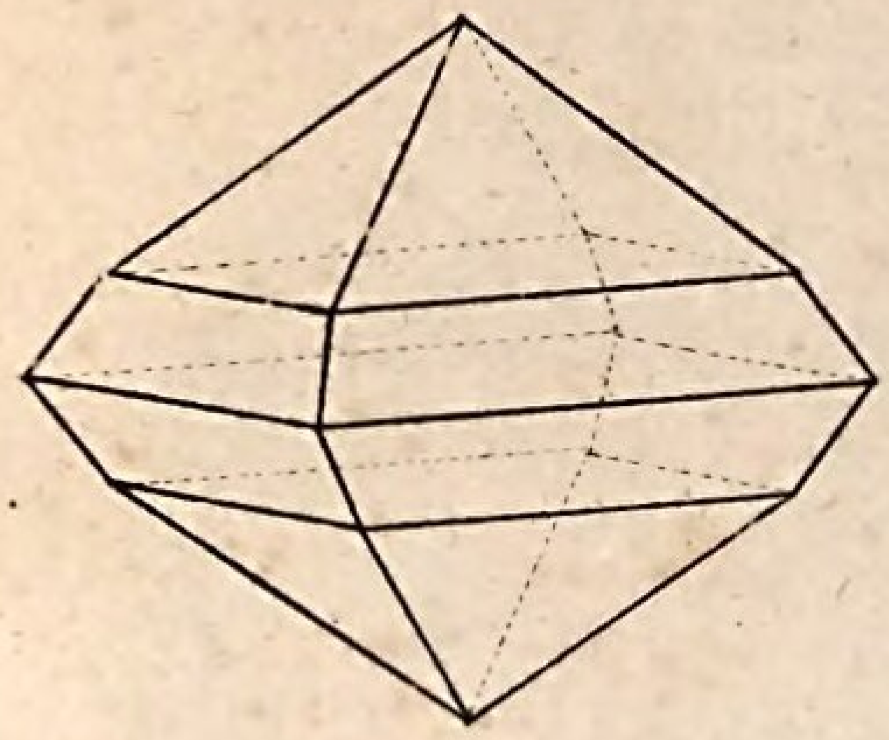


Fig. 116 a

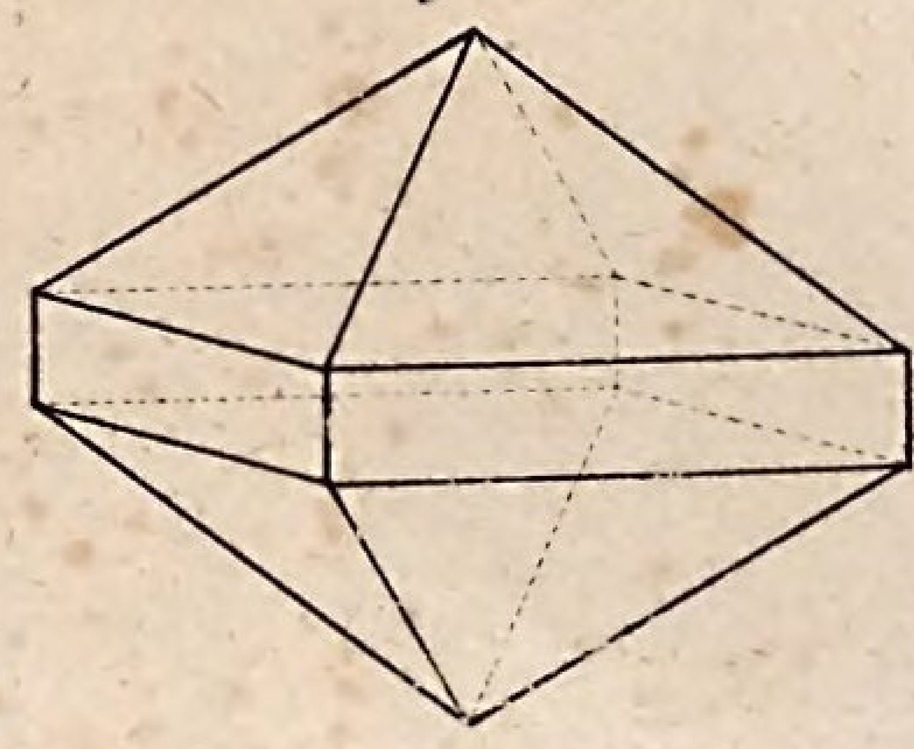


Fig. 117.

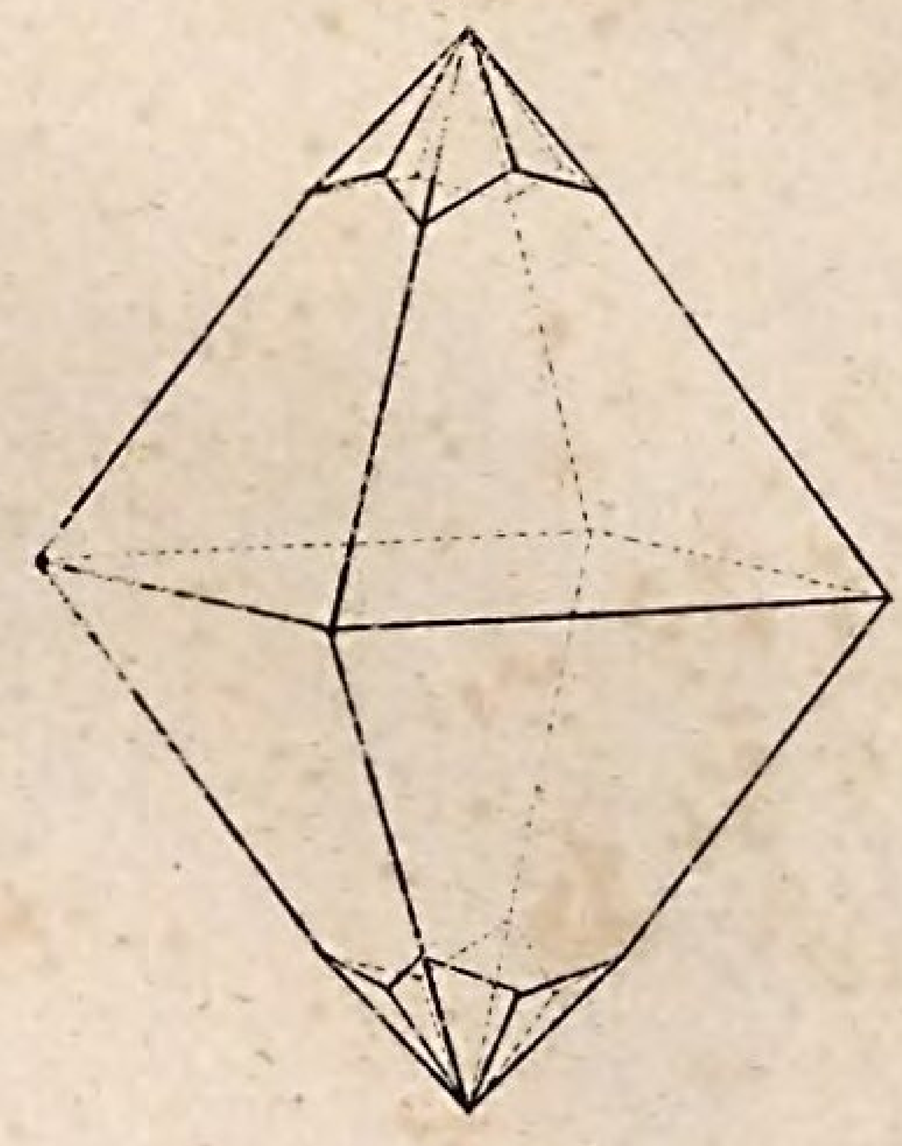


Fig. 118.

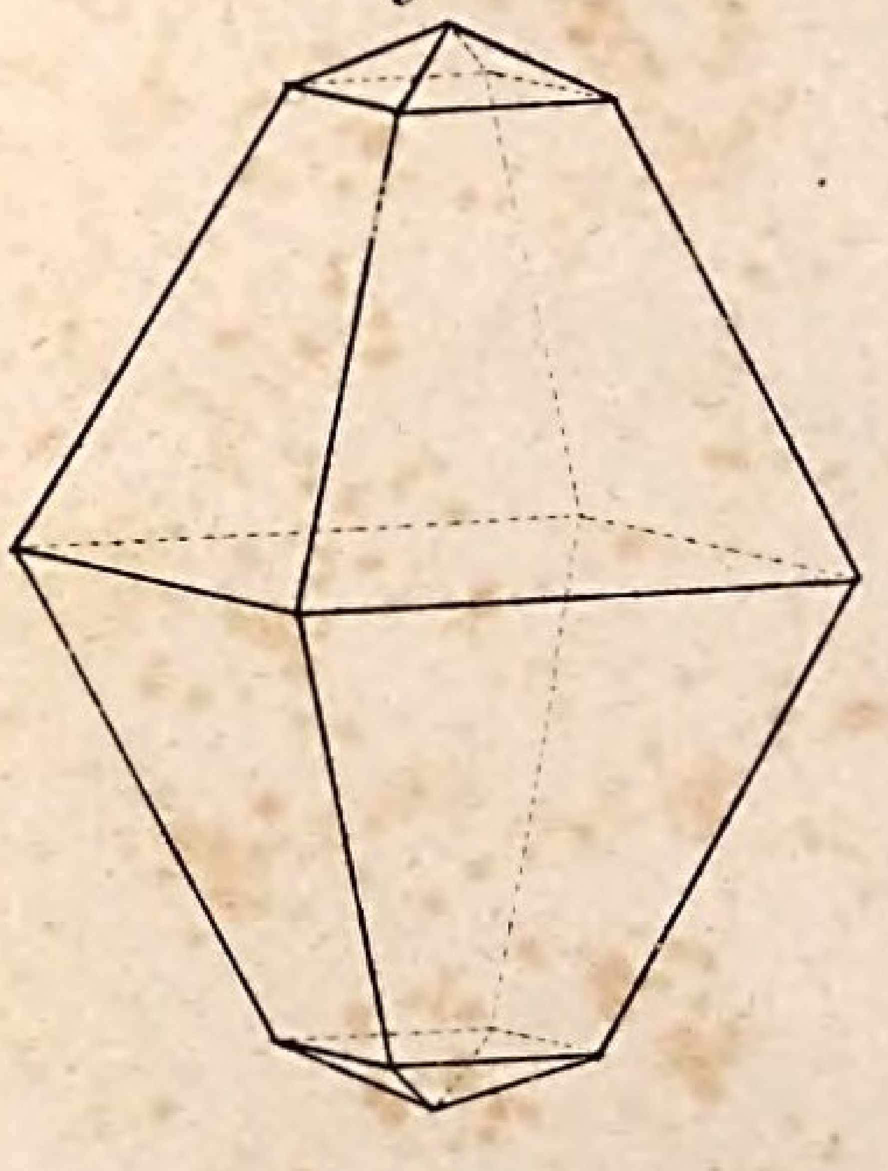


Fig. 120

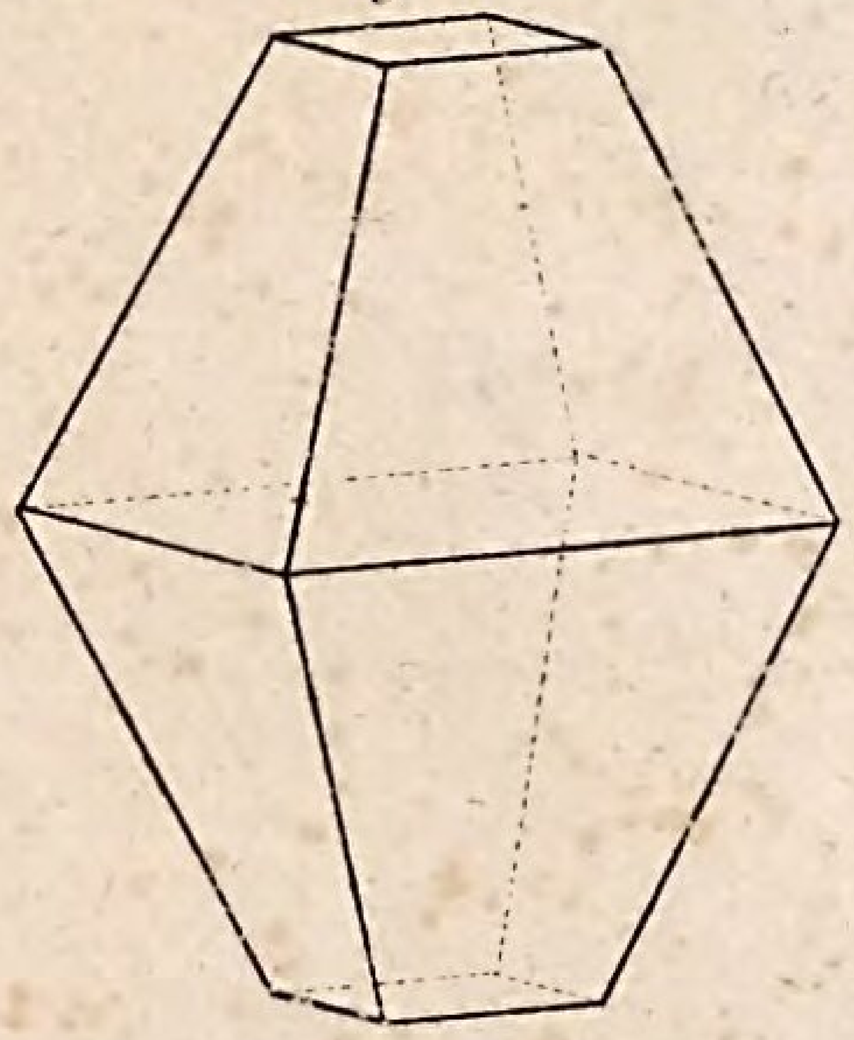


Fig. 119.

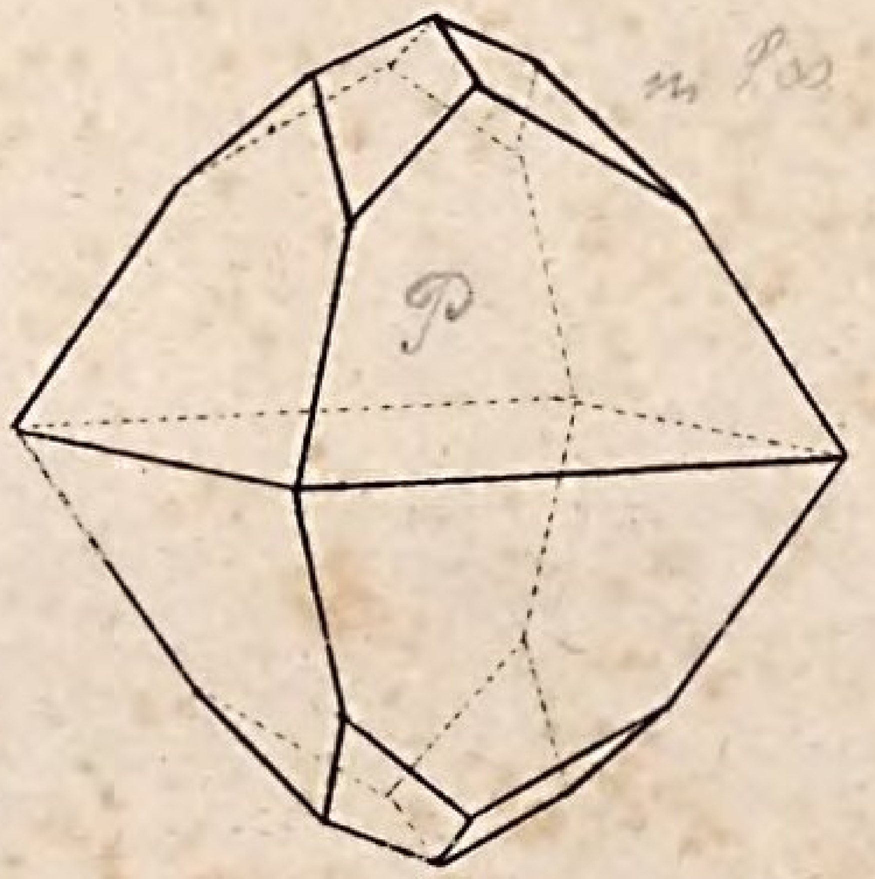


Fig. 122

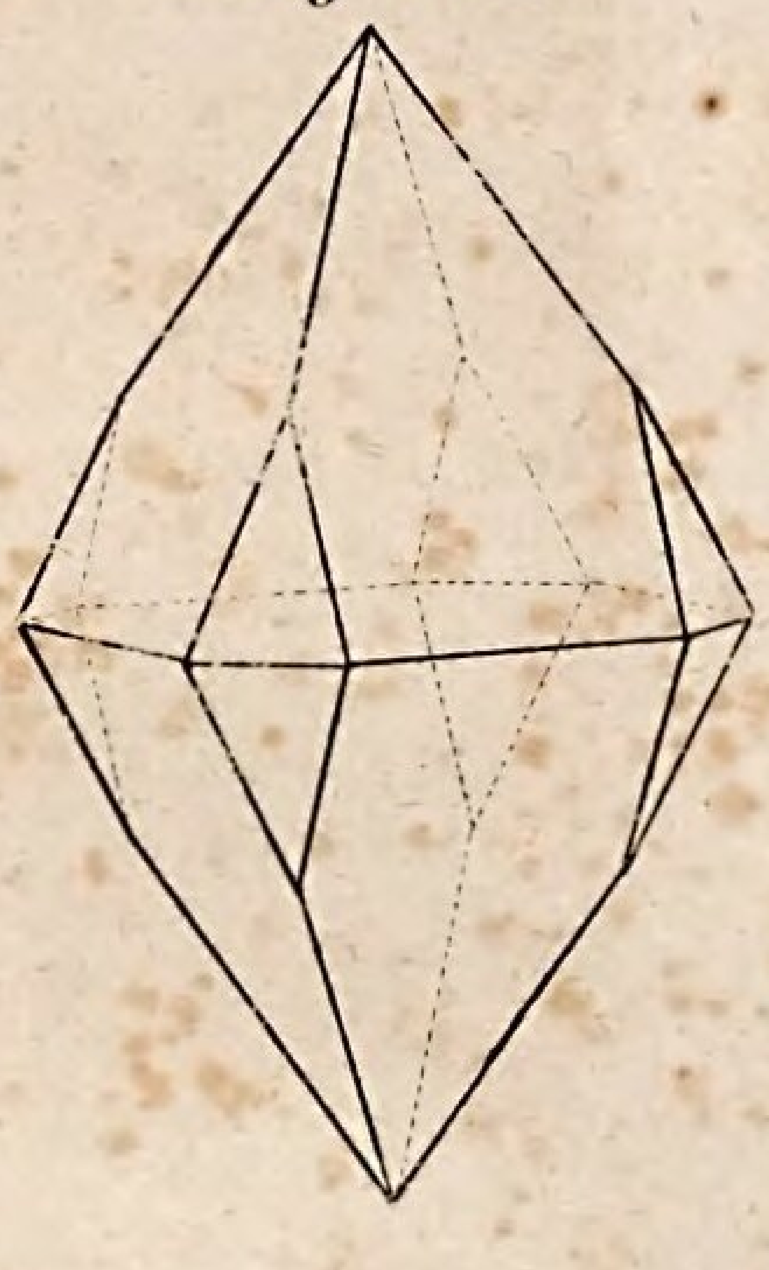


Fig. 121.

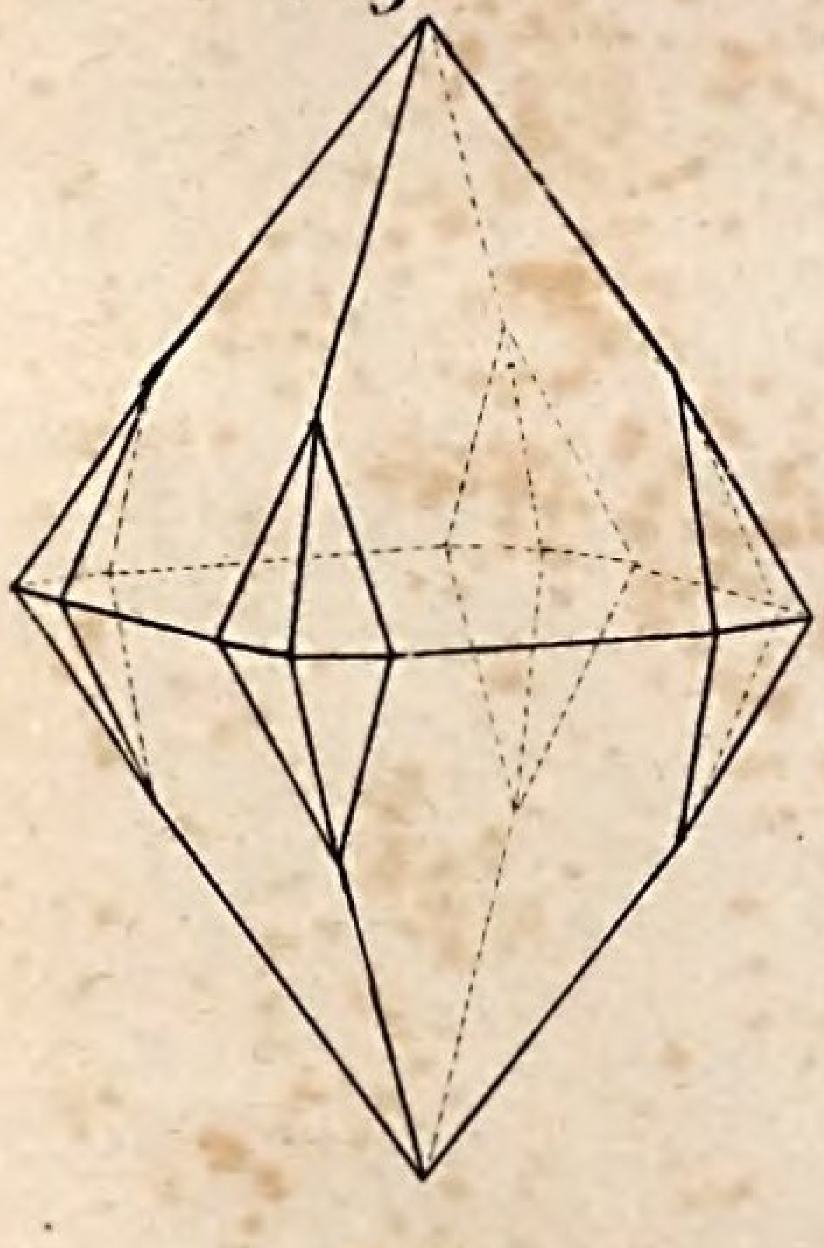


Fig. 123

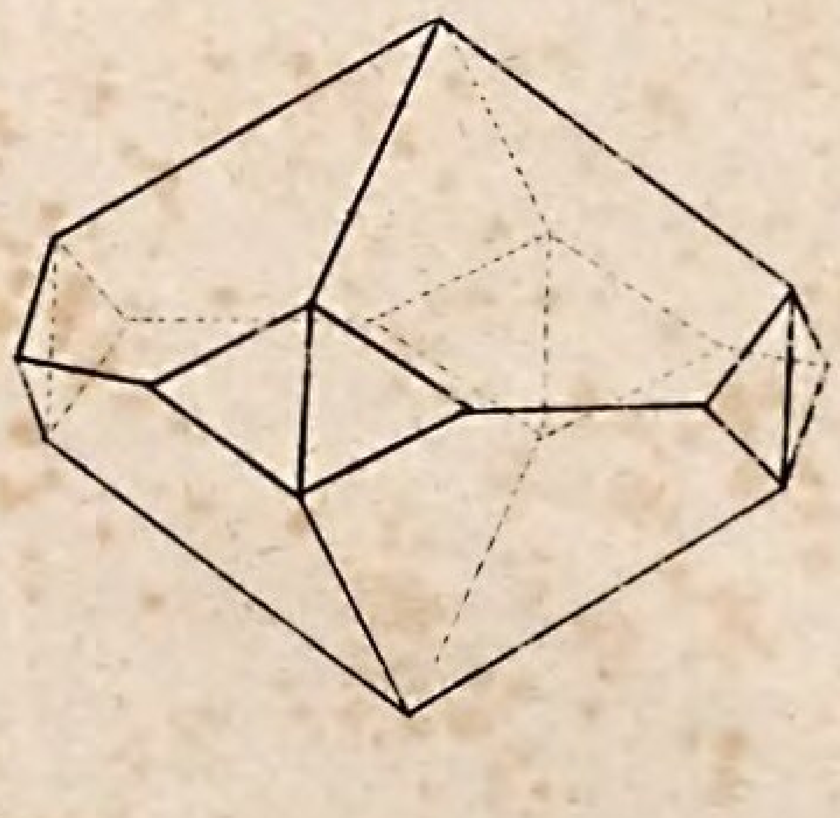


Fig. 125.

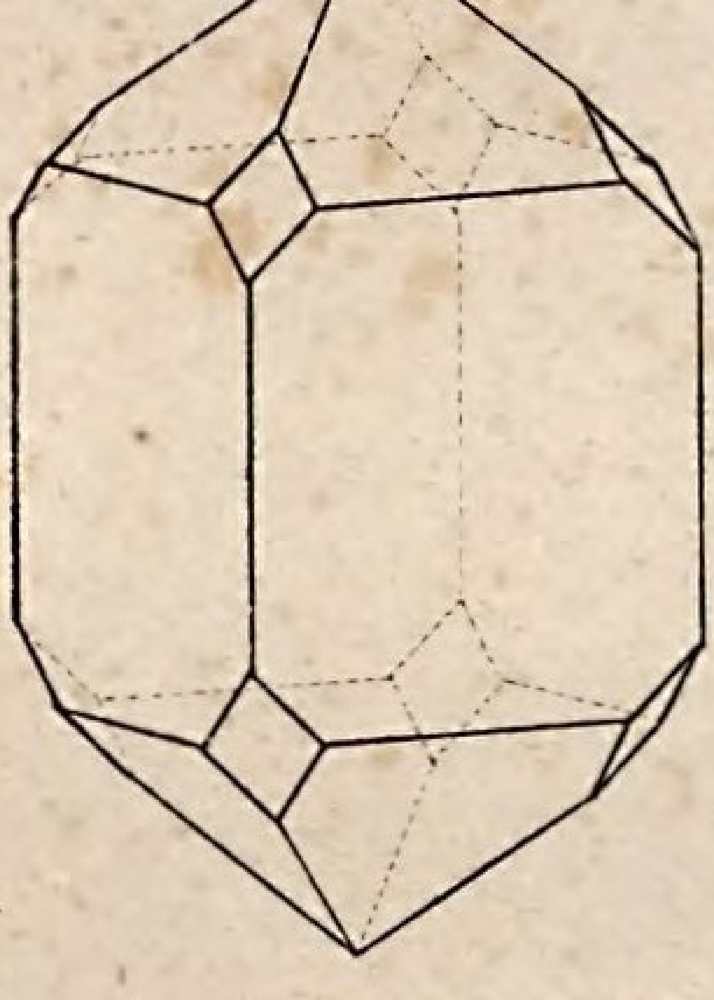


Fig. 126.

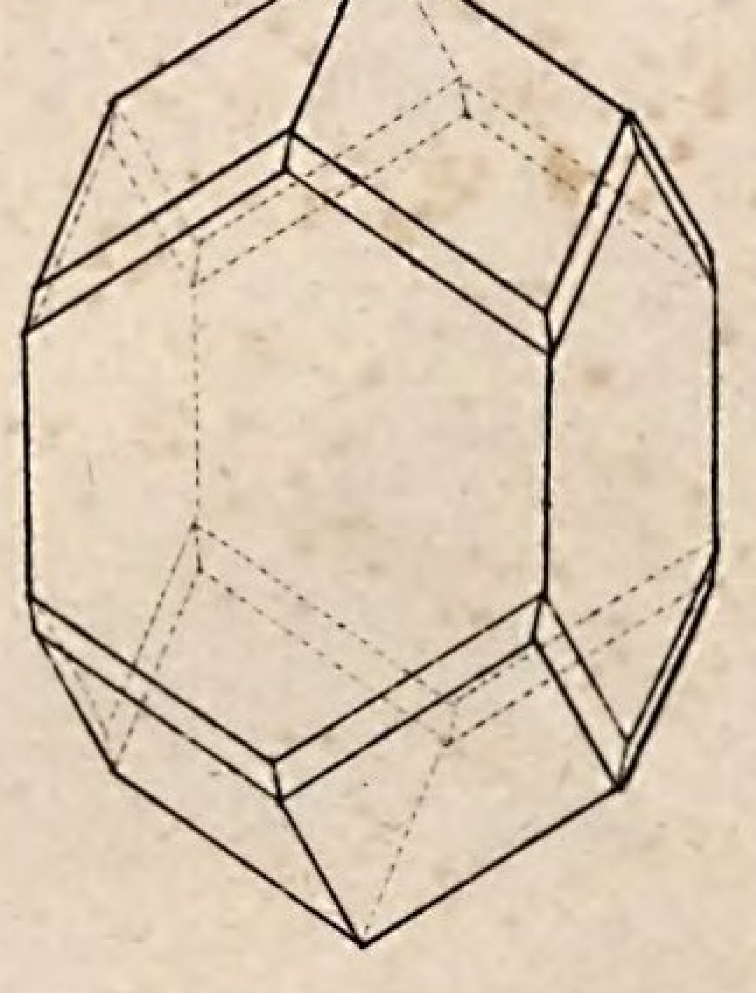


Fig. 124.

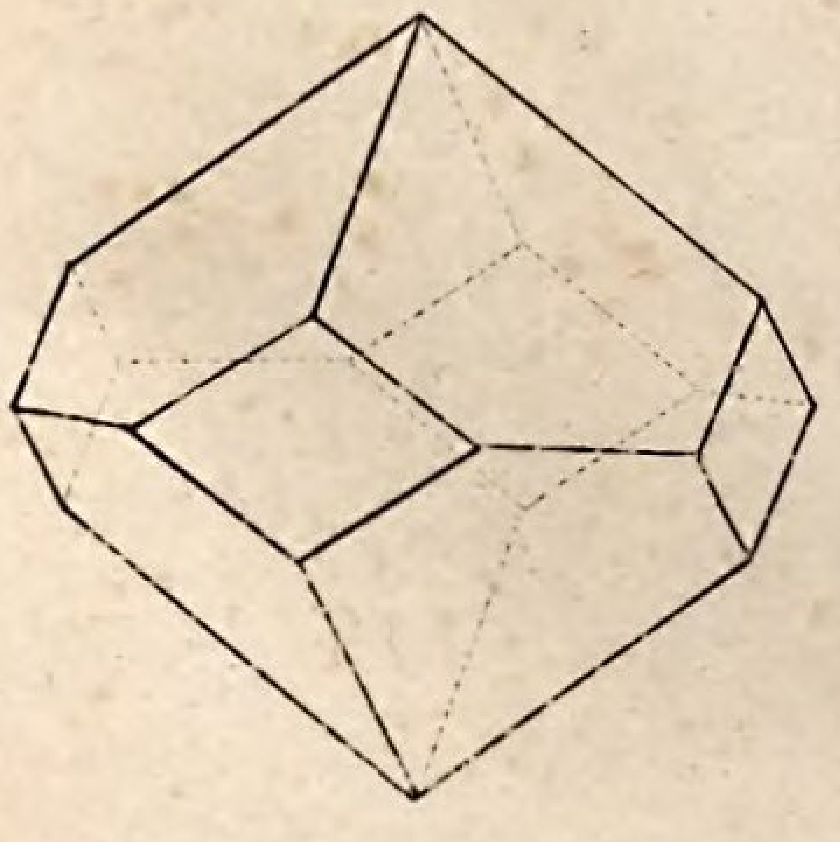


Fig. 127.

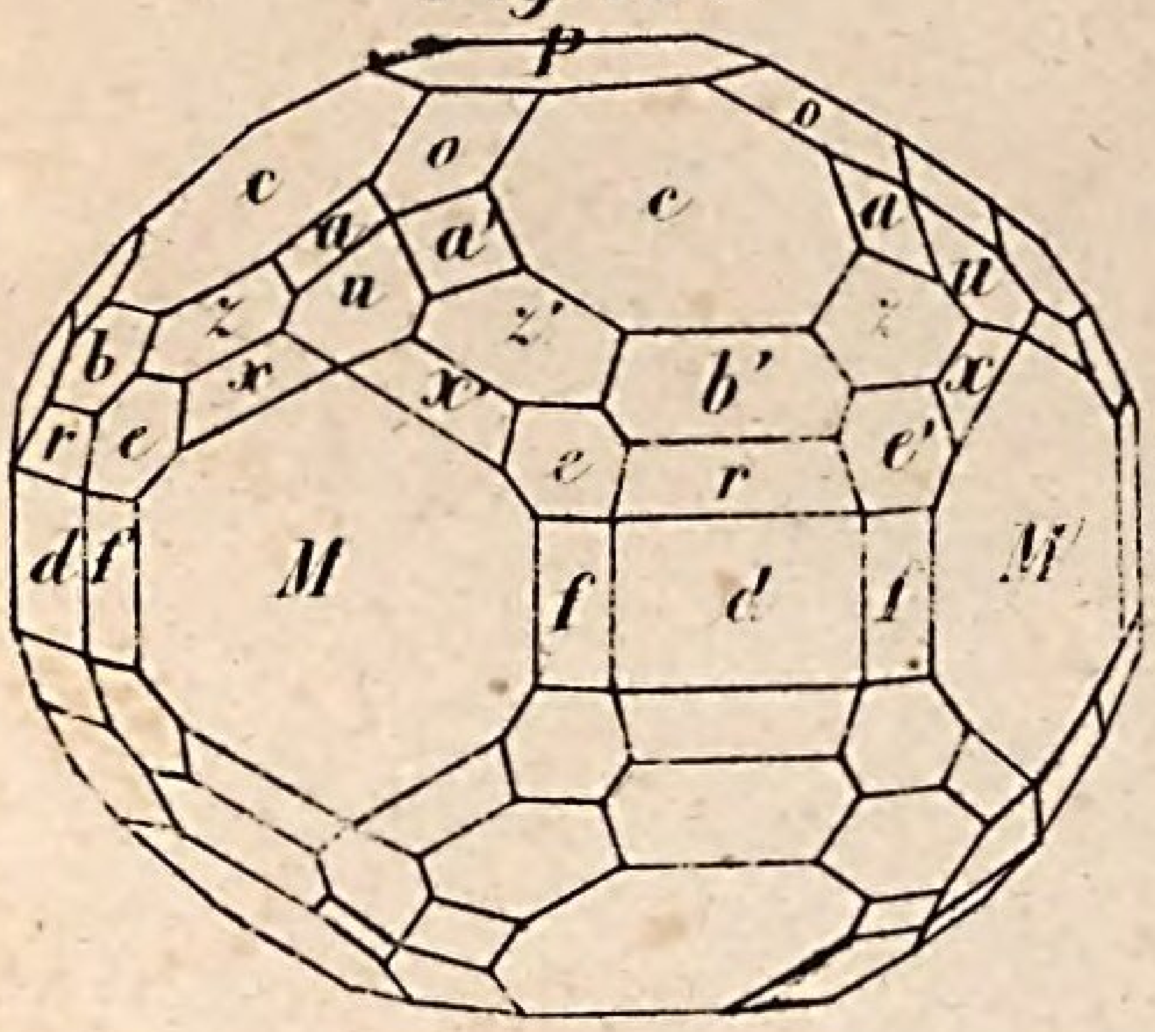


Fig. 128.

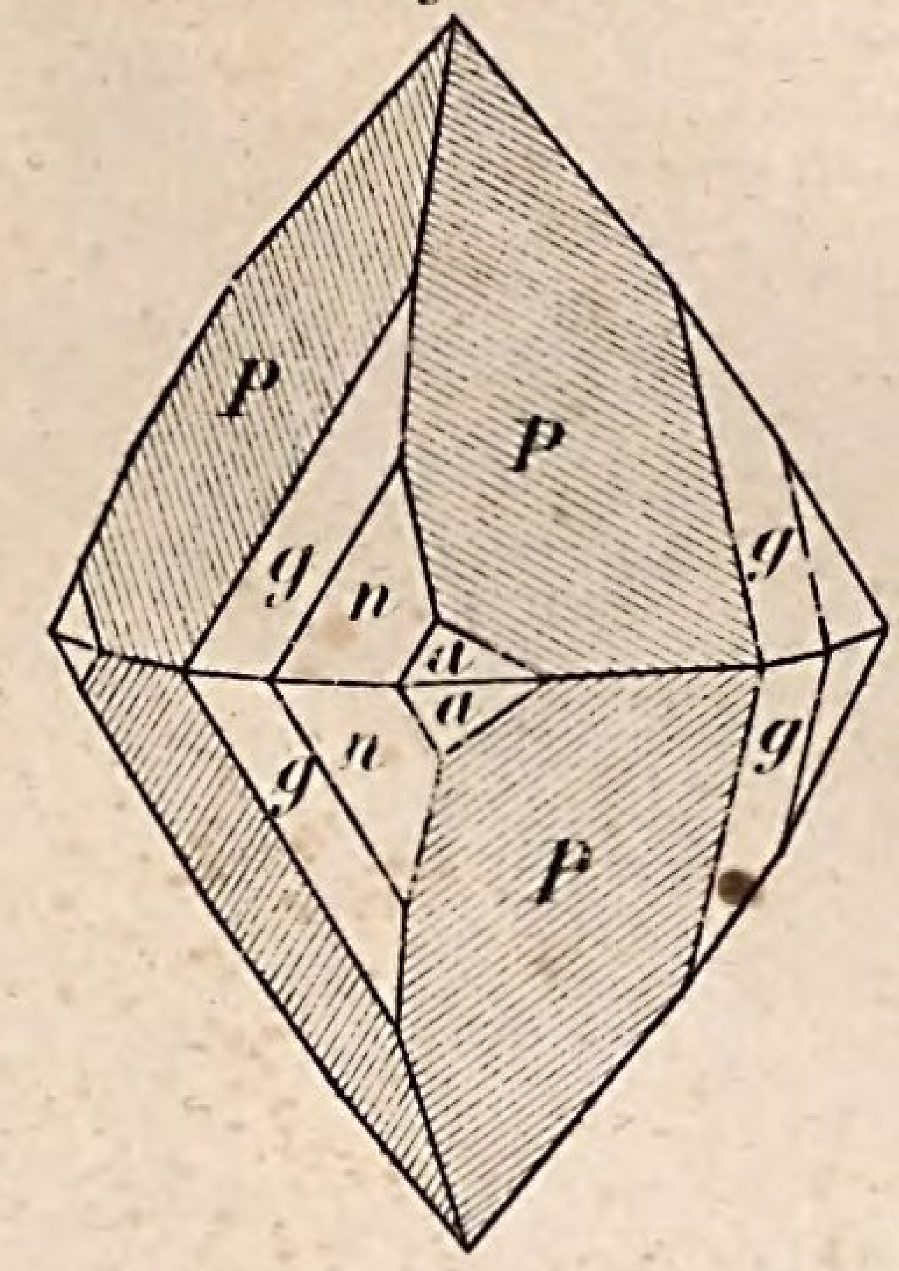


Fig. 129.

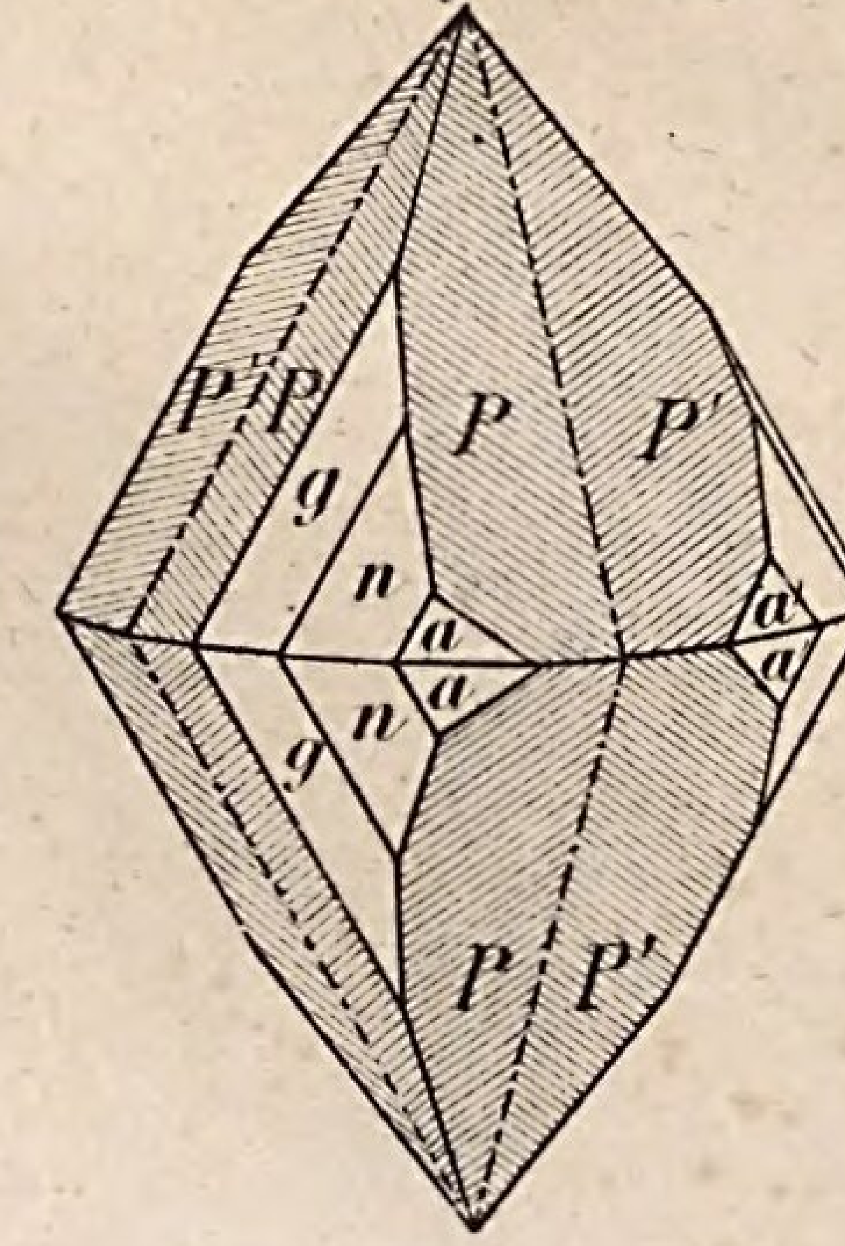


Fig. 130.

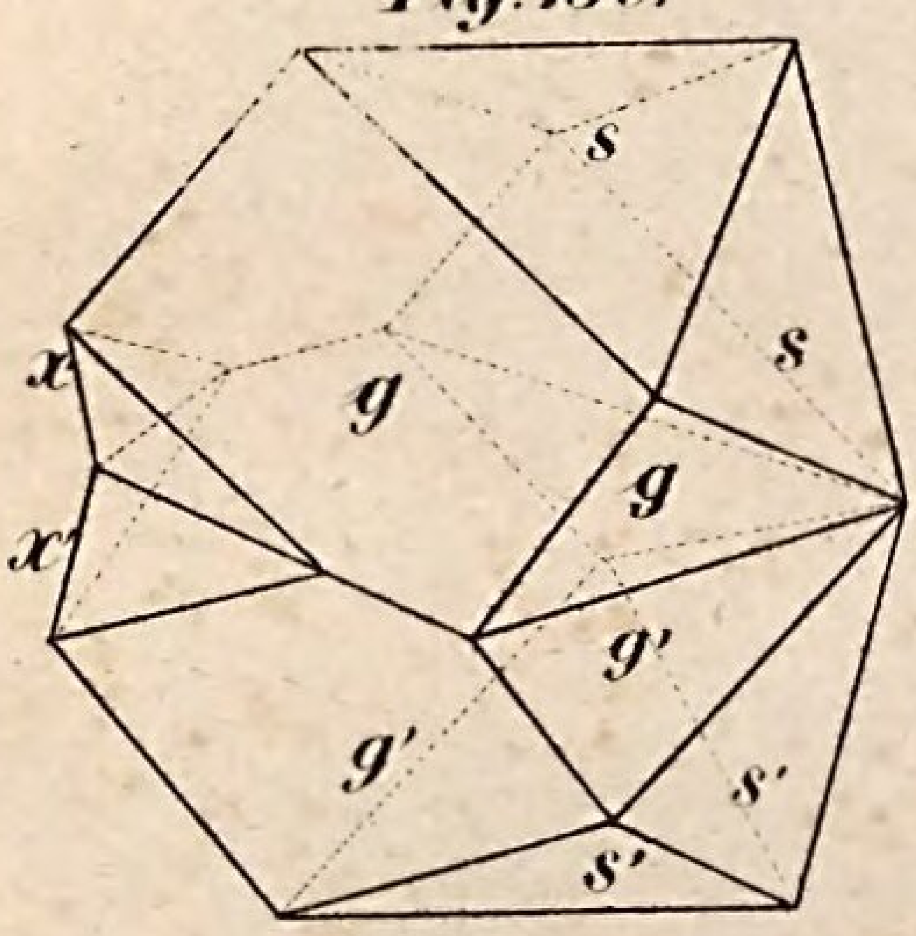


Fig. 131.

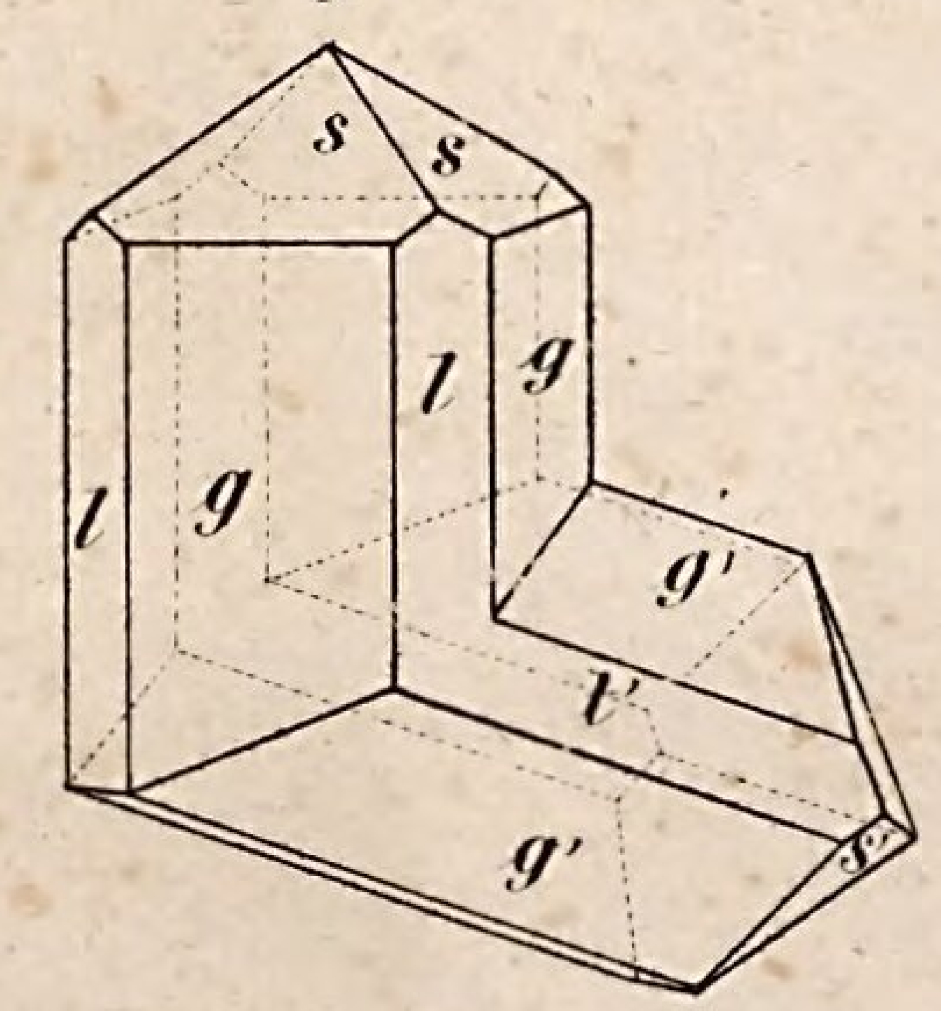


Fig. 132.

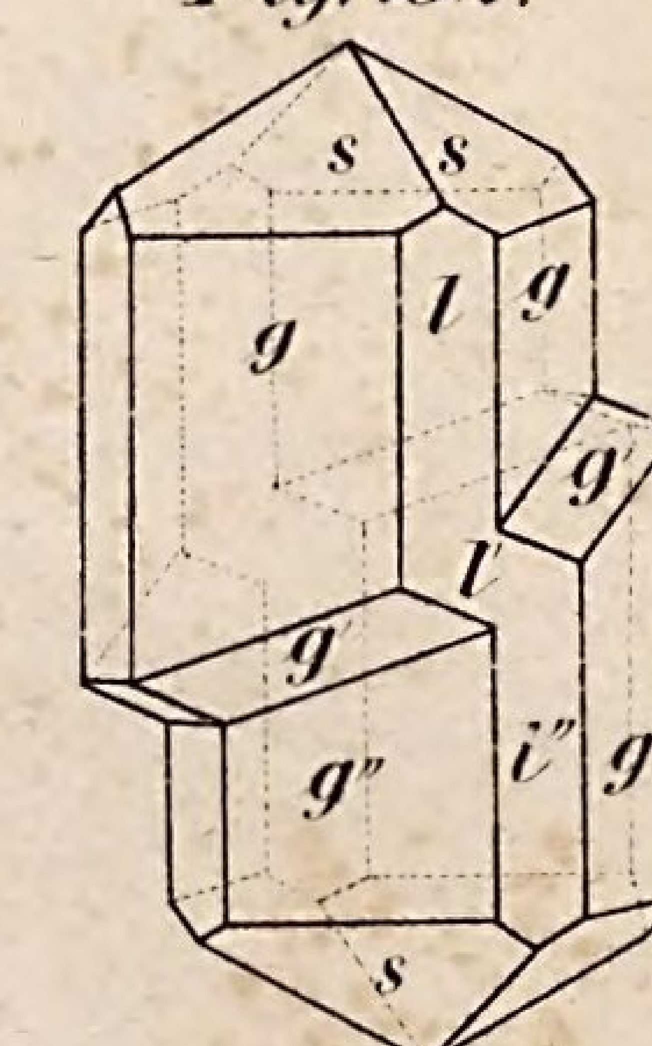


Fig. 133

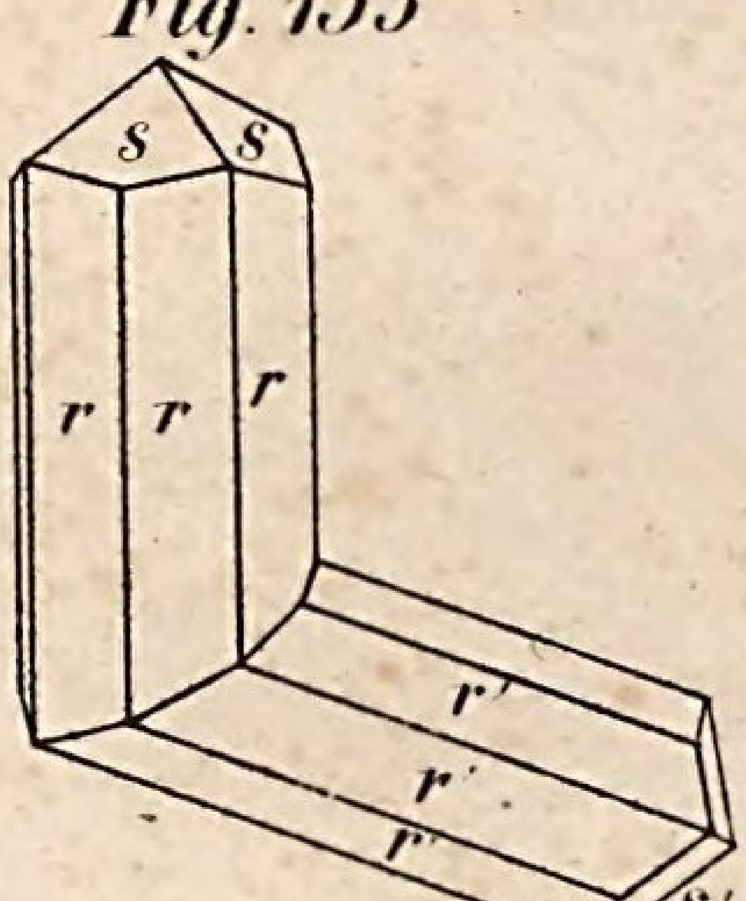


Fig. 134.

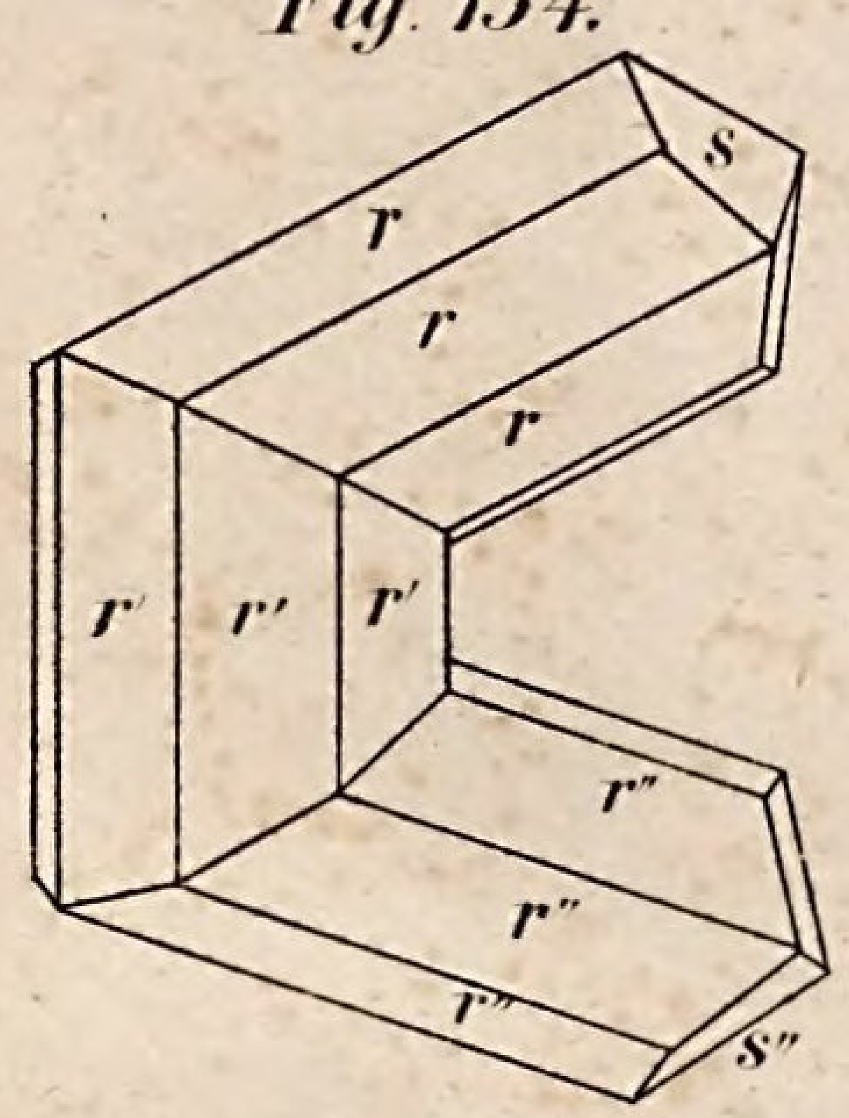


Fig. 135.

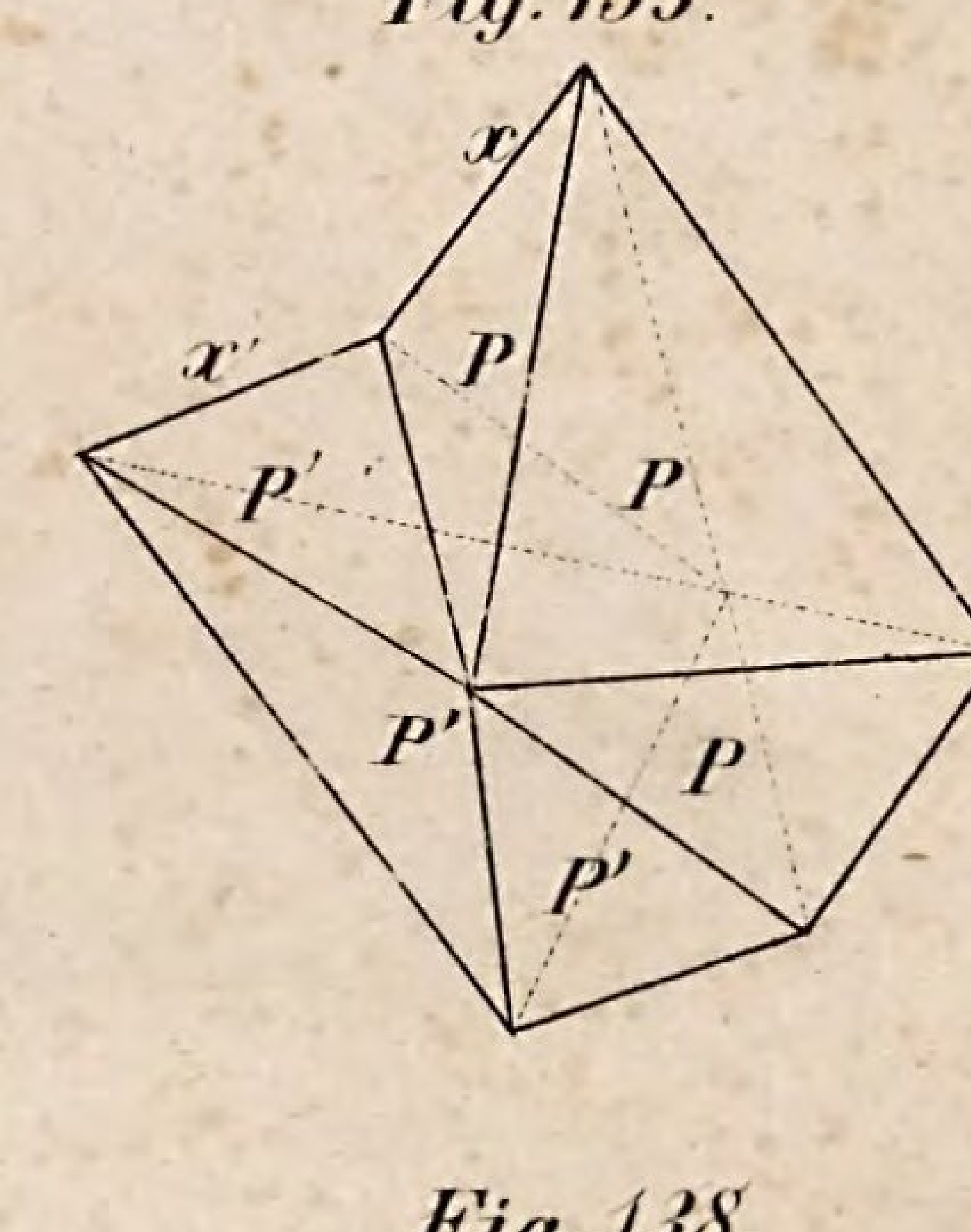


Fig. 136.

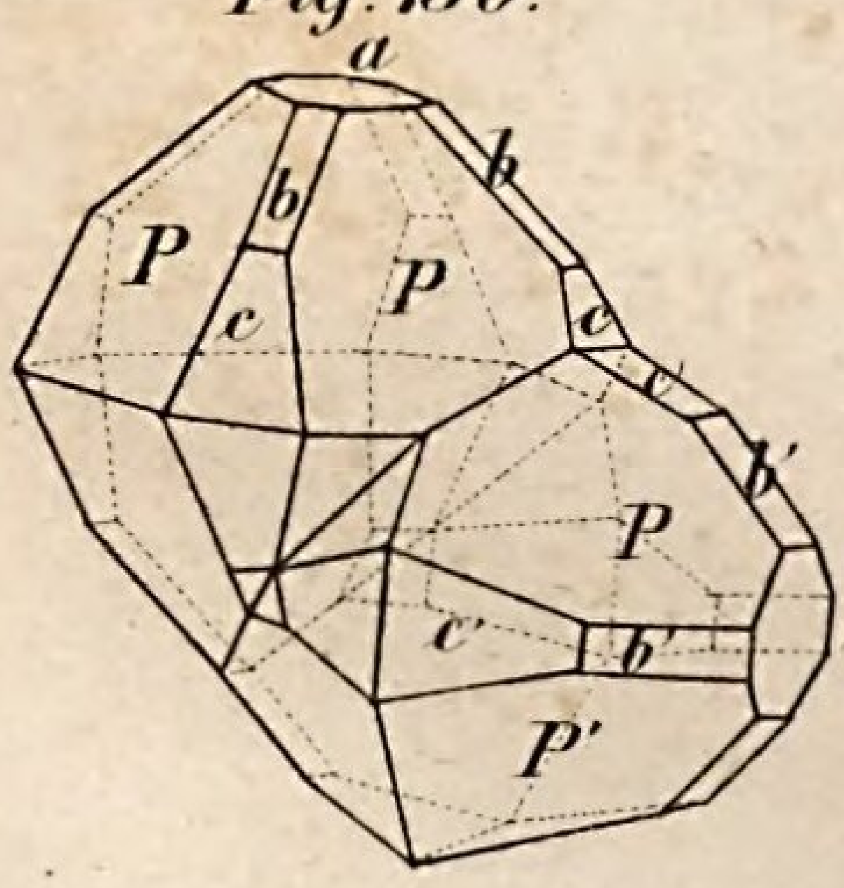


Fig. 137.

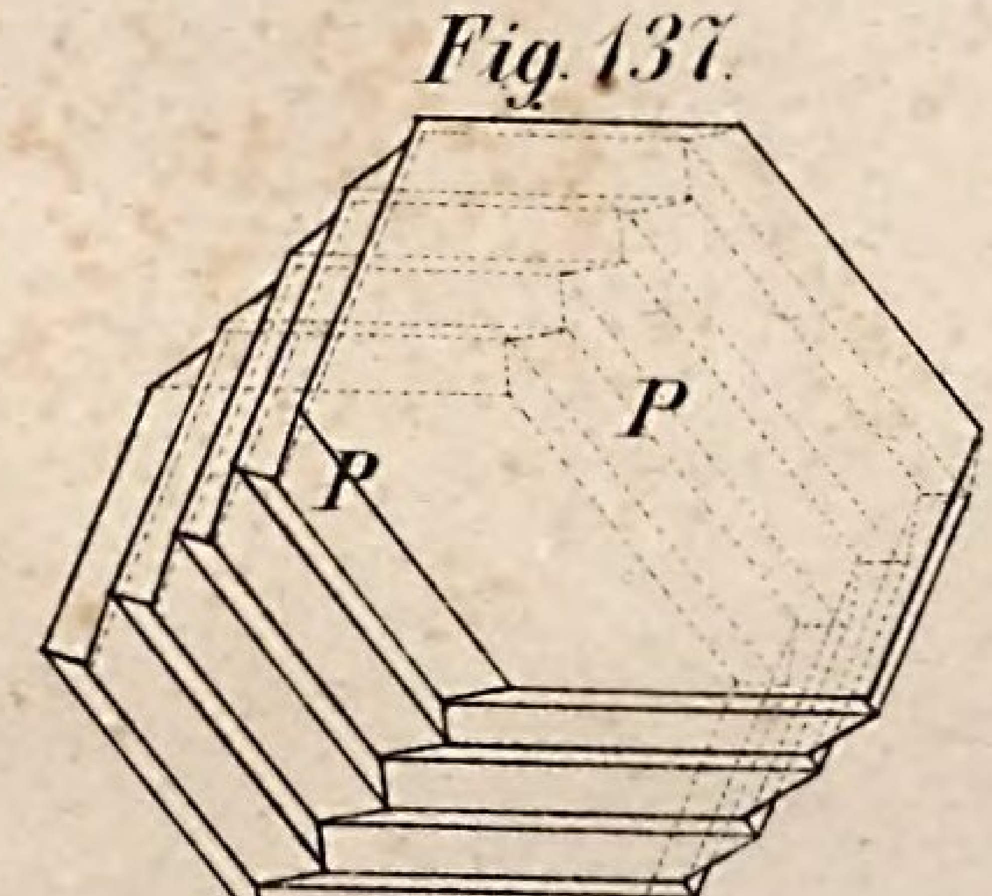


Fig. 138.

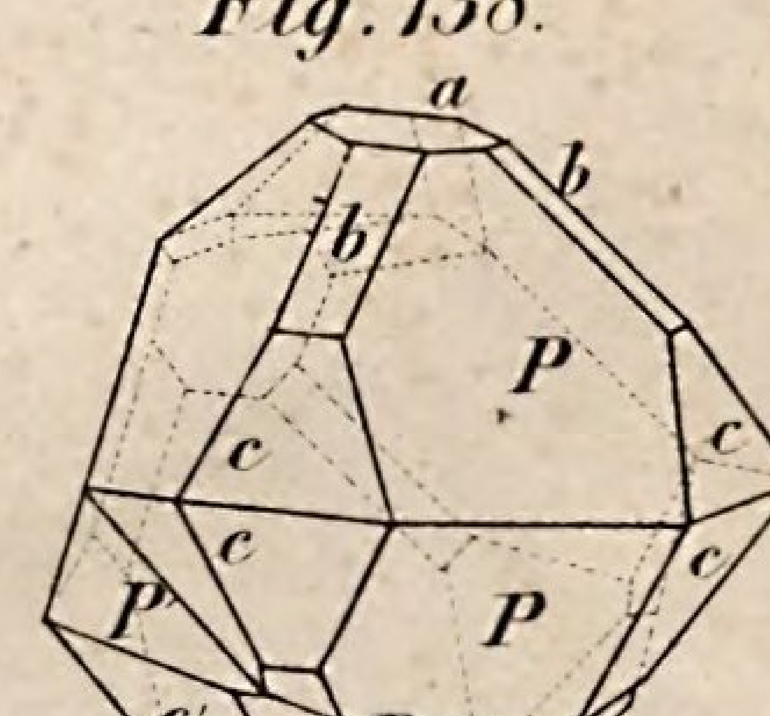


Fig. 140.

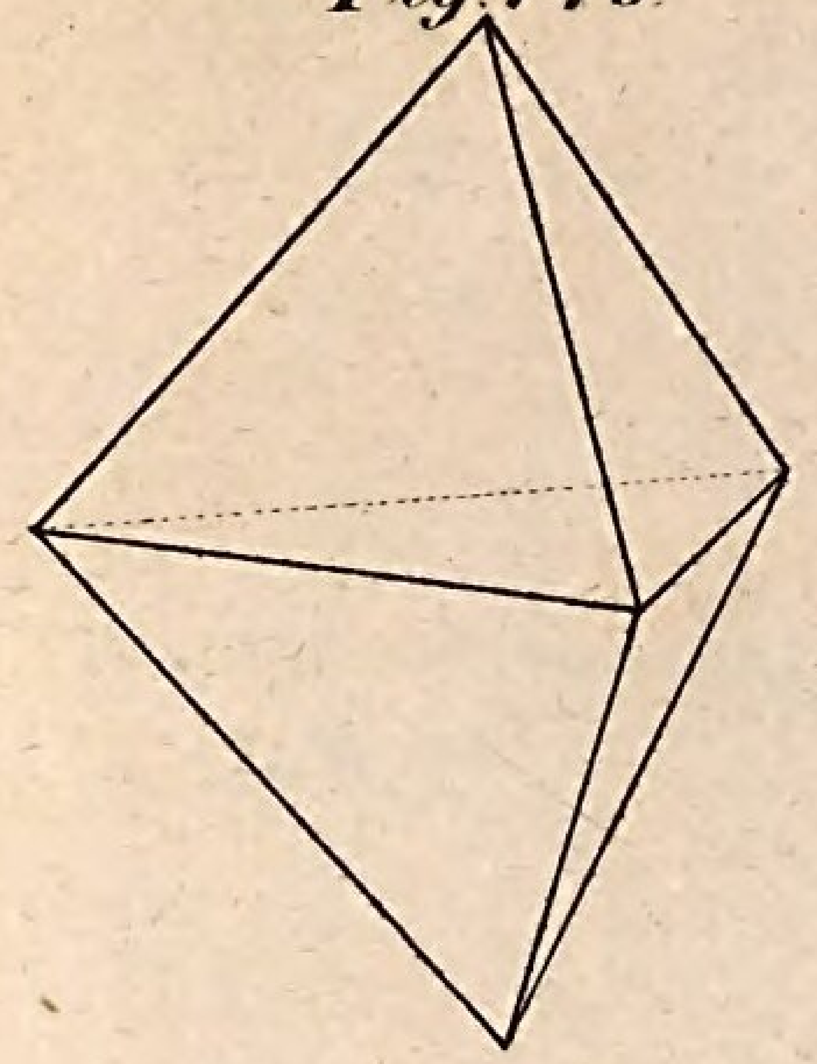
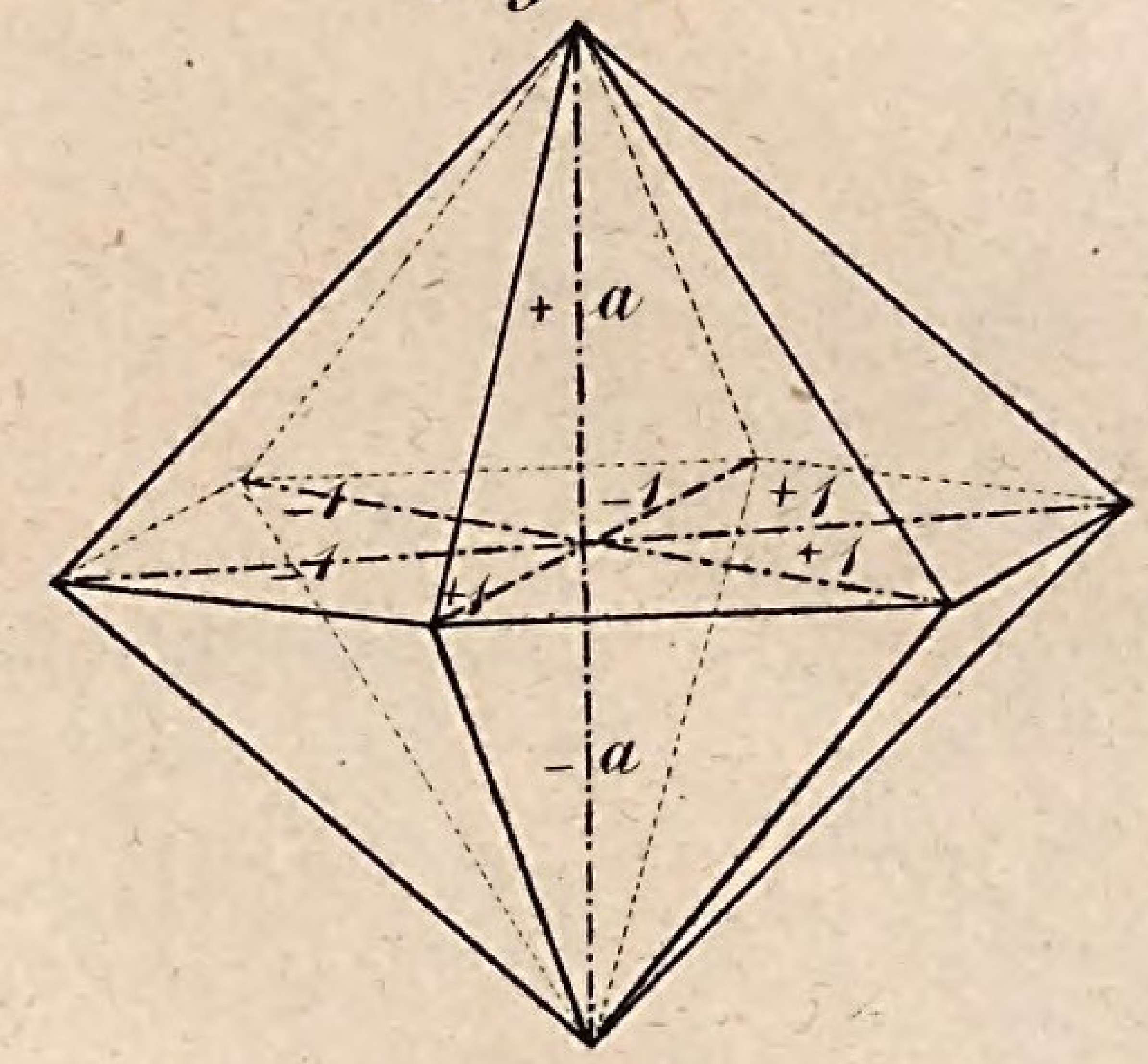


Fig. 139.



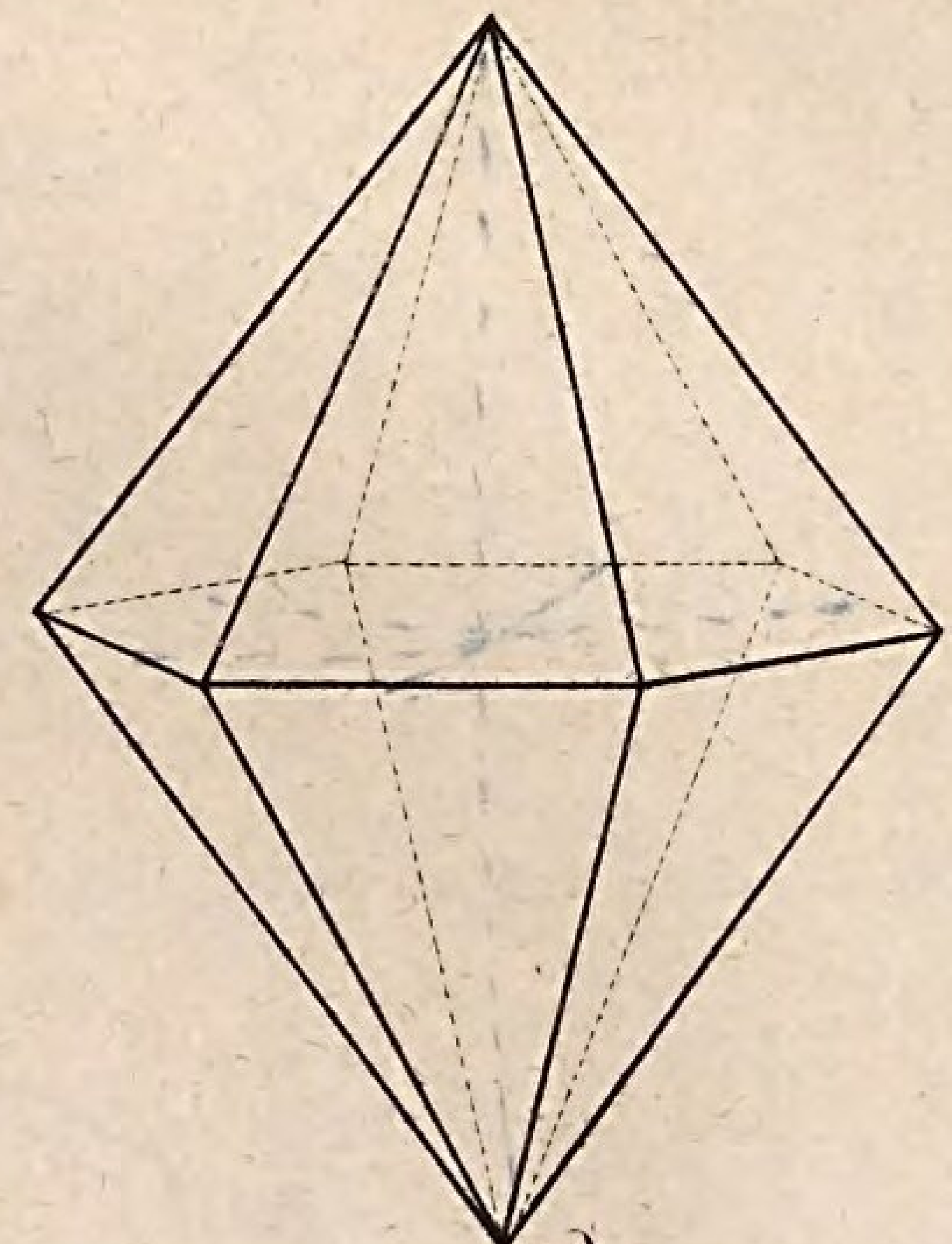
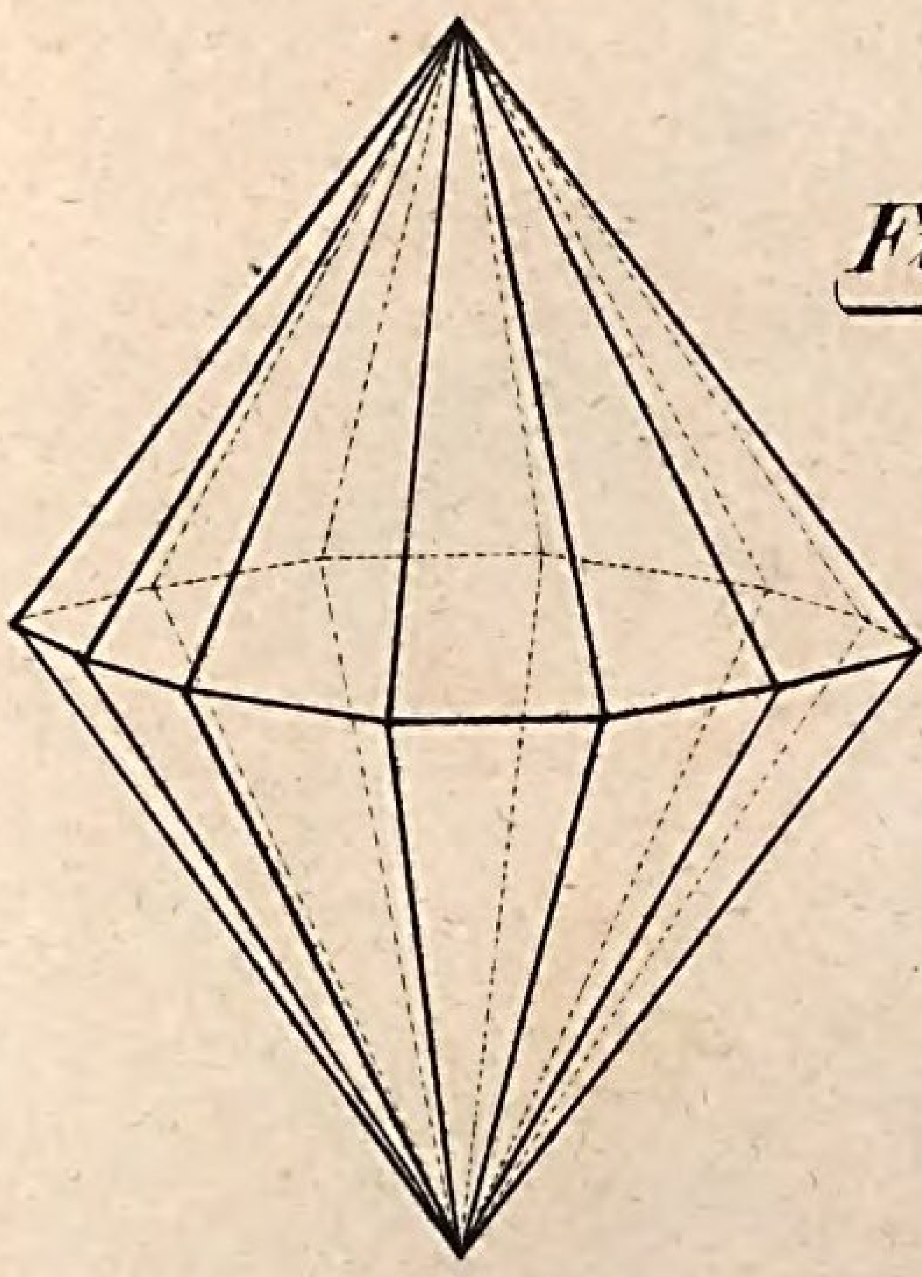


Fig. 142.



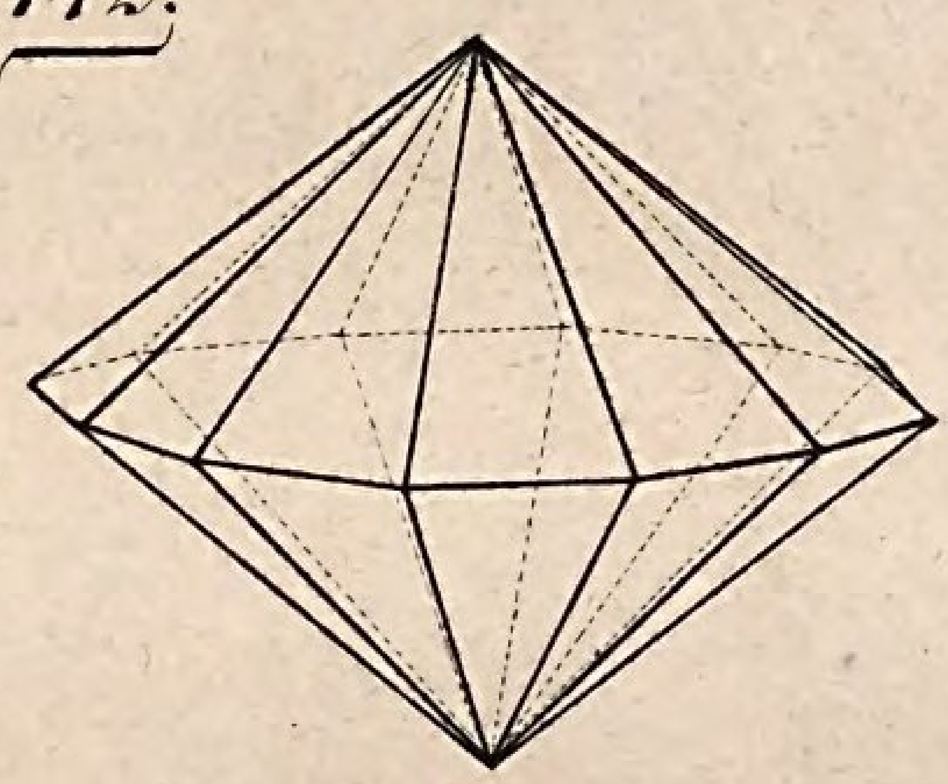


Fig. 141.

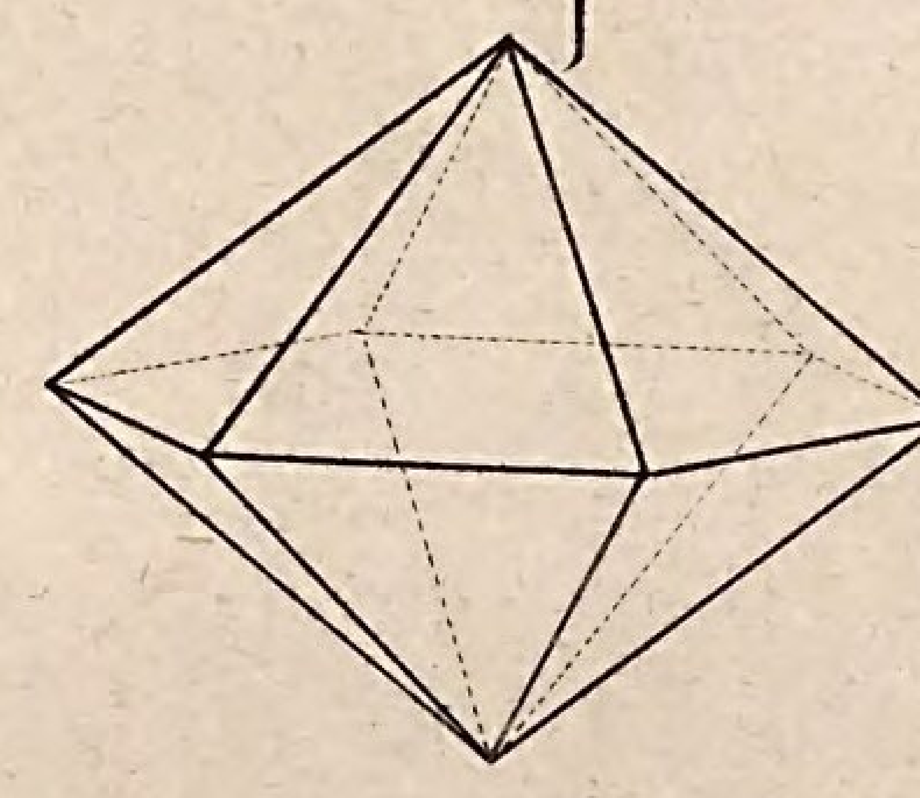
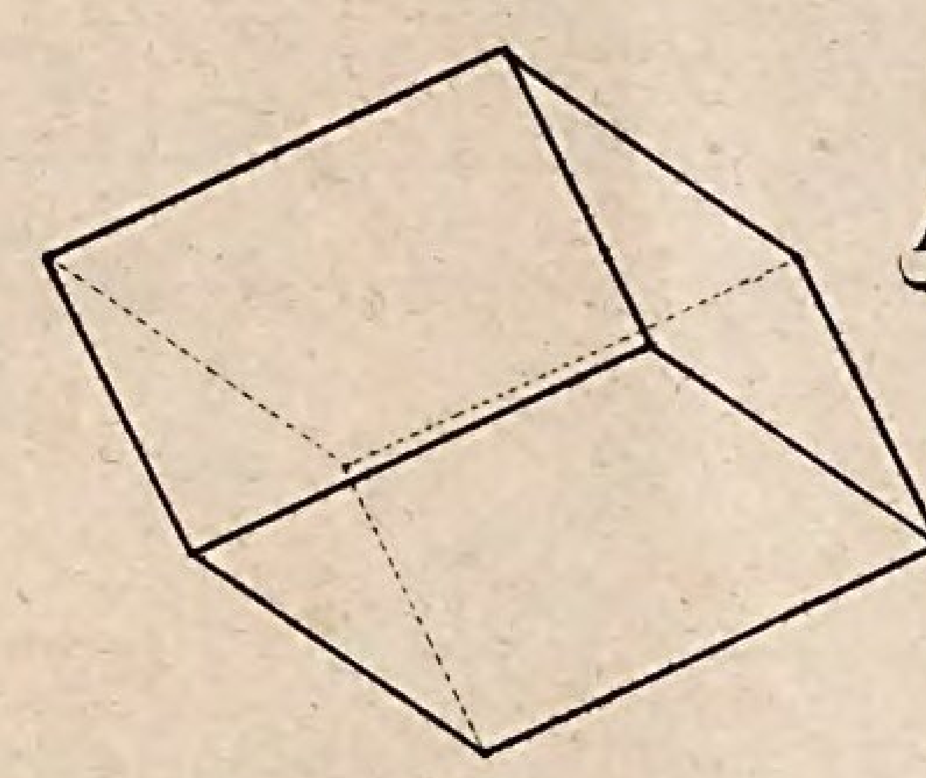


Fig. 143



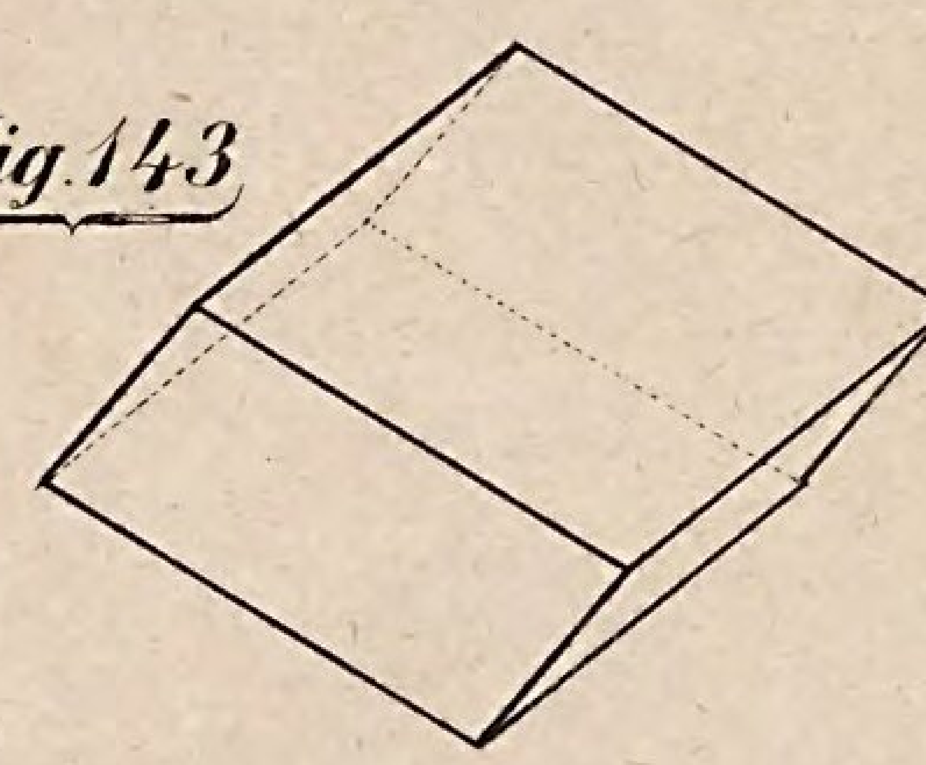
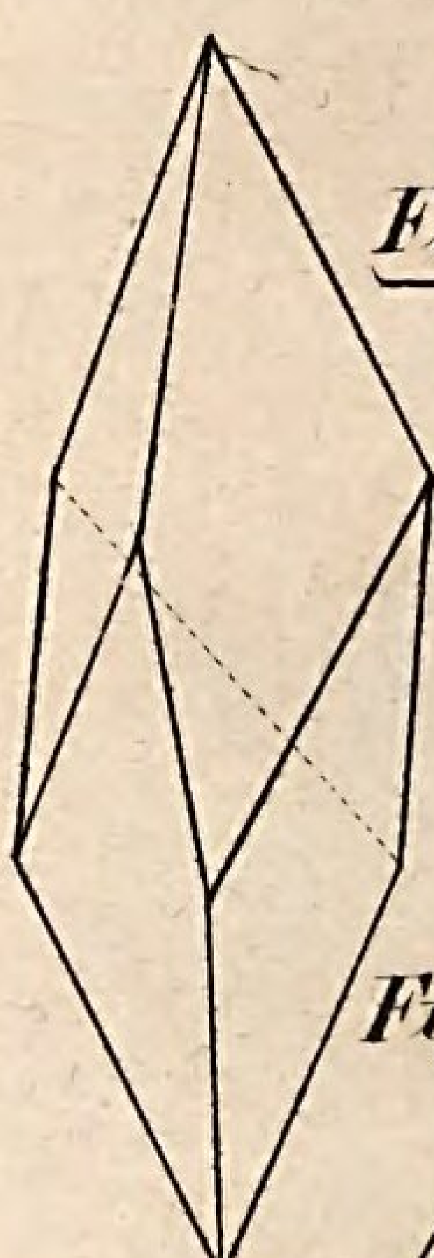


Fig. 145.



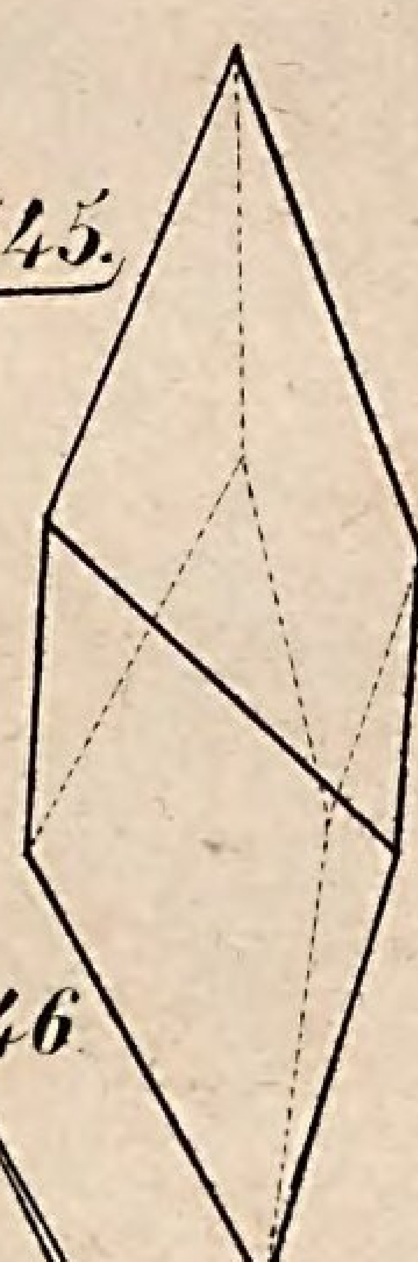


Fig. 146.

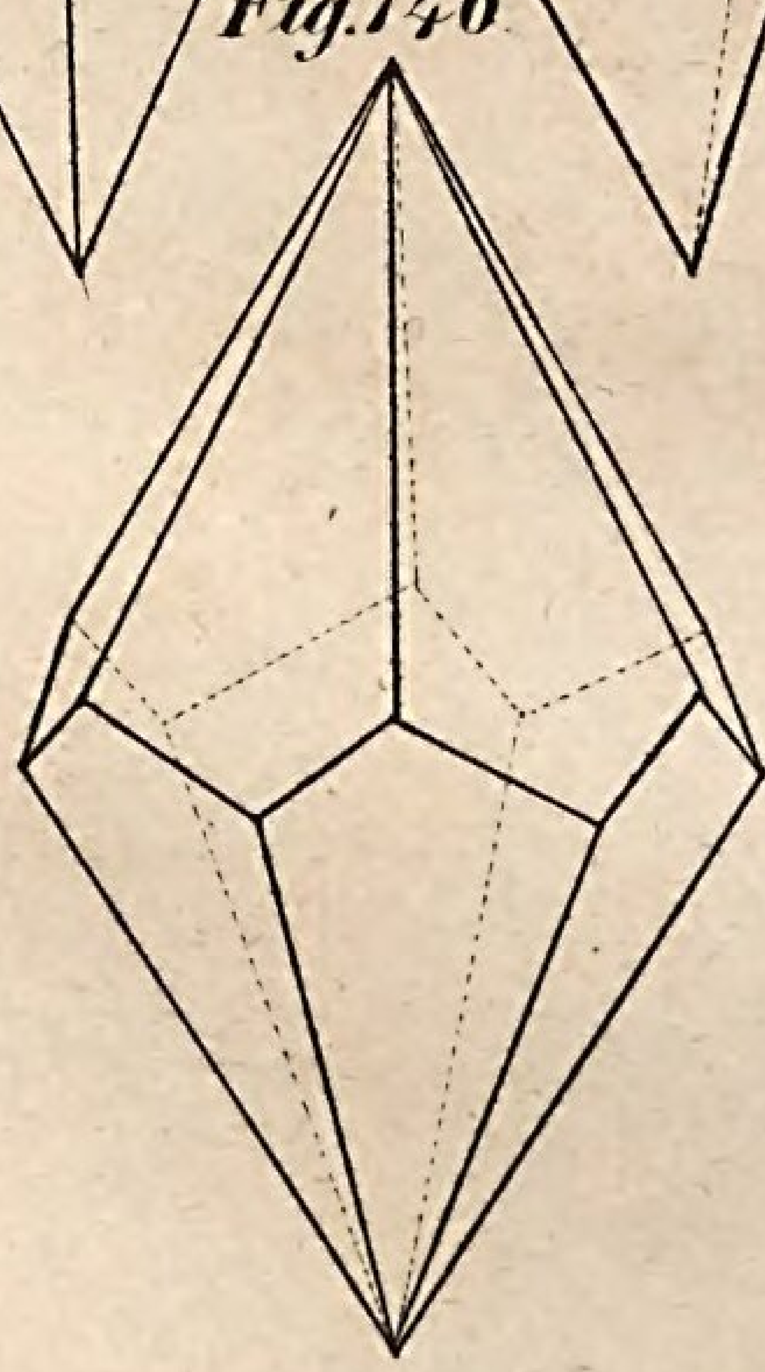
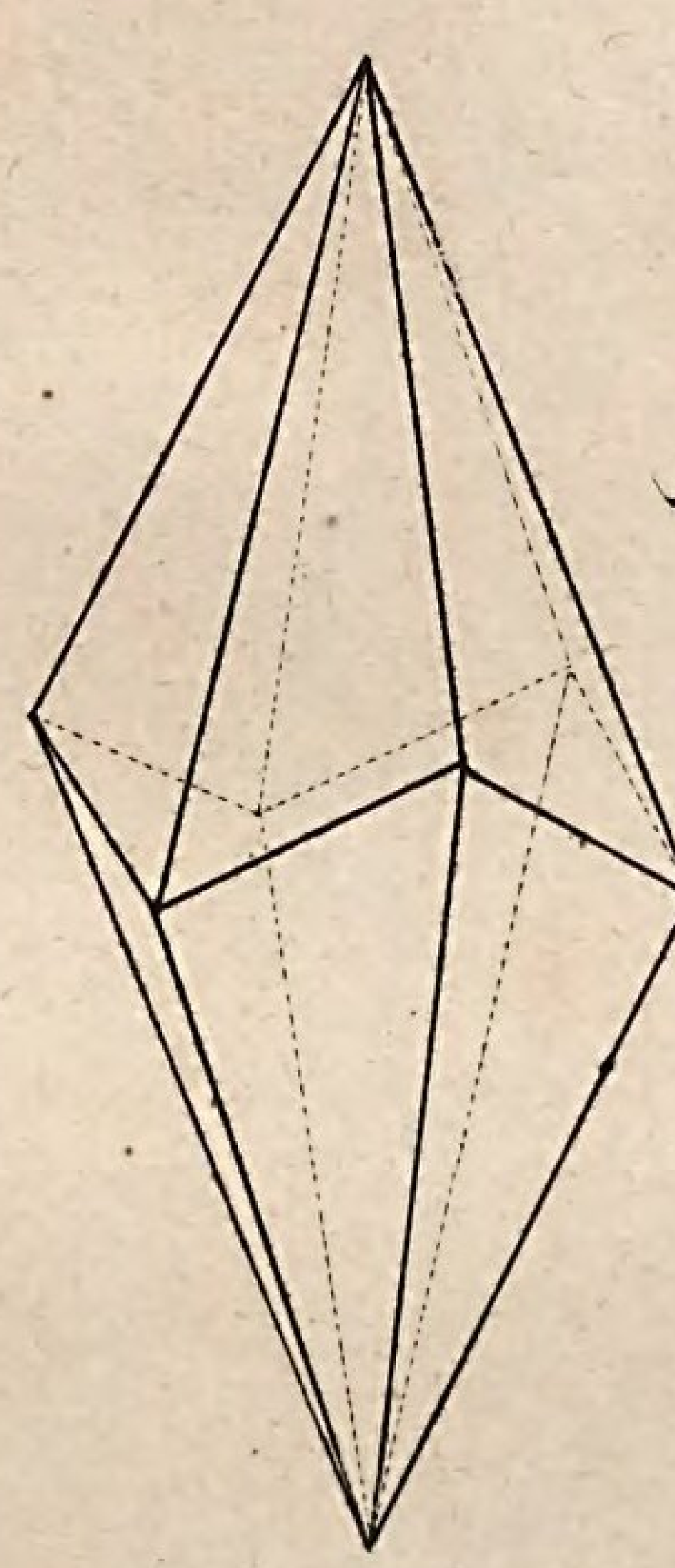


Fig. 144.



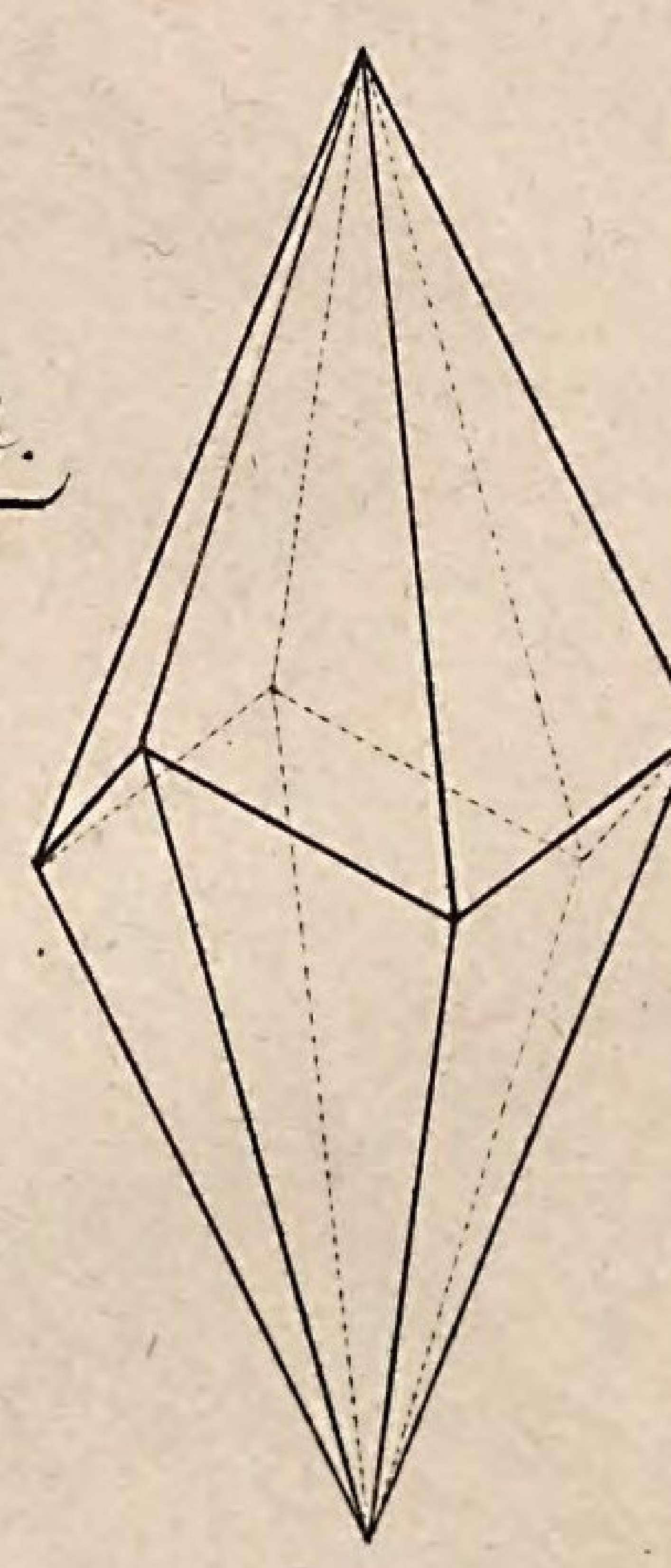


Fig. 147.

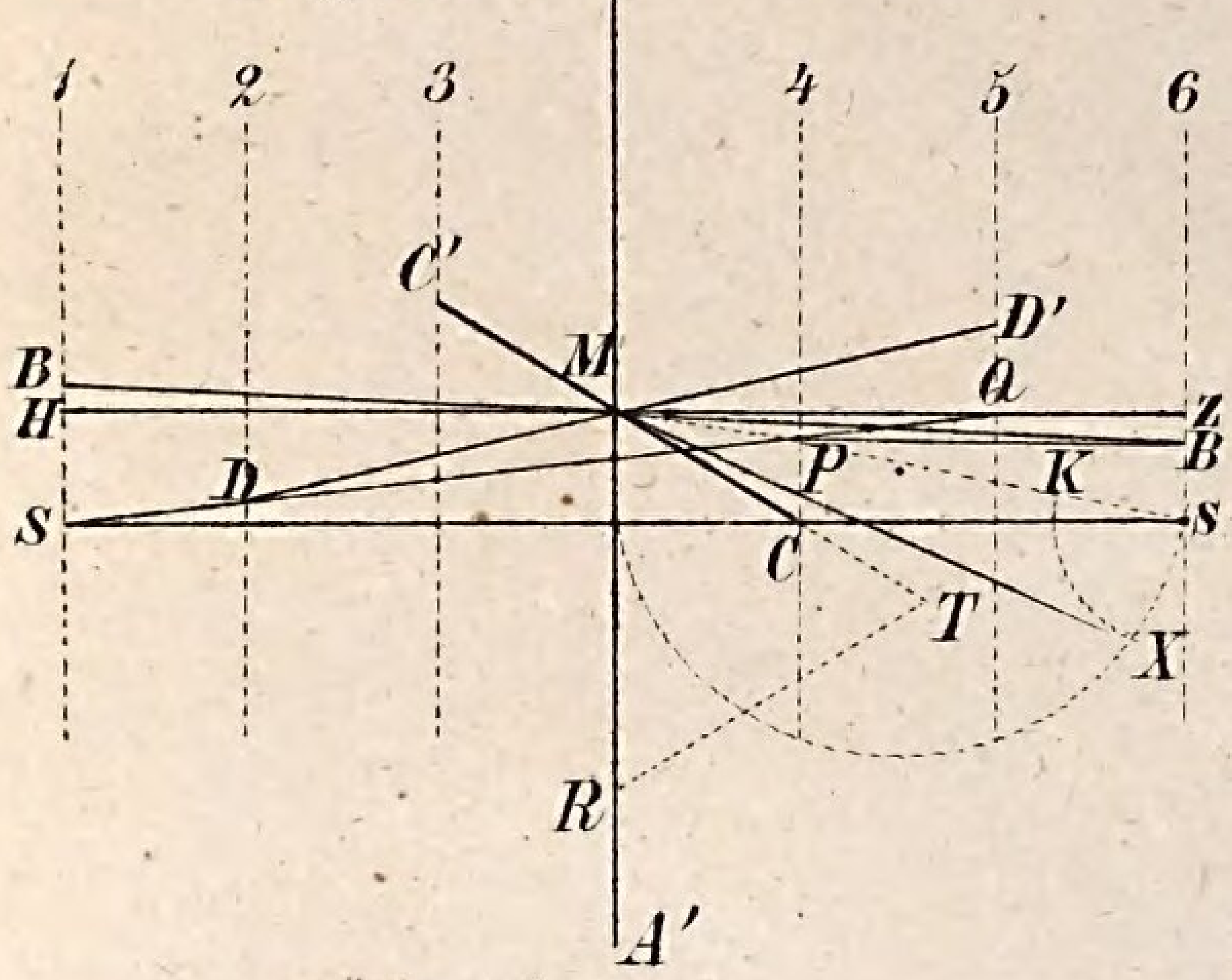


Fig. 148.

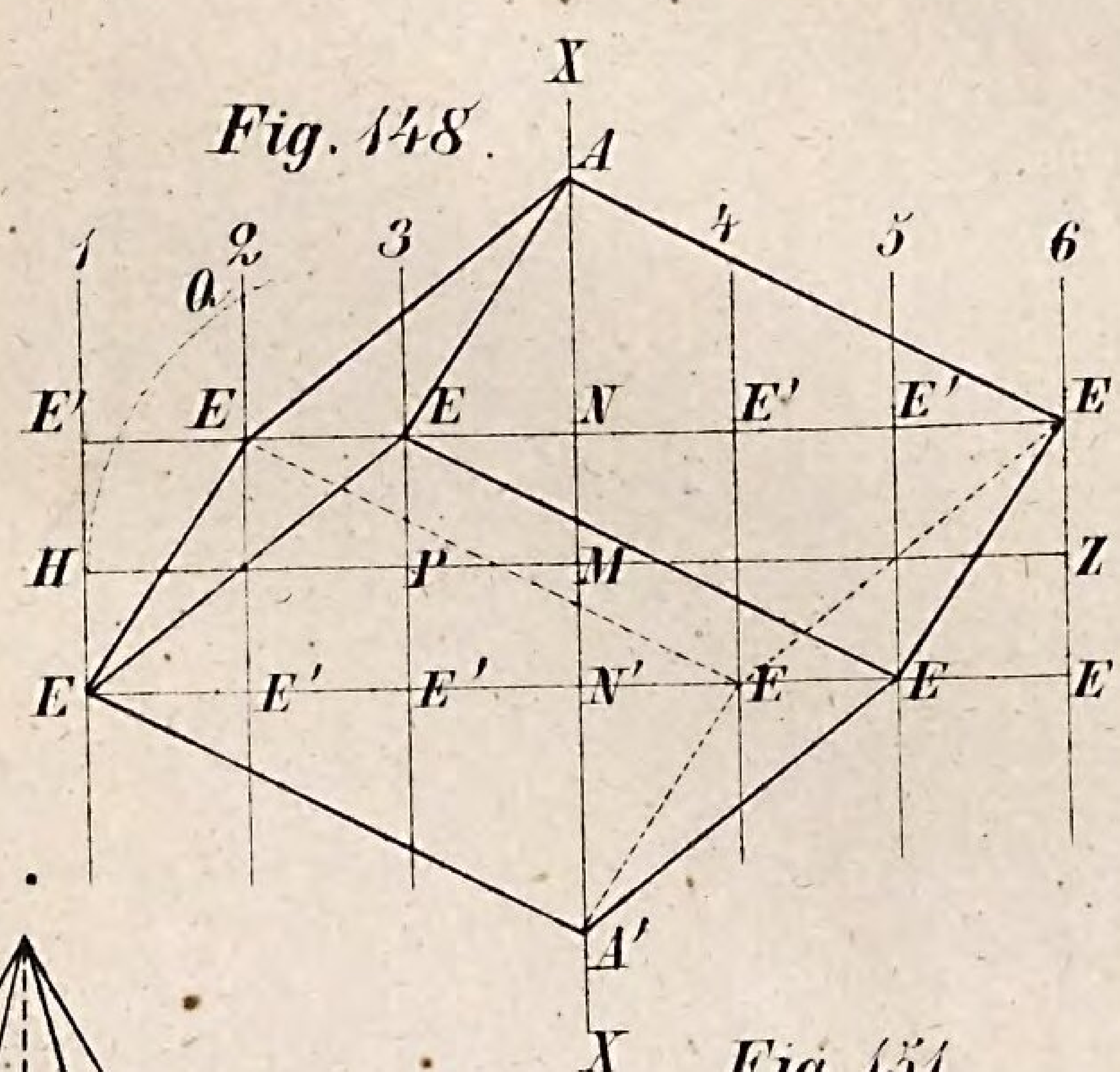


Fig. 150.

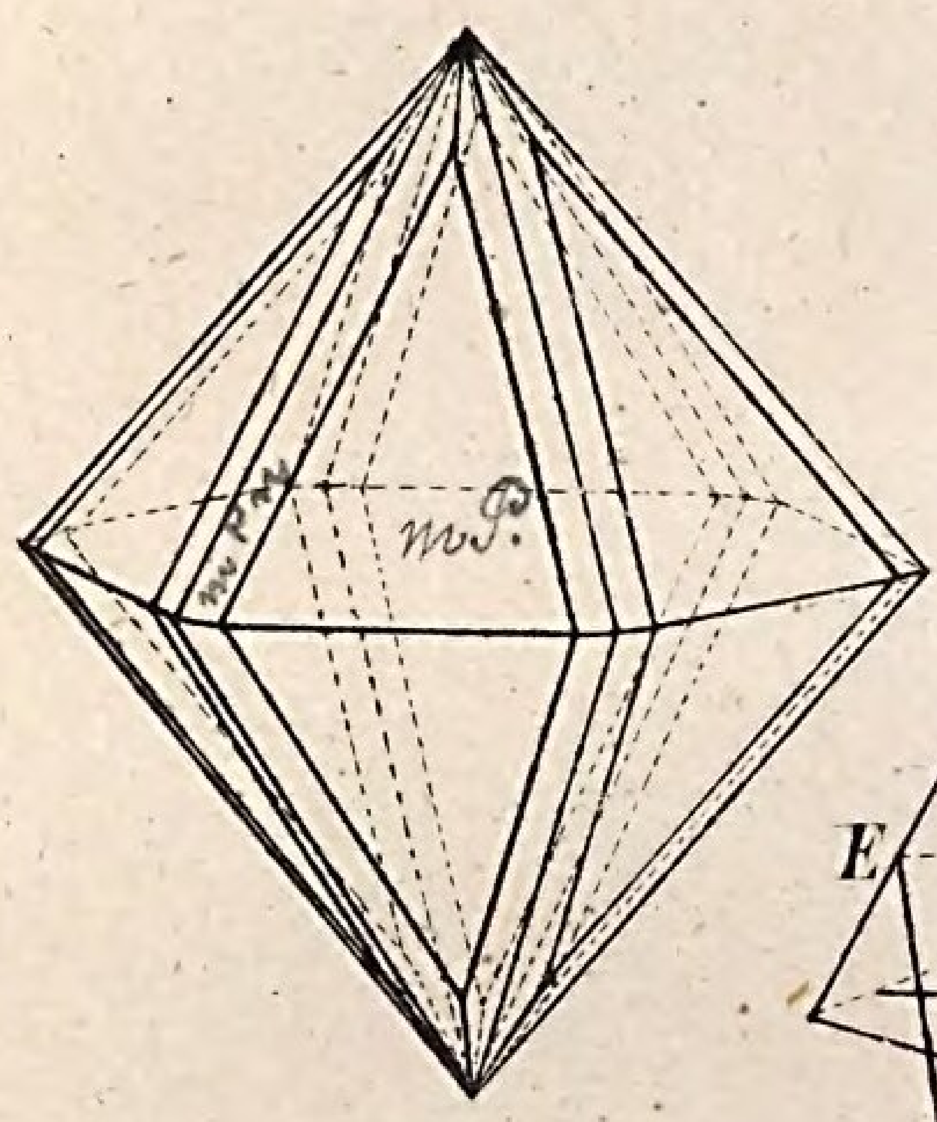


Fig. 149.

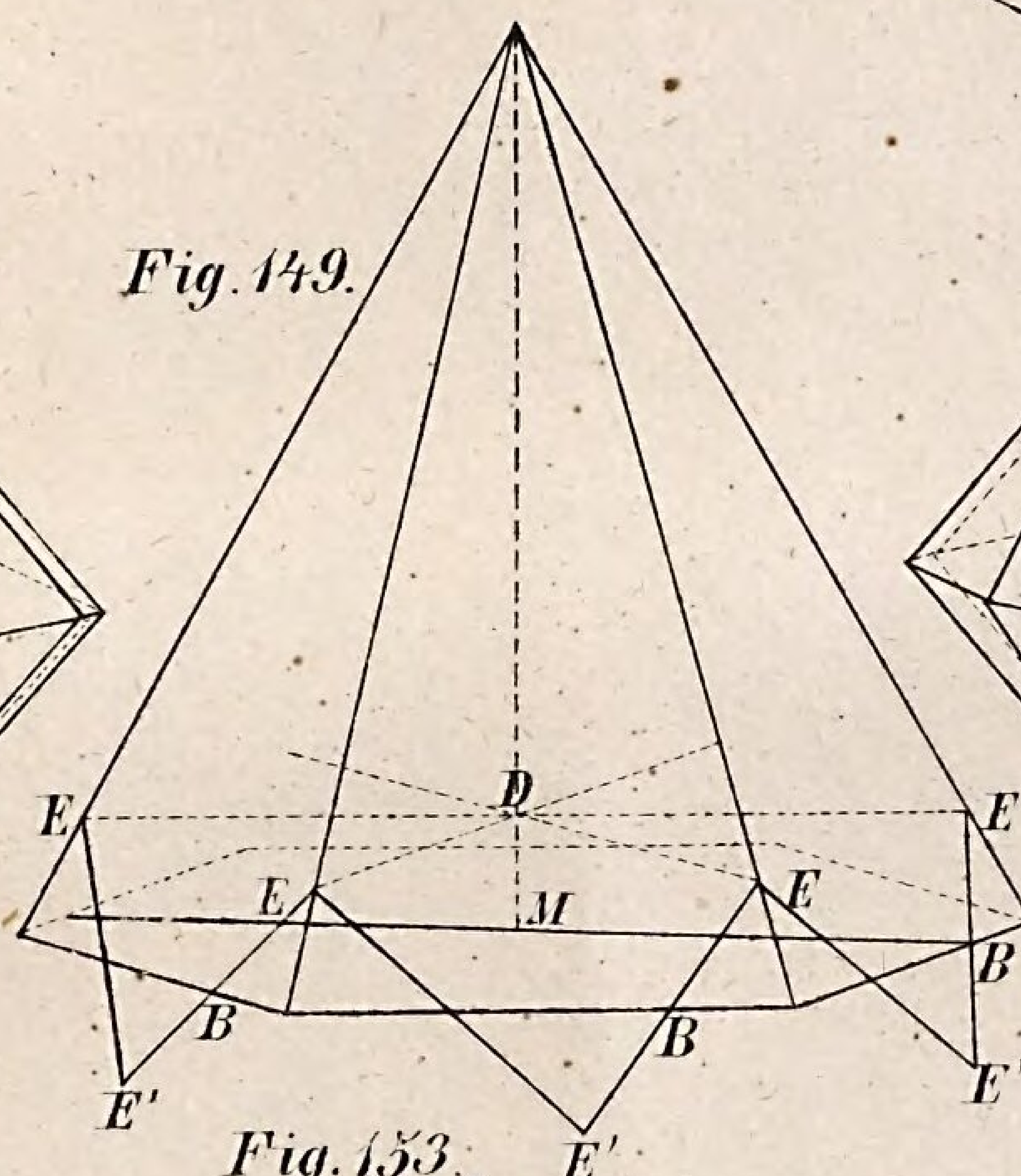


Fig. 151.

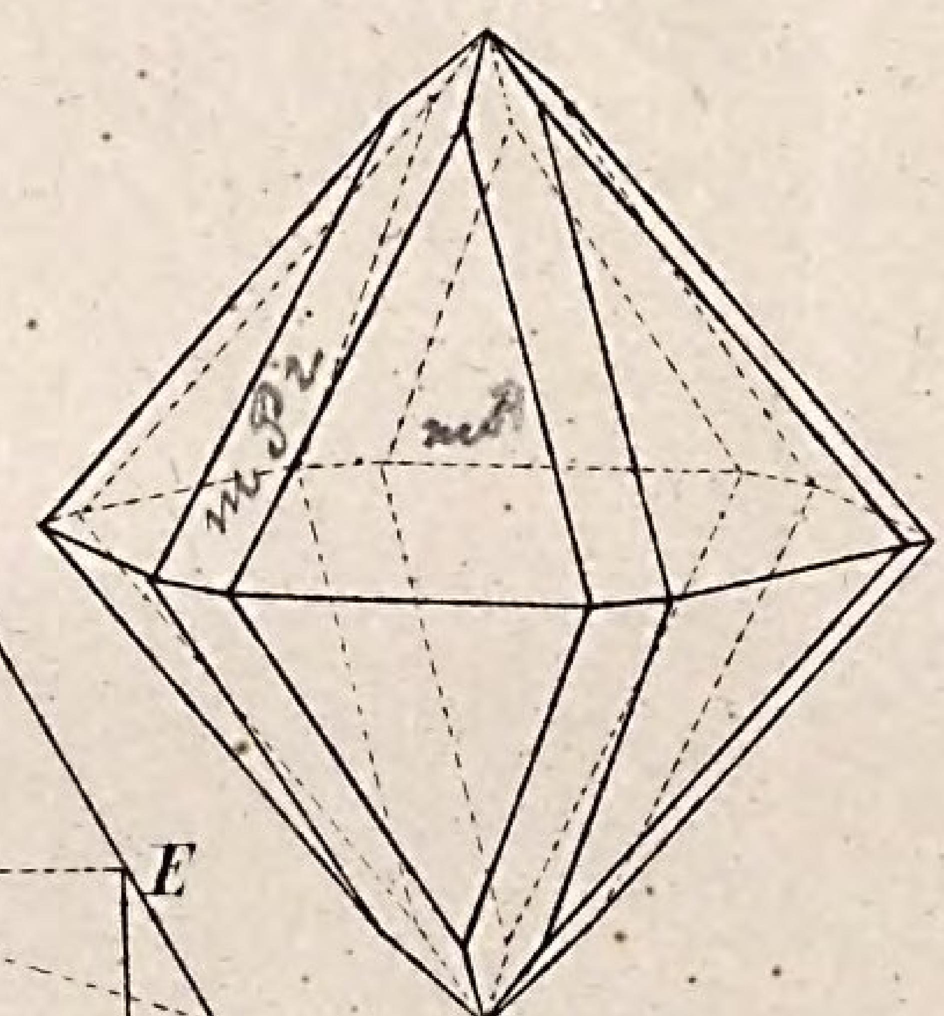


Fig. 152.

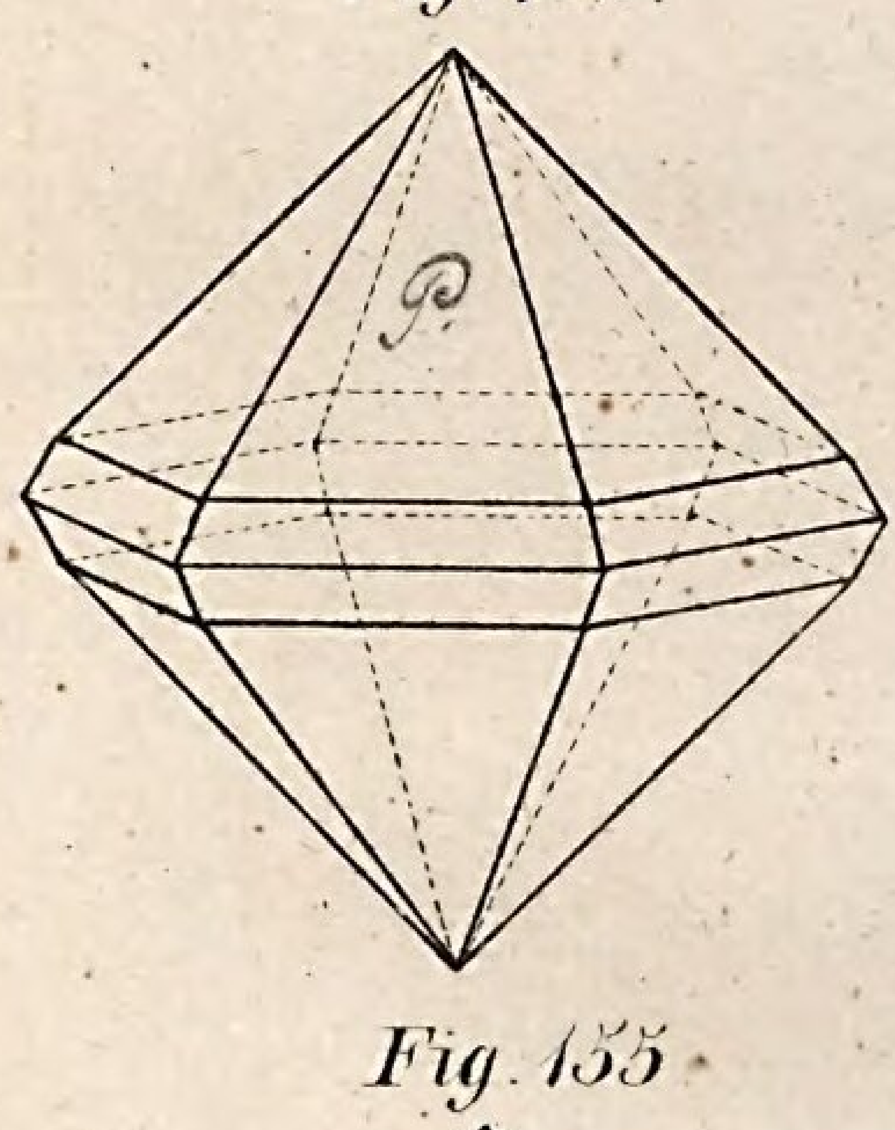


Fig. 153.

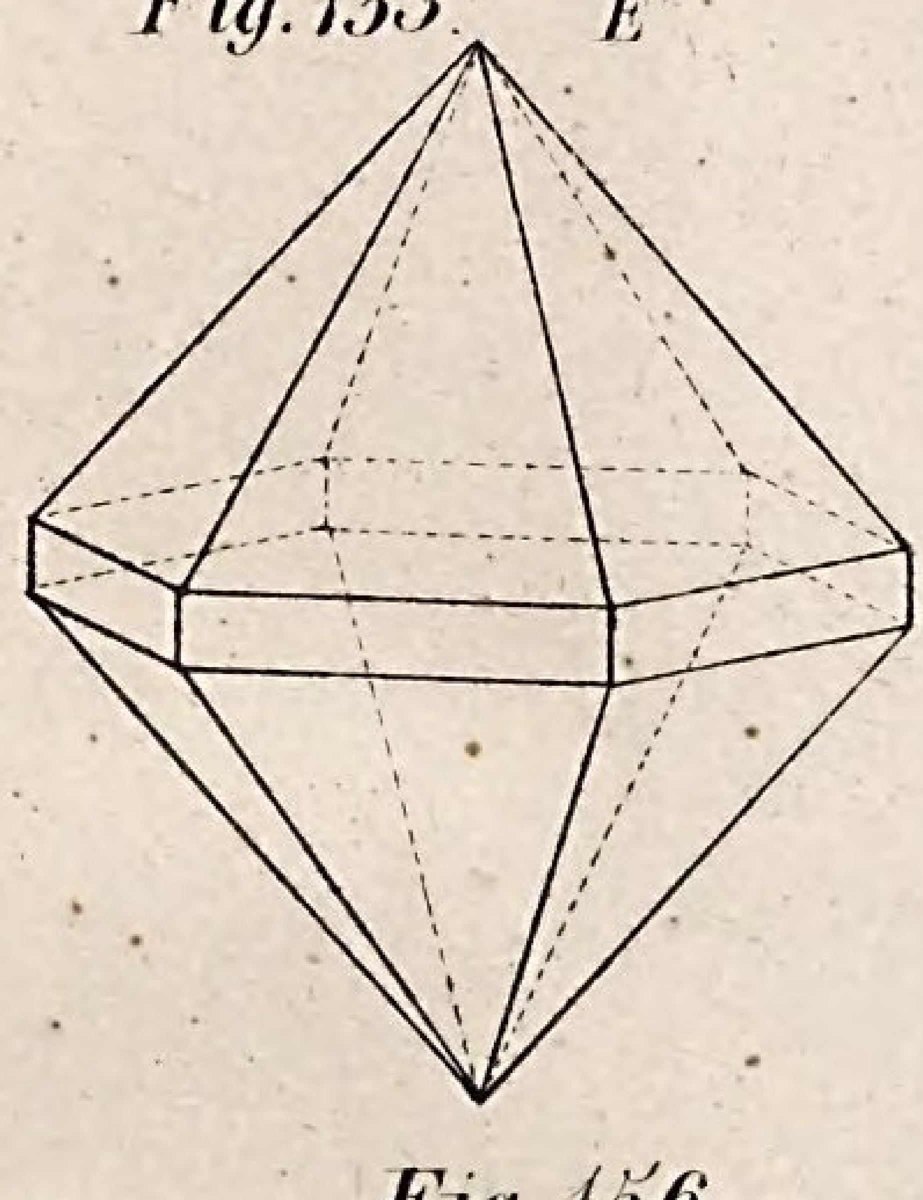


Fig. 154.

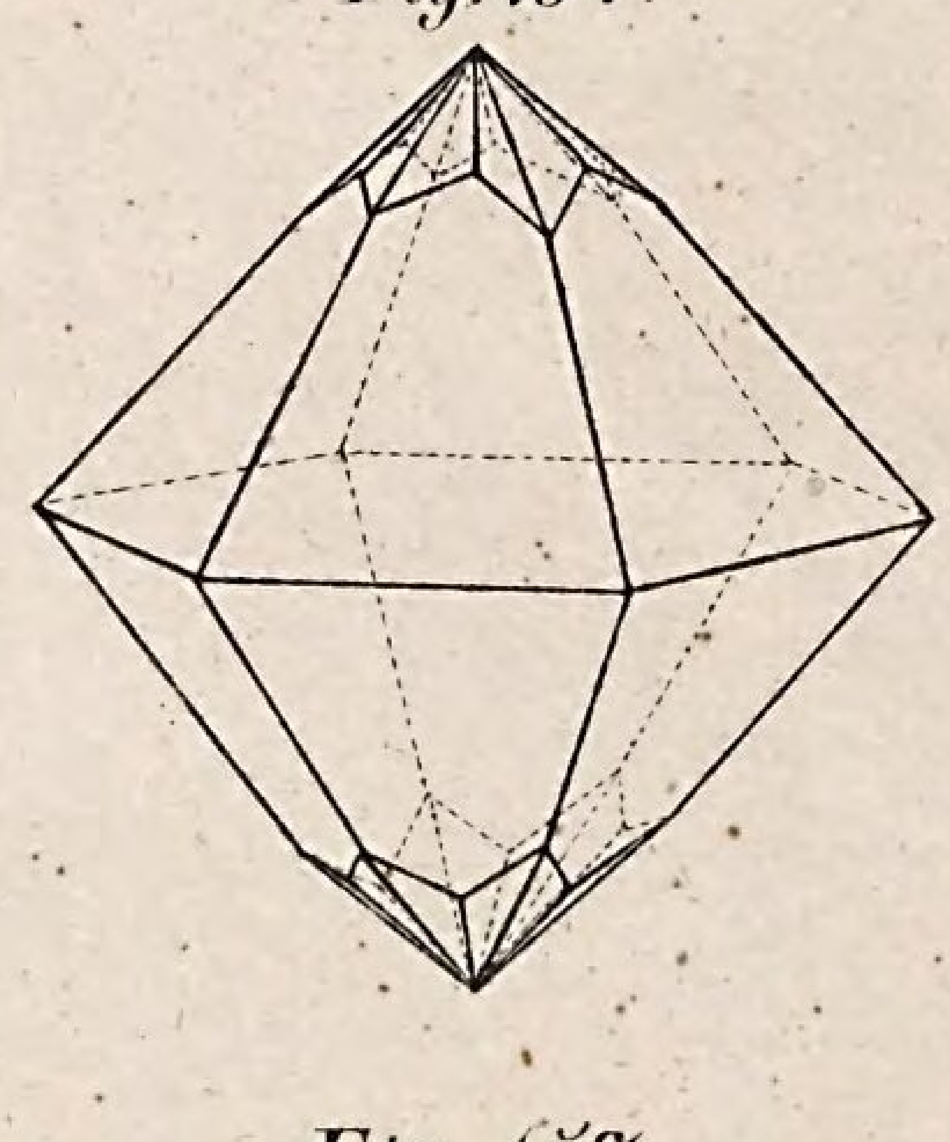


Fig. 155

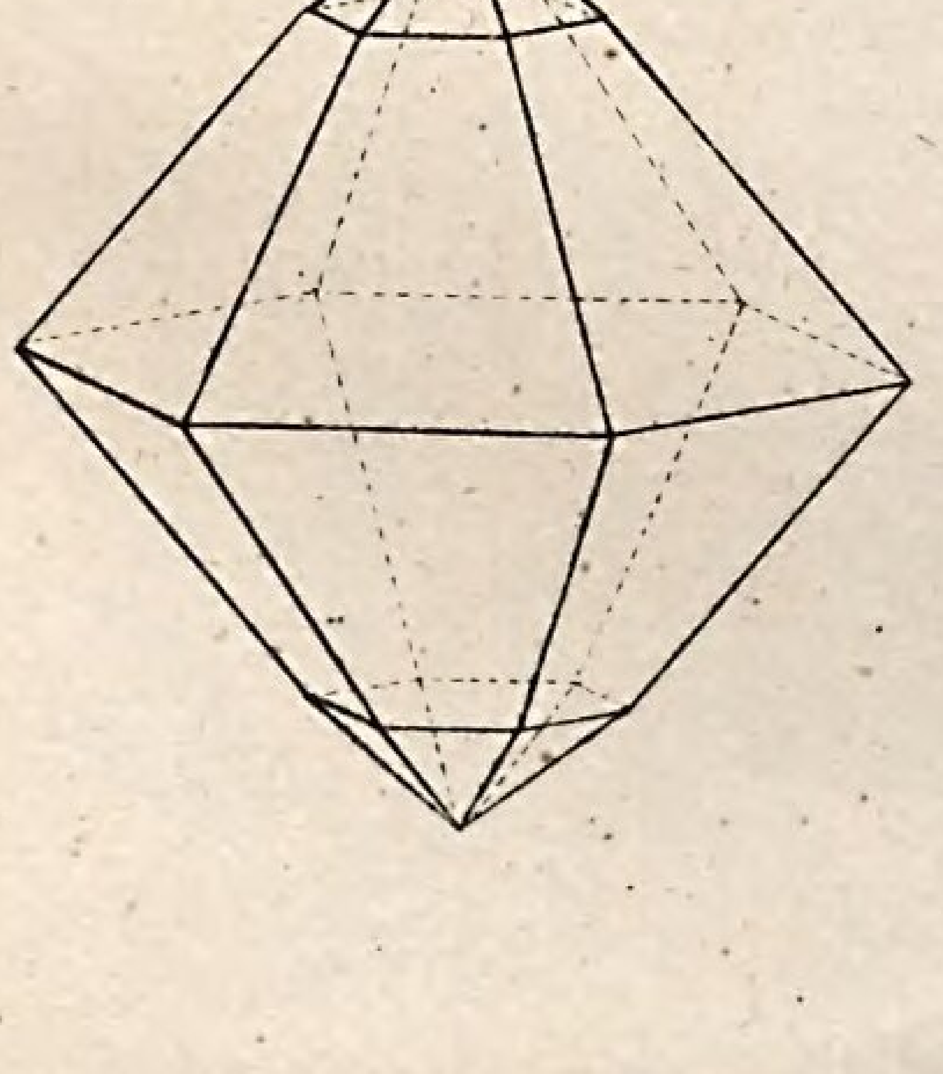


Fig. 156.

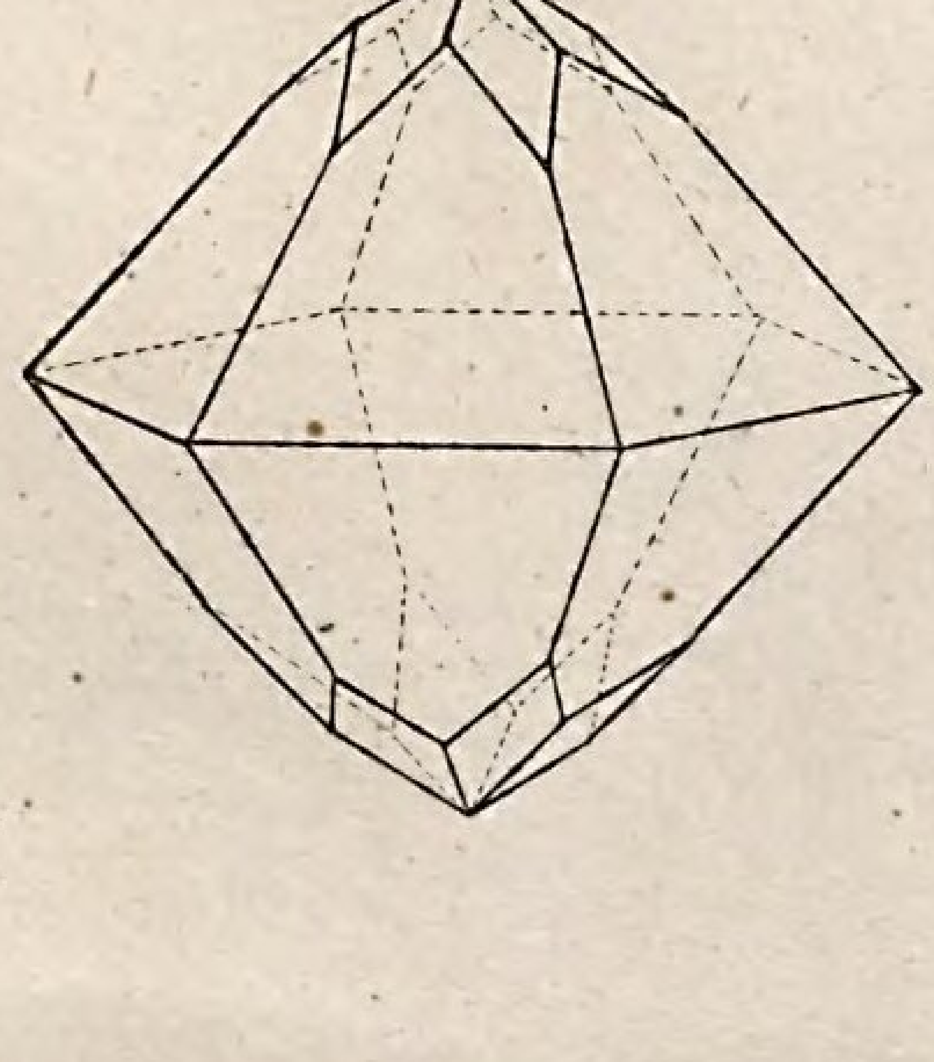


Fig. 157.

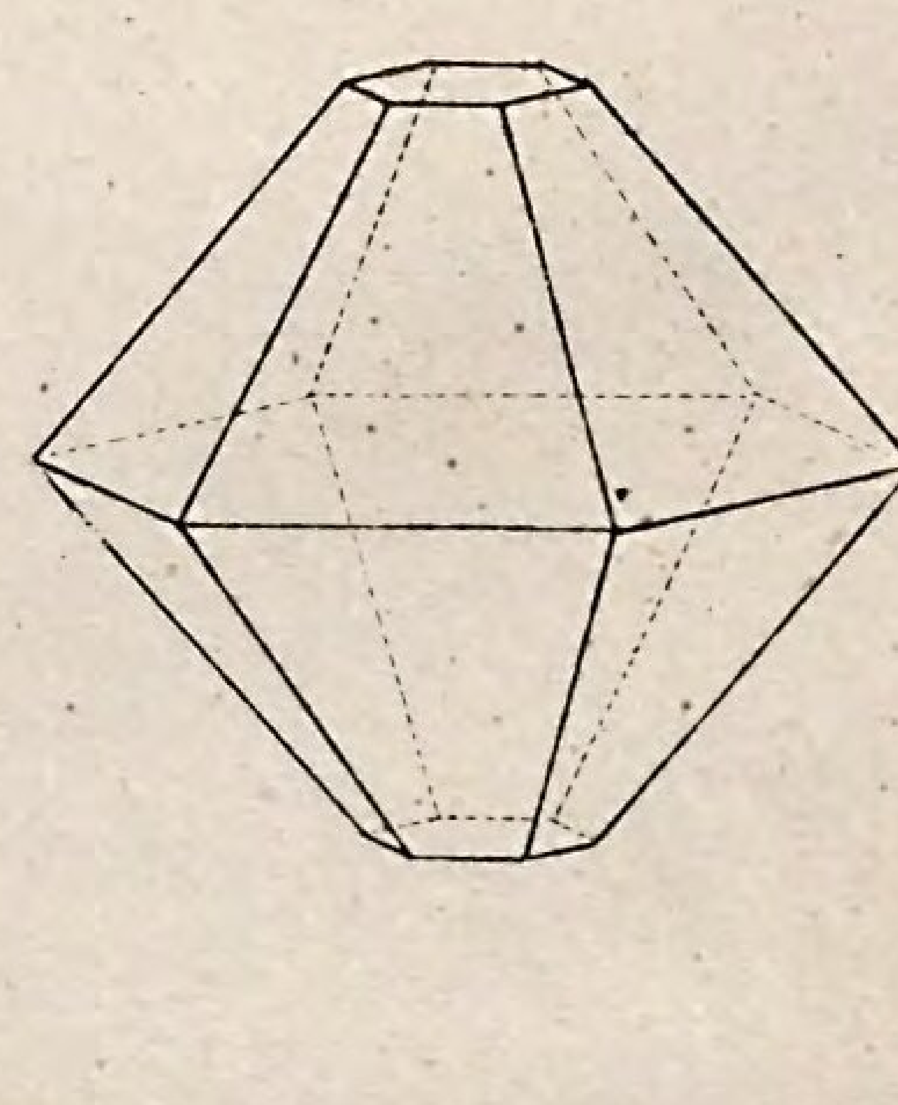


Fig. 158

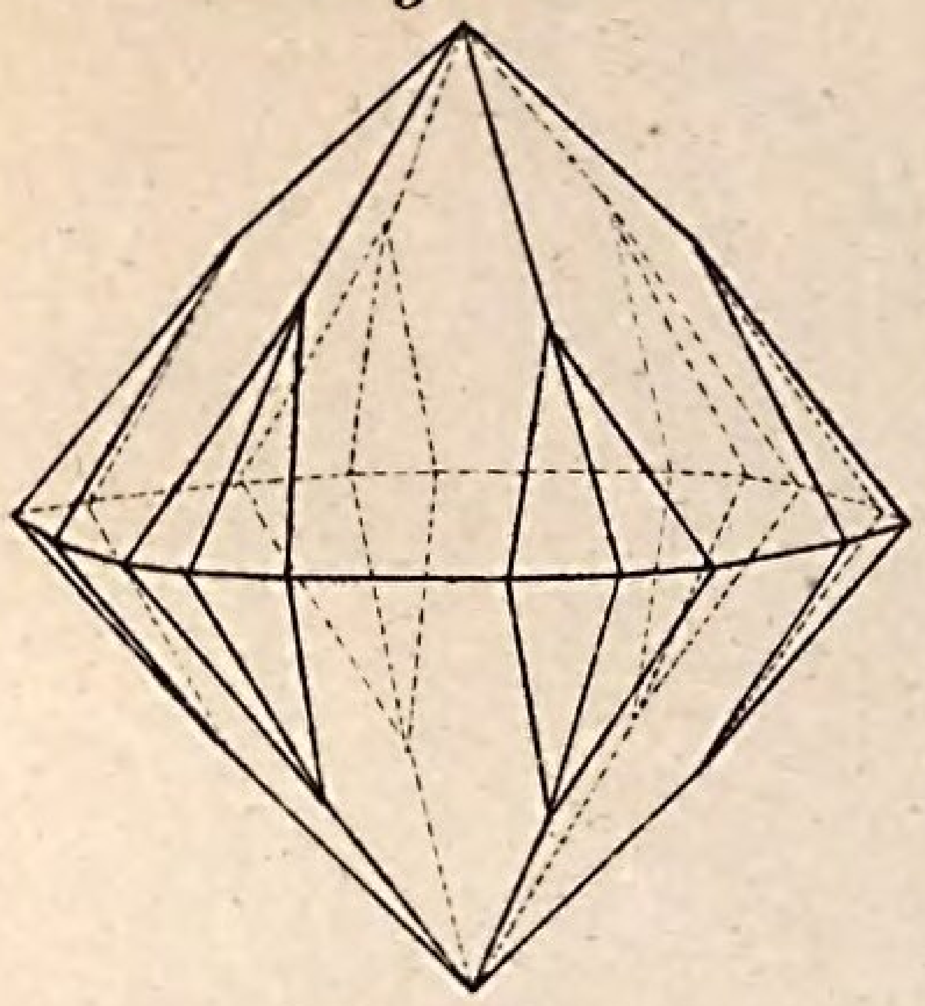


Fig. 159.

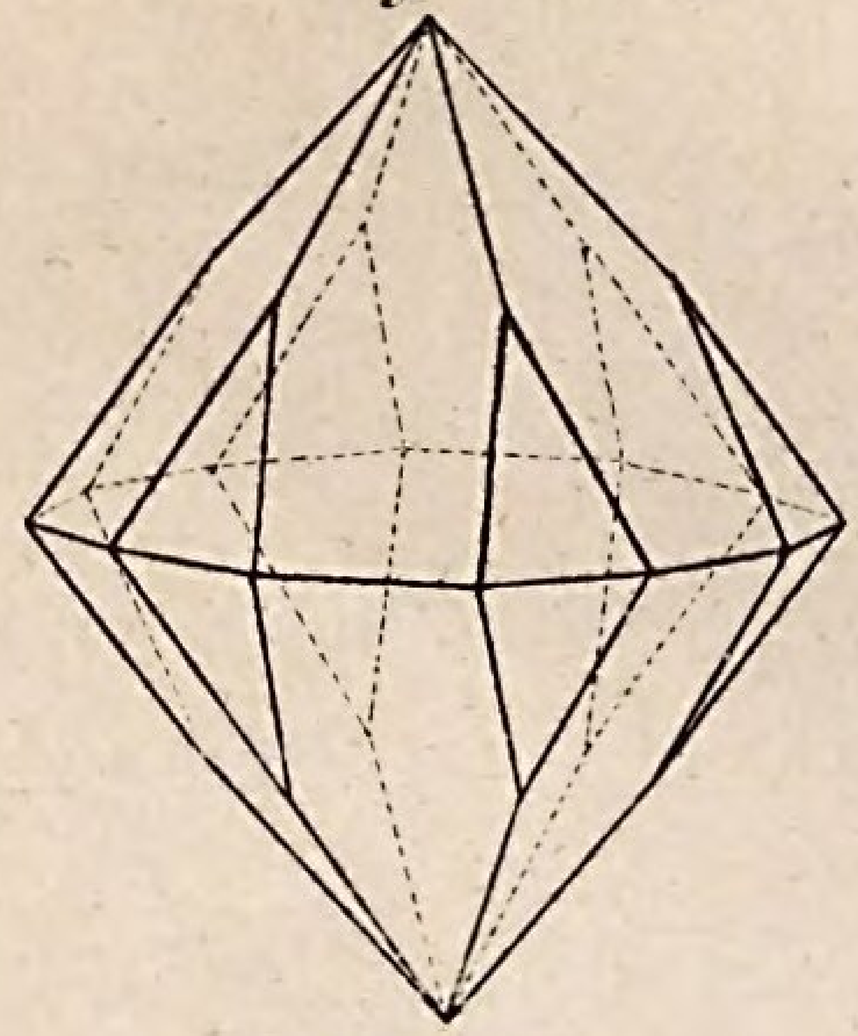


Fig. 160.

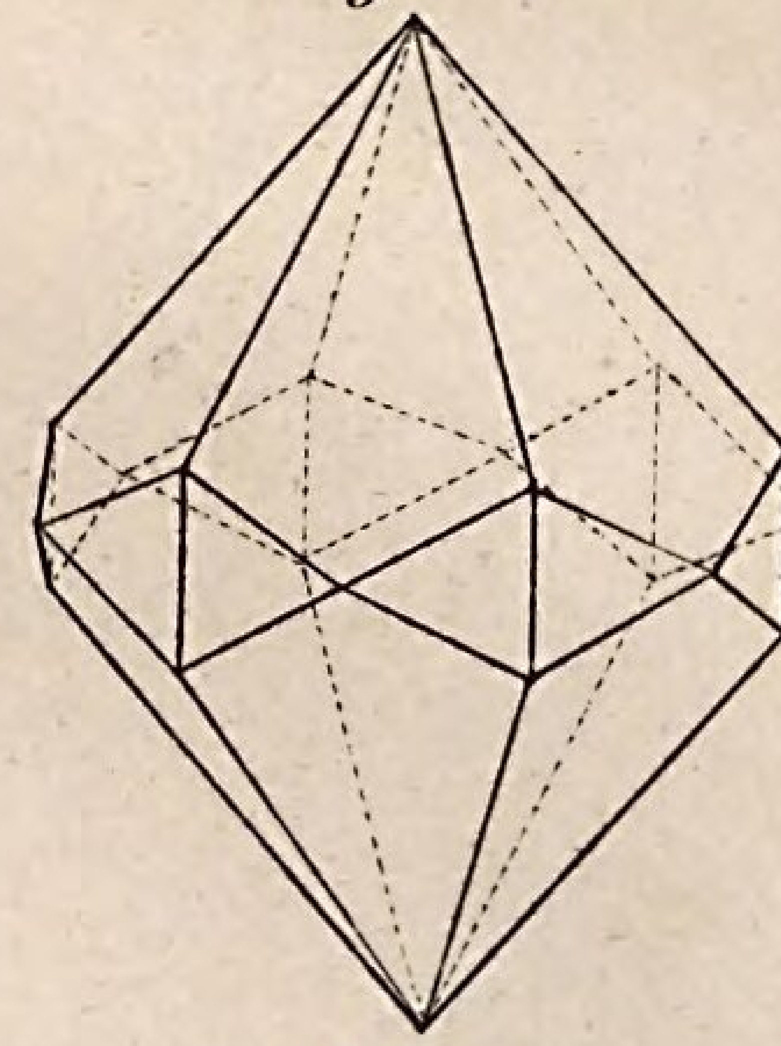


Fig. 162

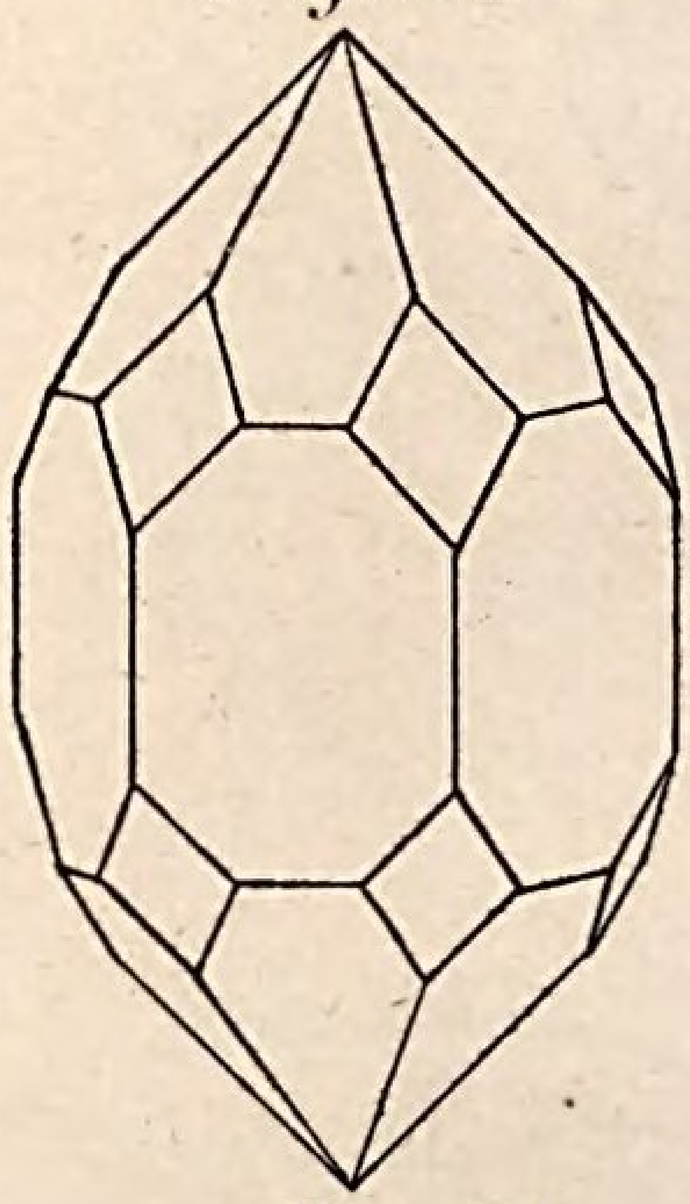


Fig. 161.

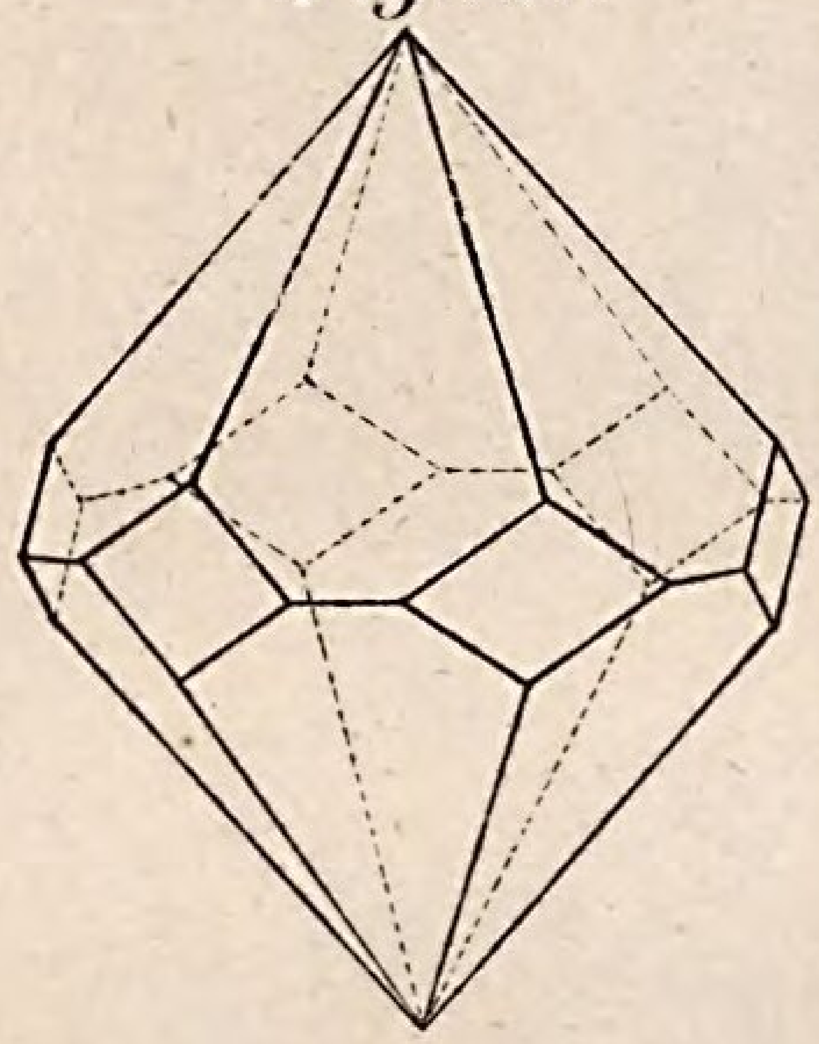


Fig. 163.

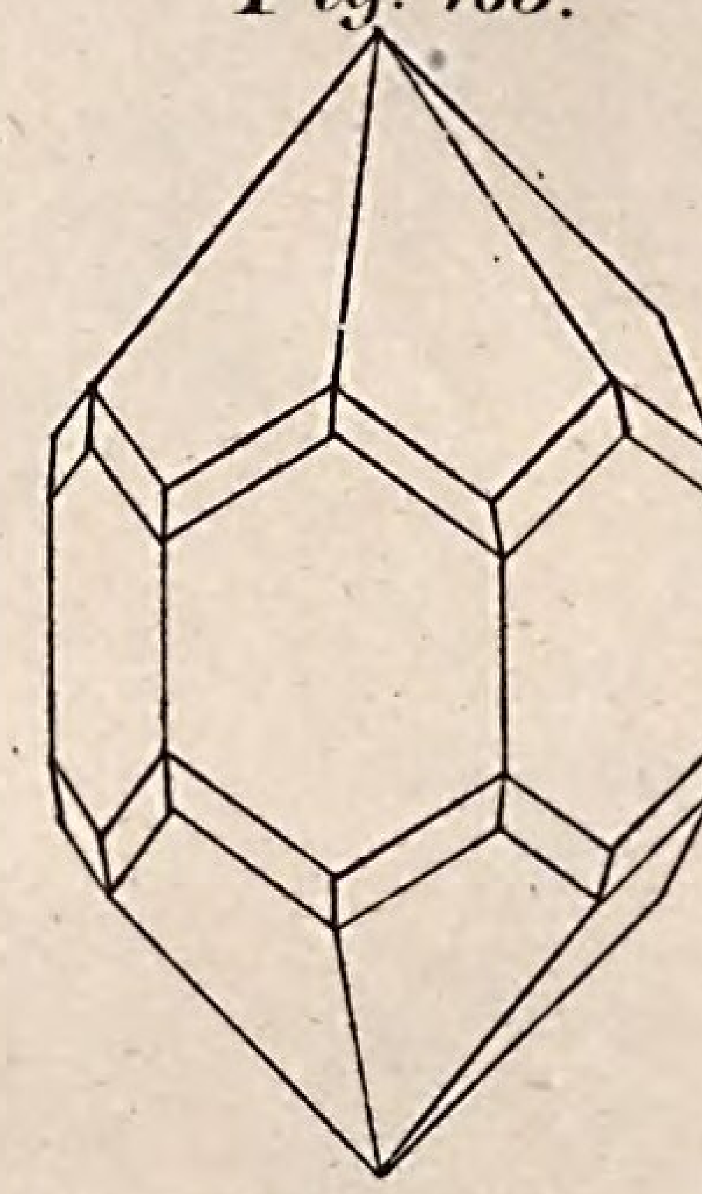


Fig. 164

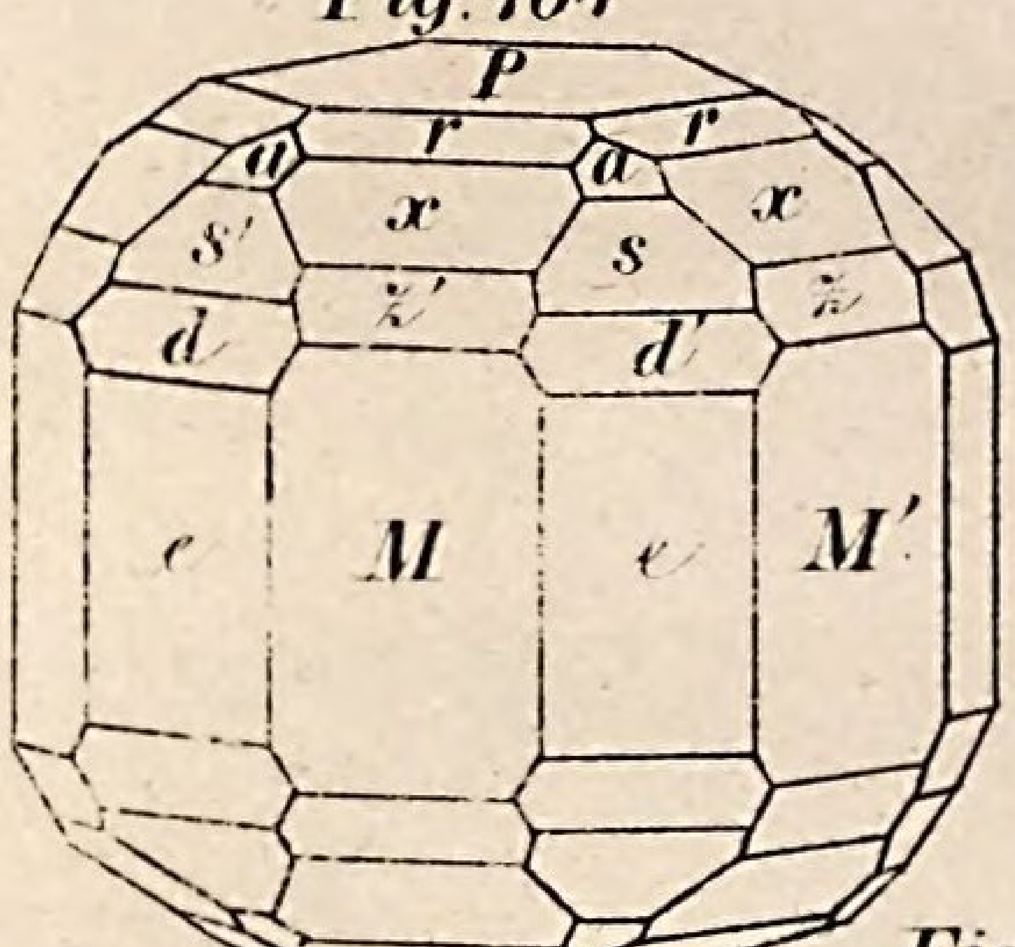


Fig. 166

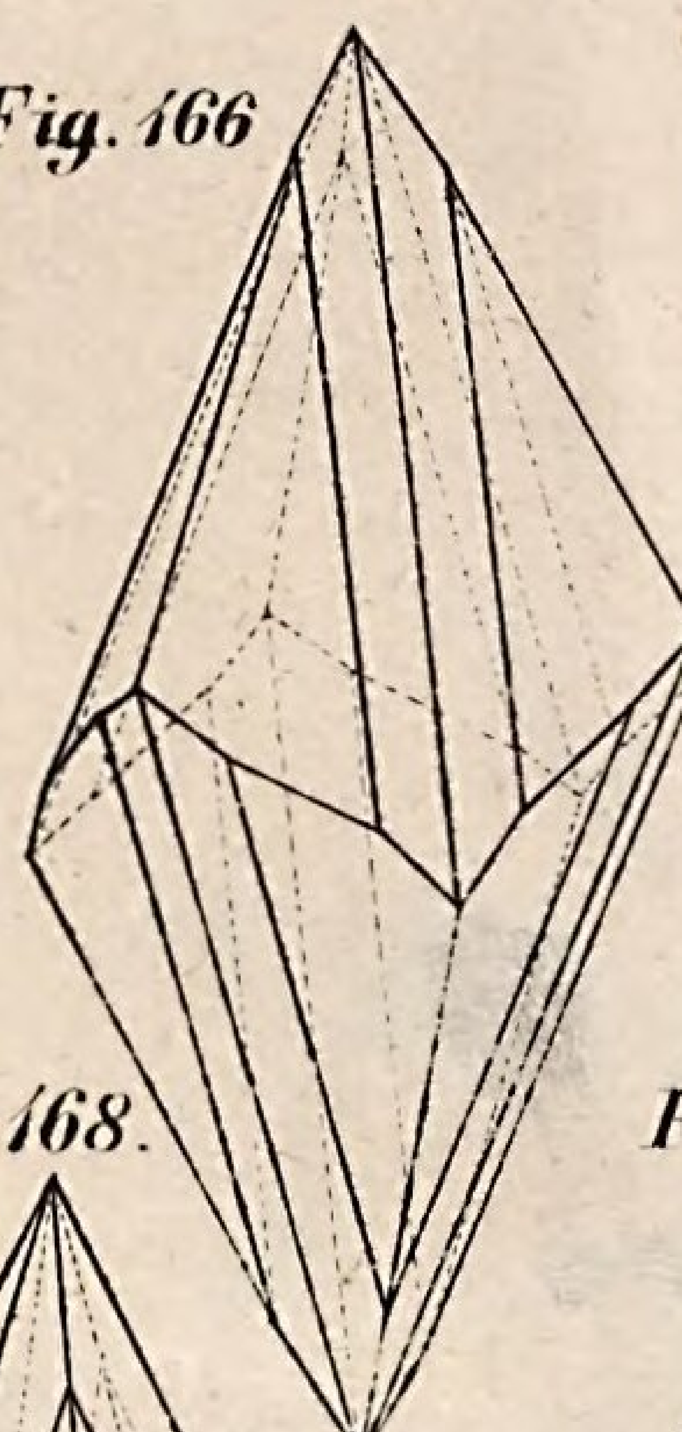


Fig. 165.

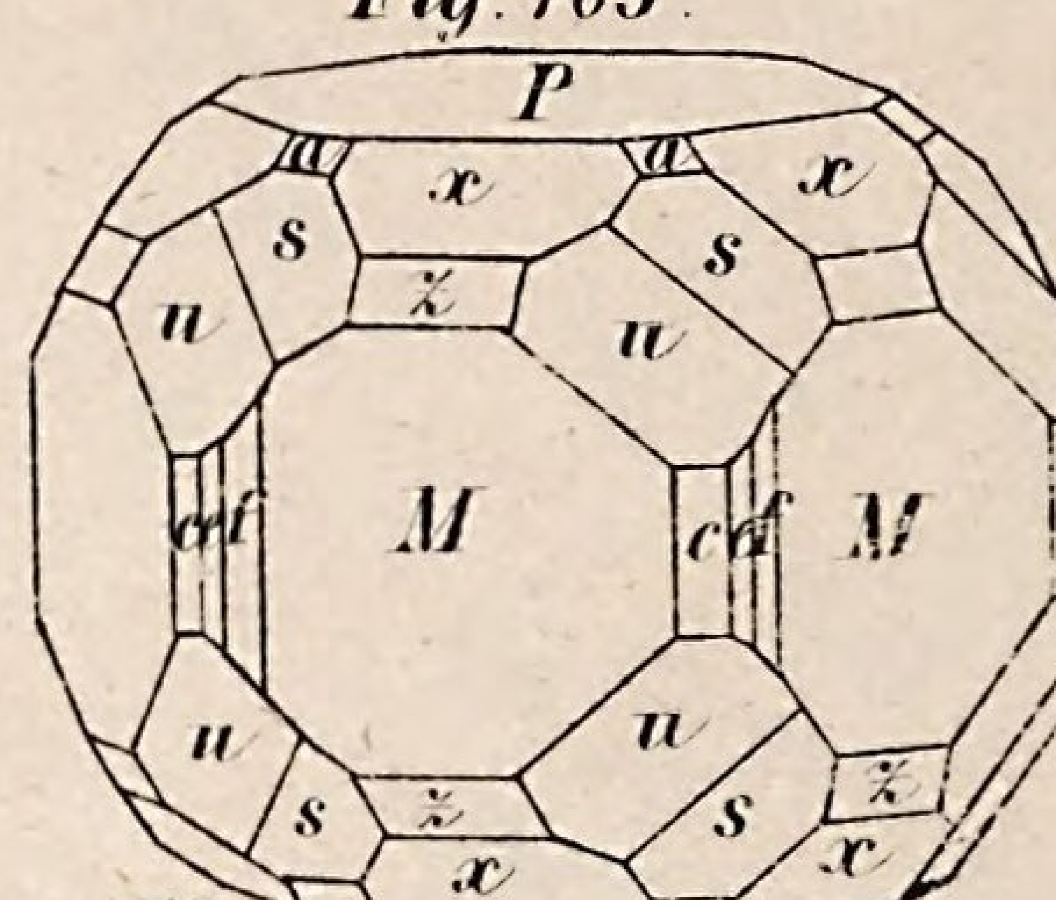


Fig. 167.

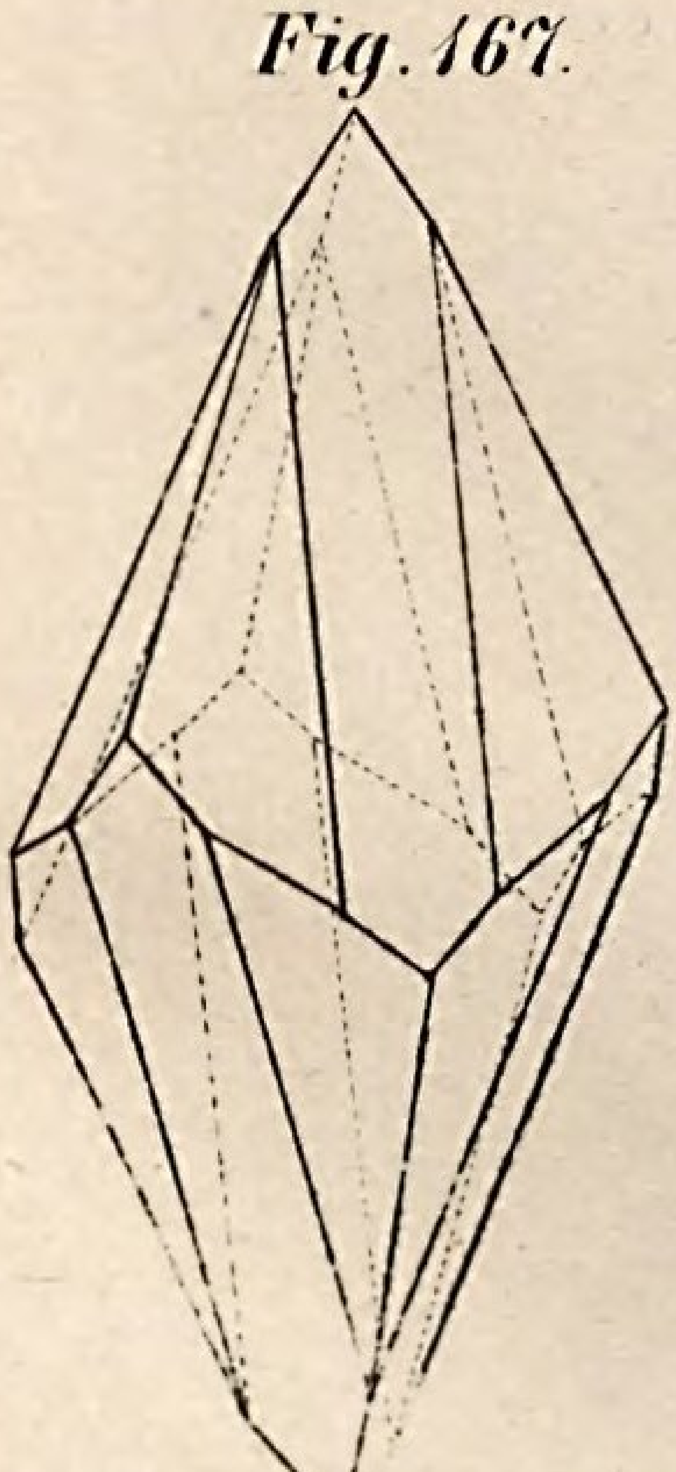


Fig. 168.

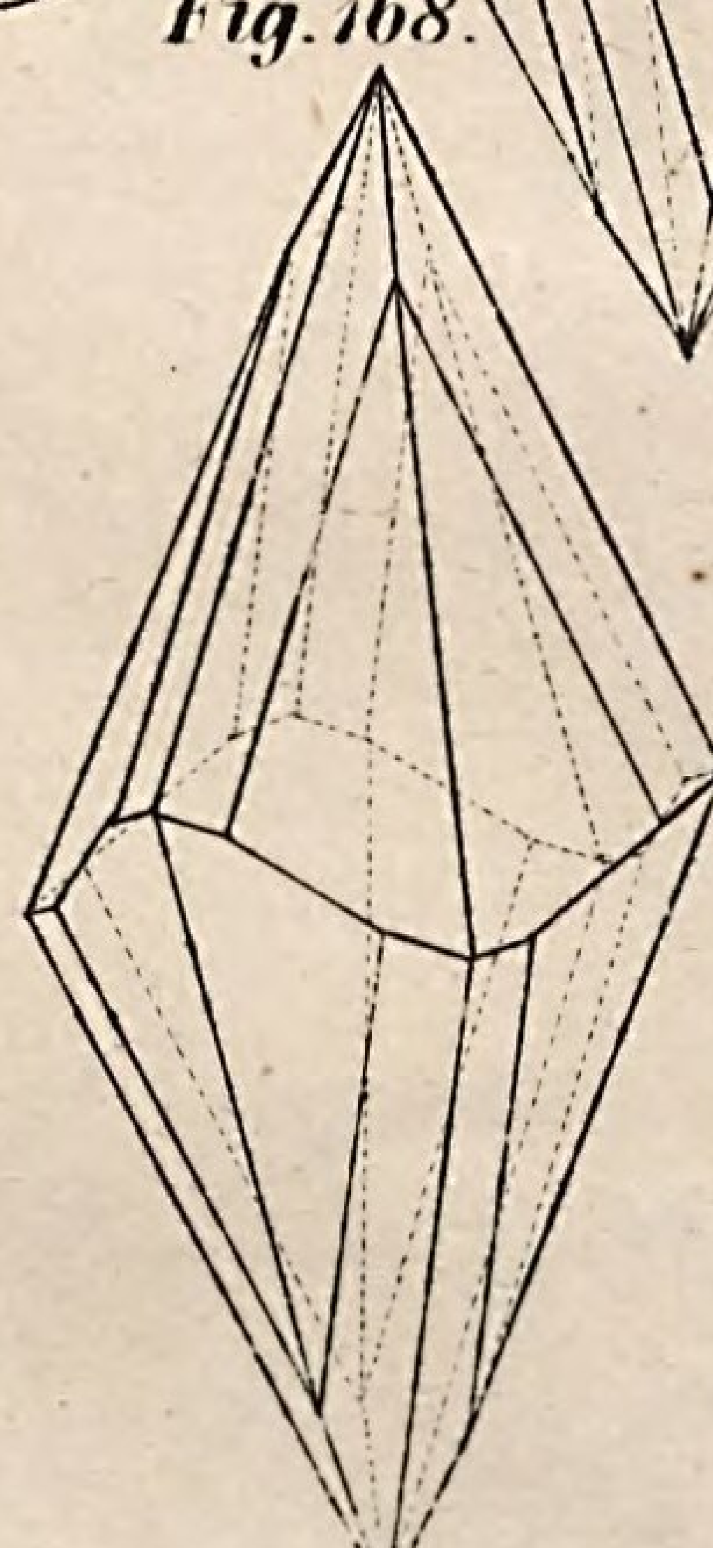


Fig. 170.

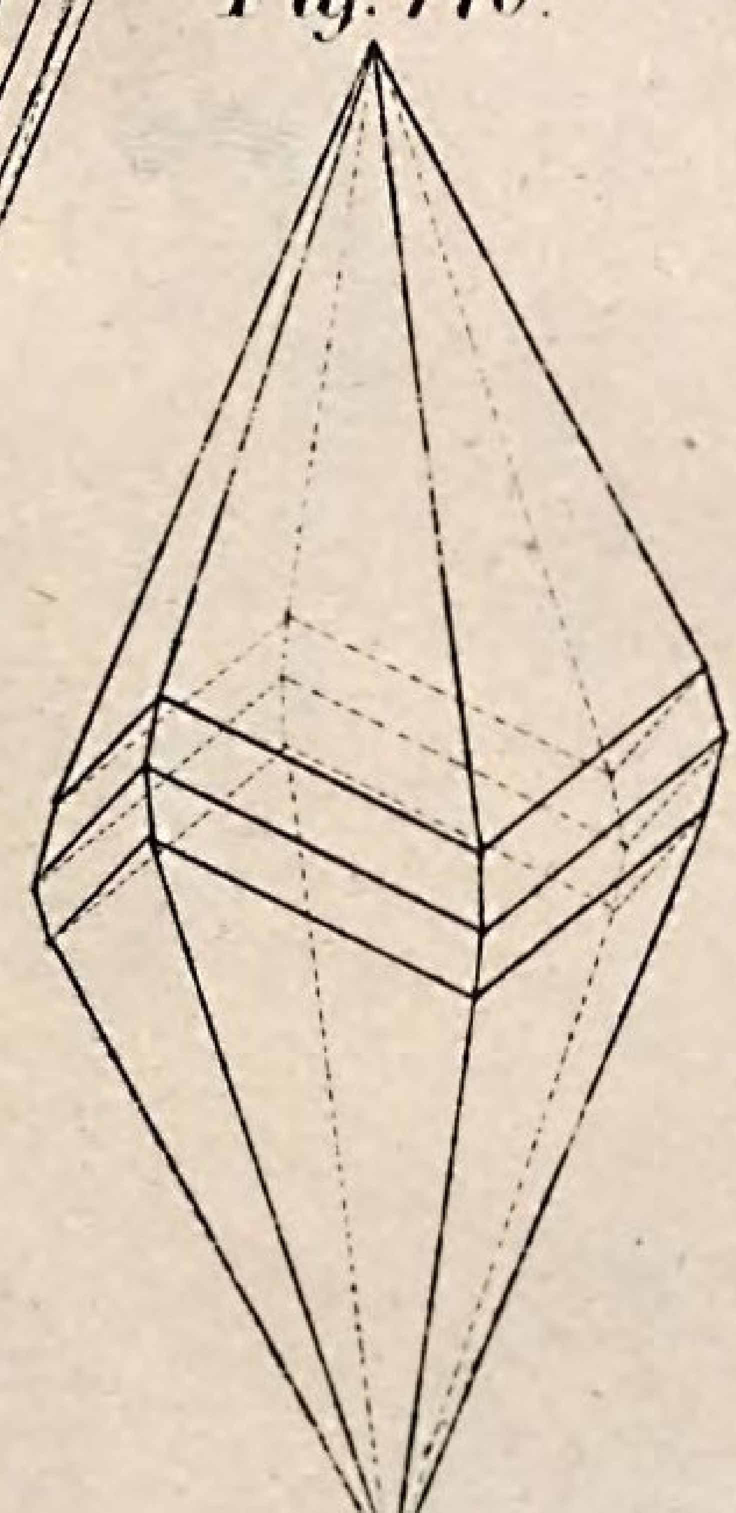


Fig. 169.

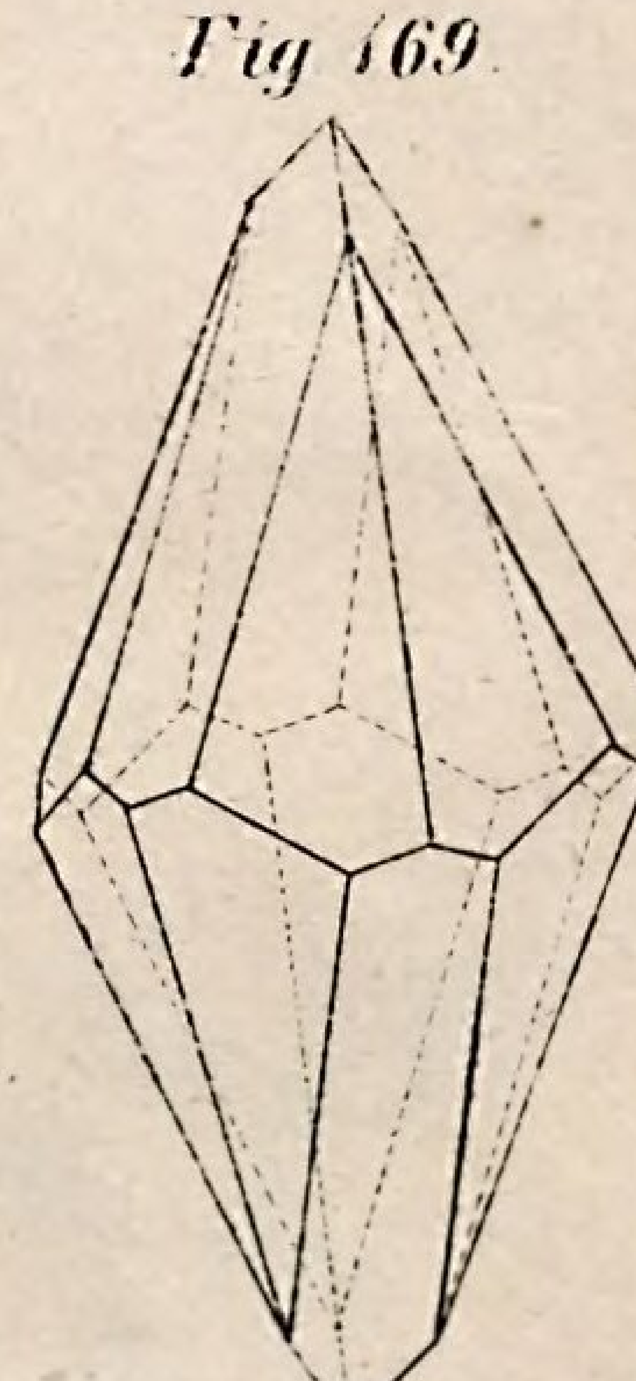


Fig. 183

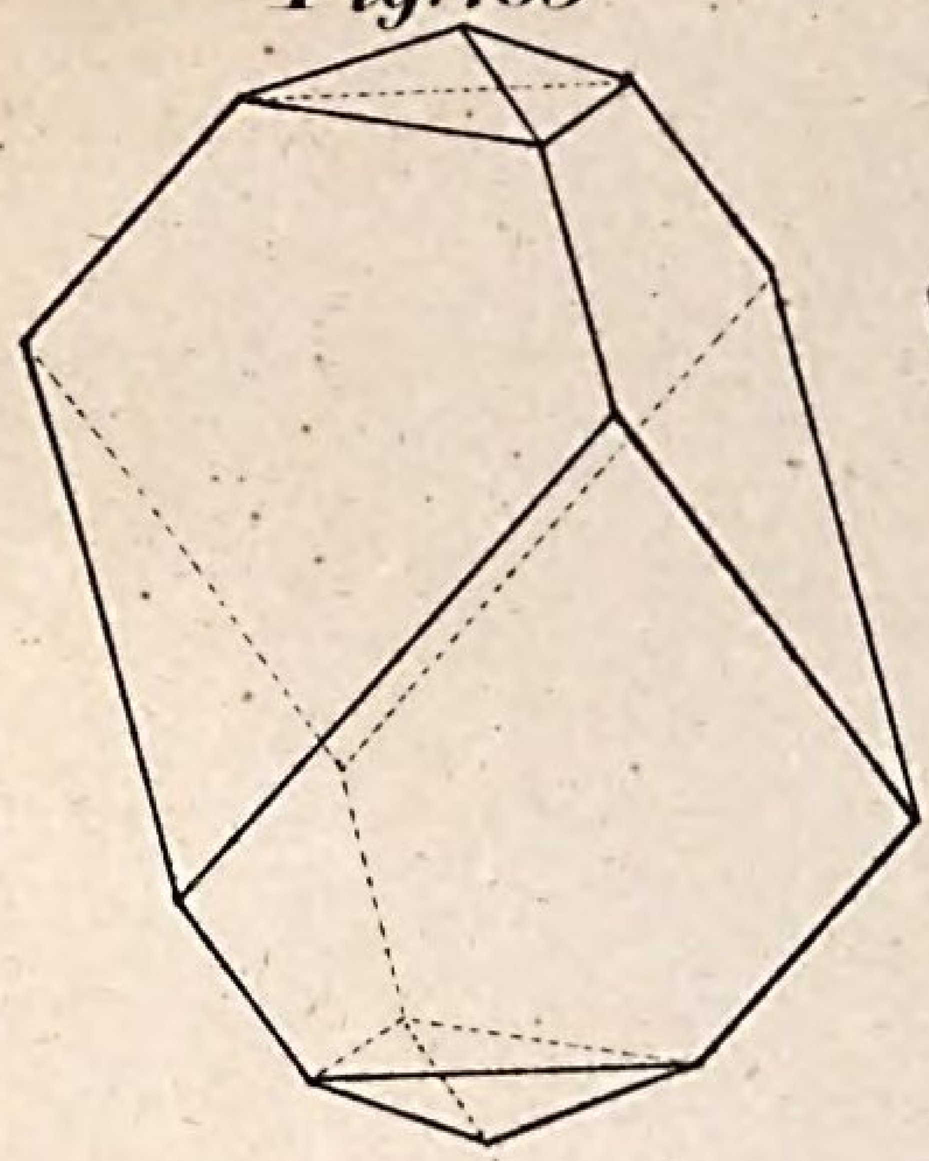


Fig. 184

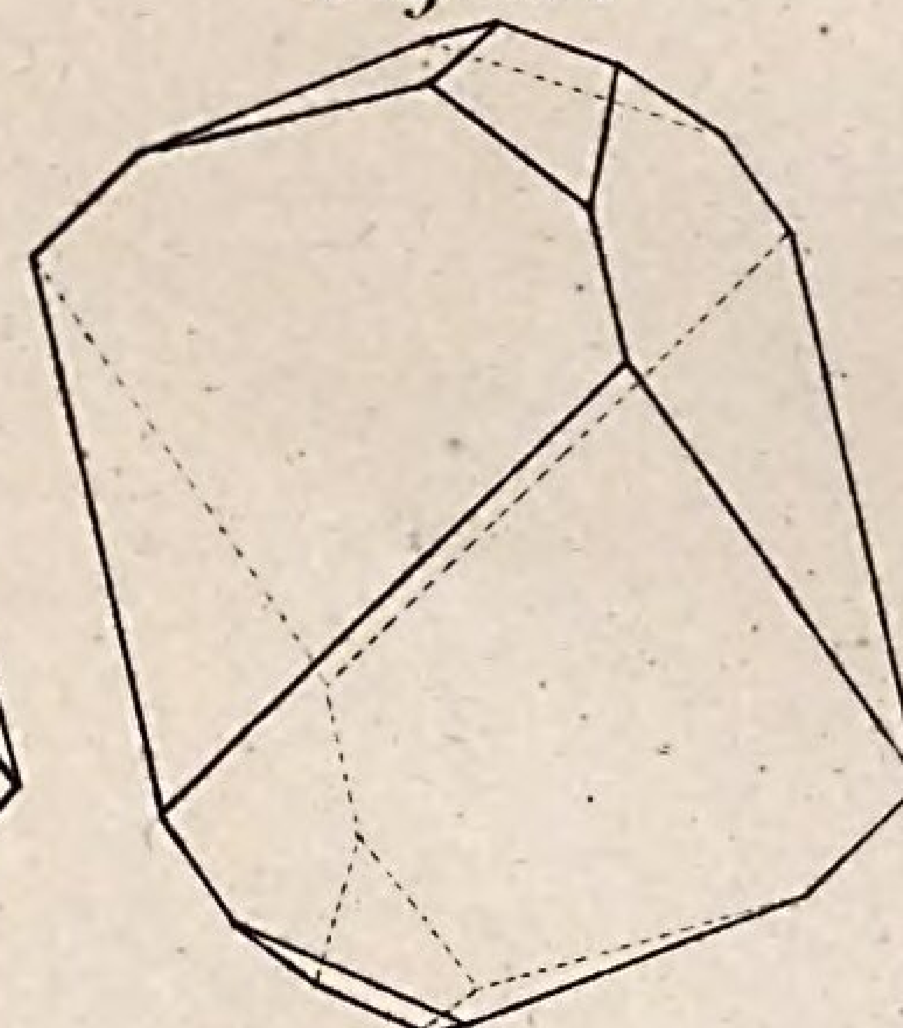


Fig. 185.

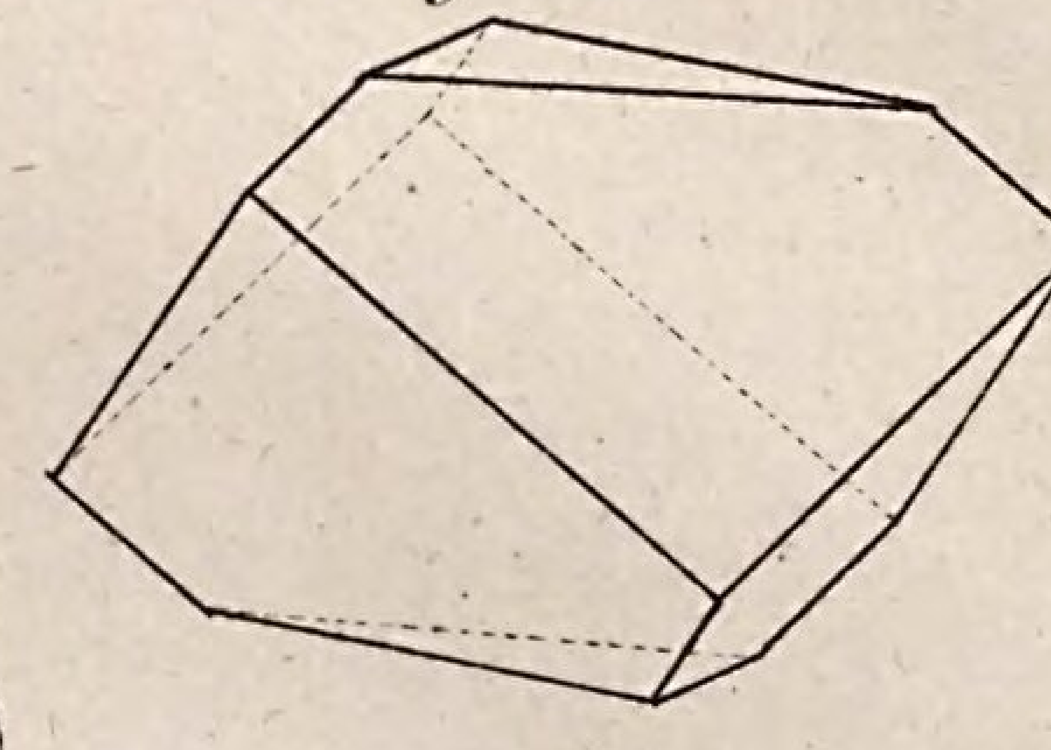


Fig. 188

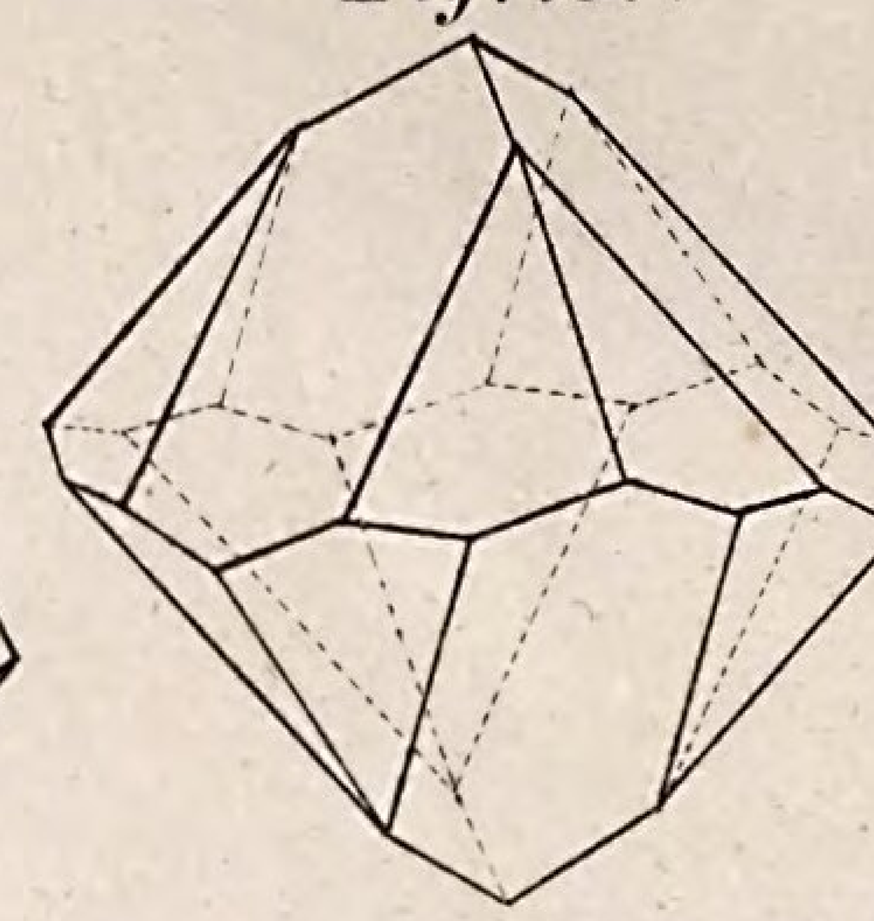


Fig. 187

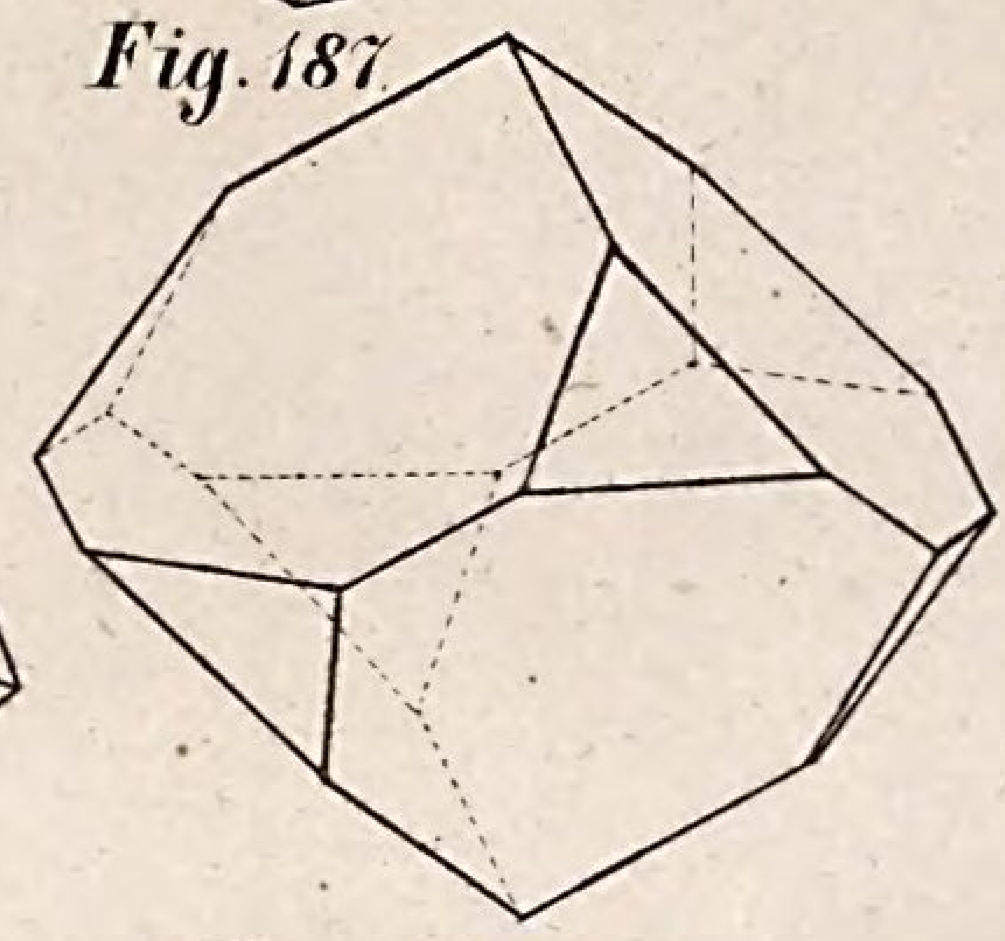


Fig. 186

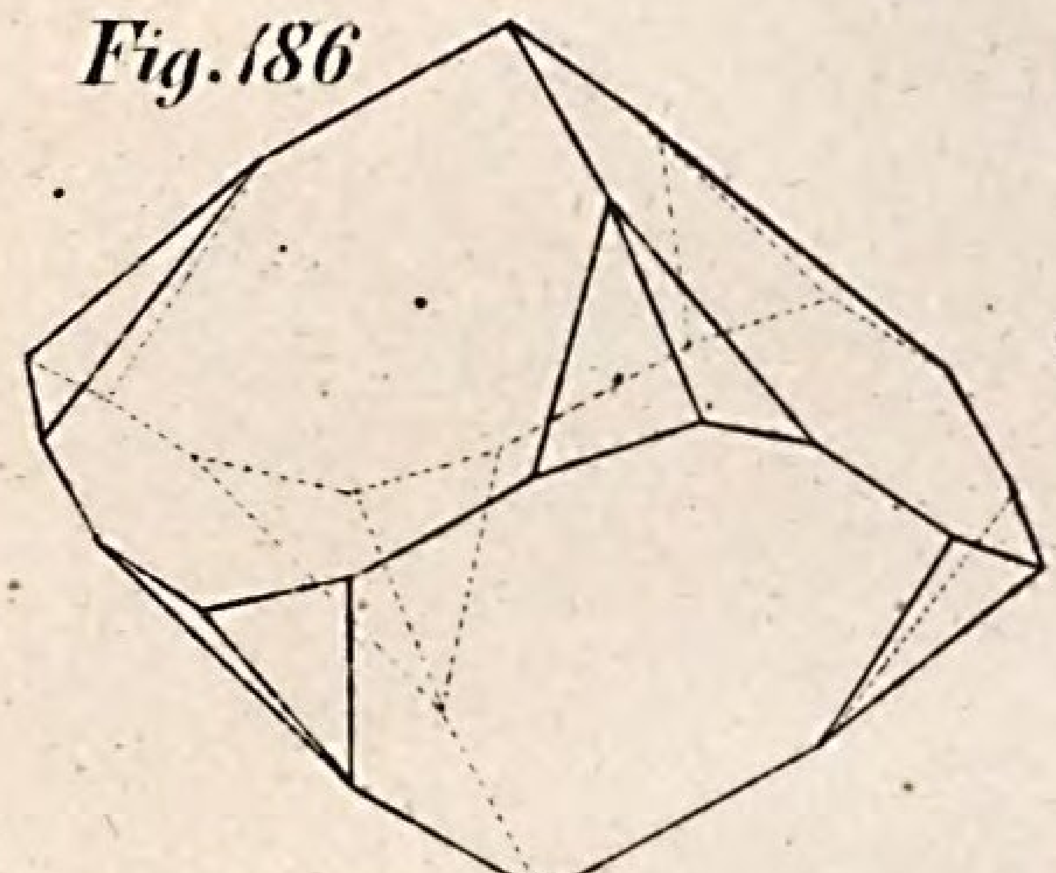


Fig. 196.

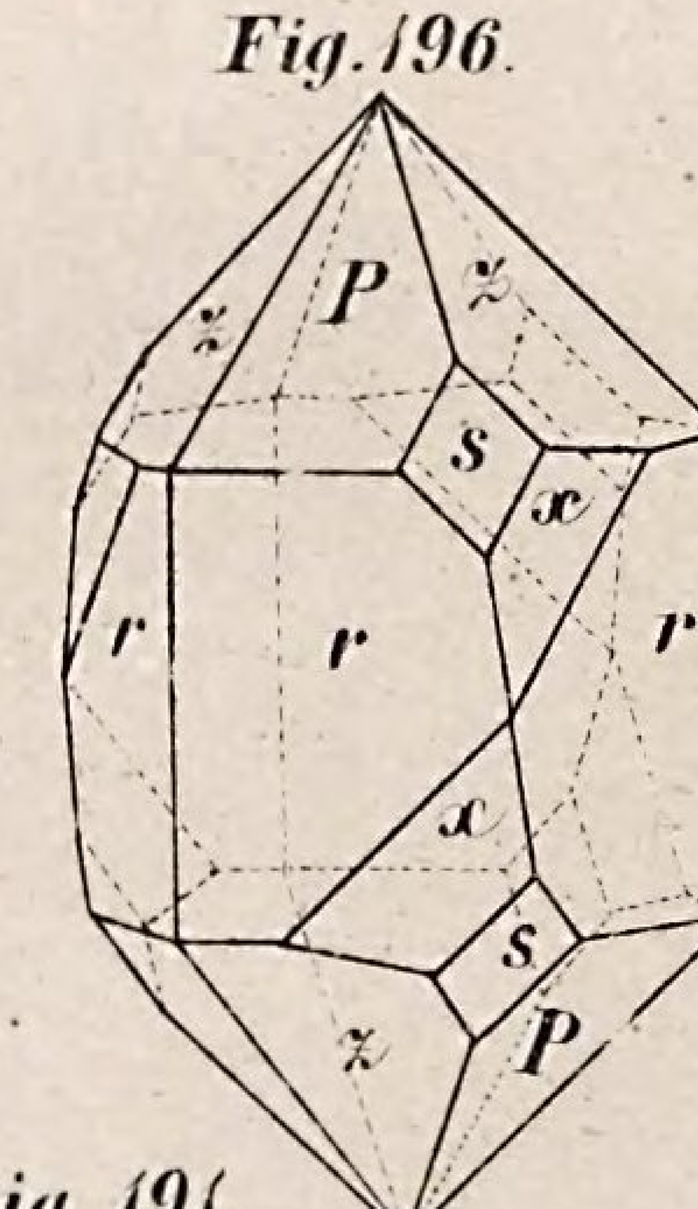


Fig. 190

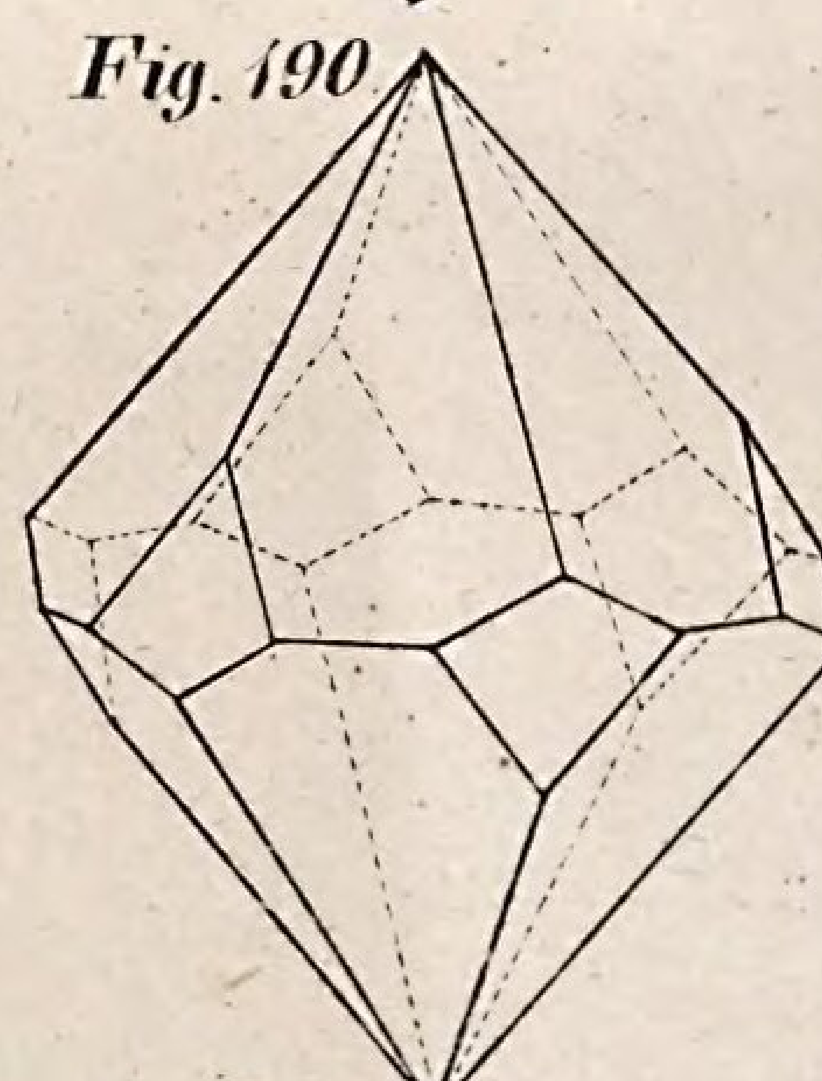


Fig. 189

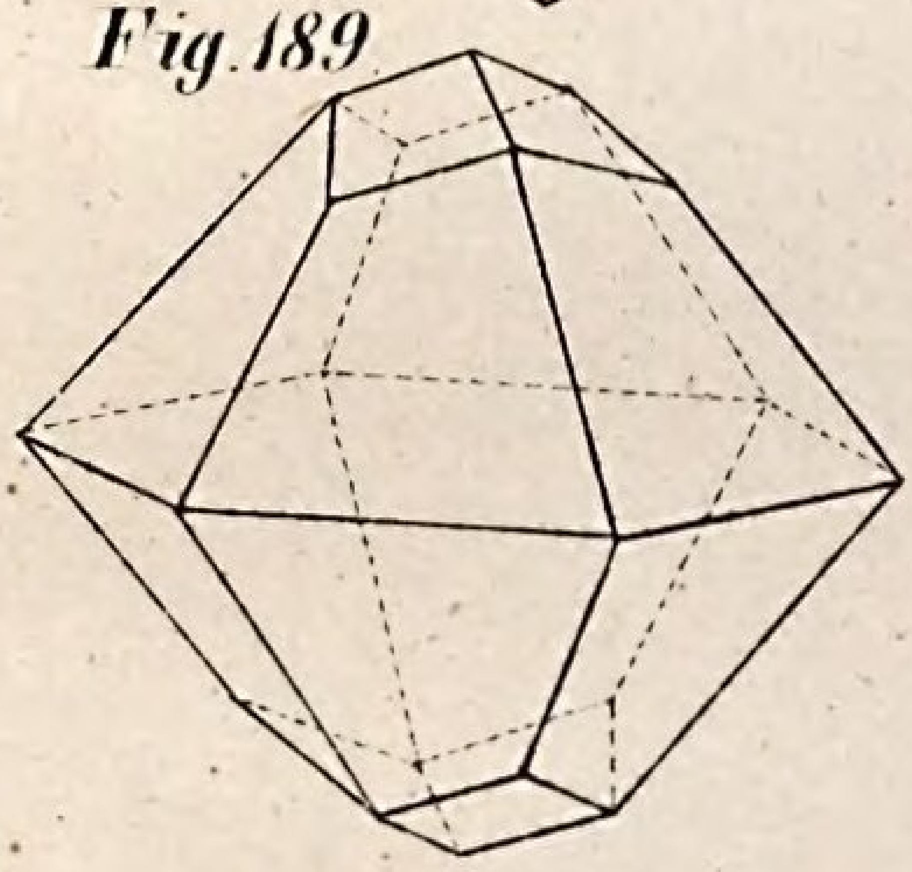


Fig. 193

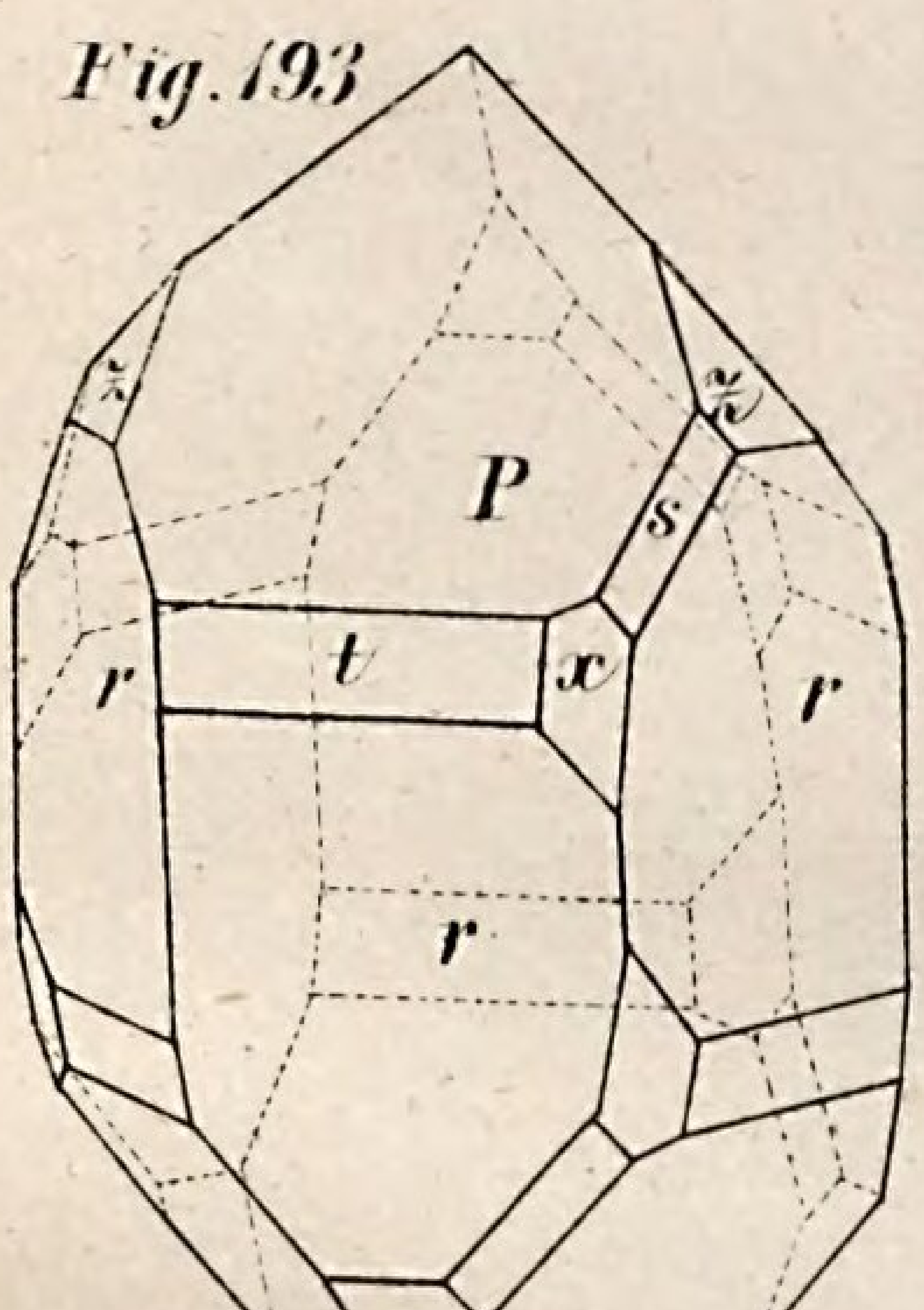


Fig. 192

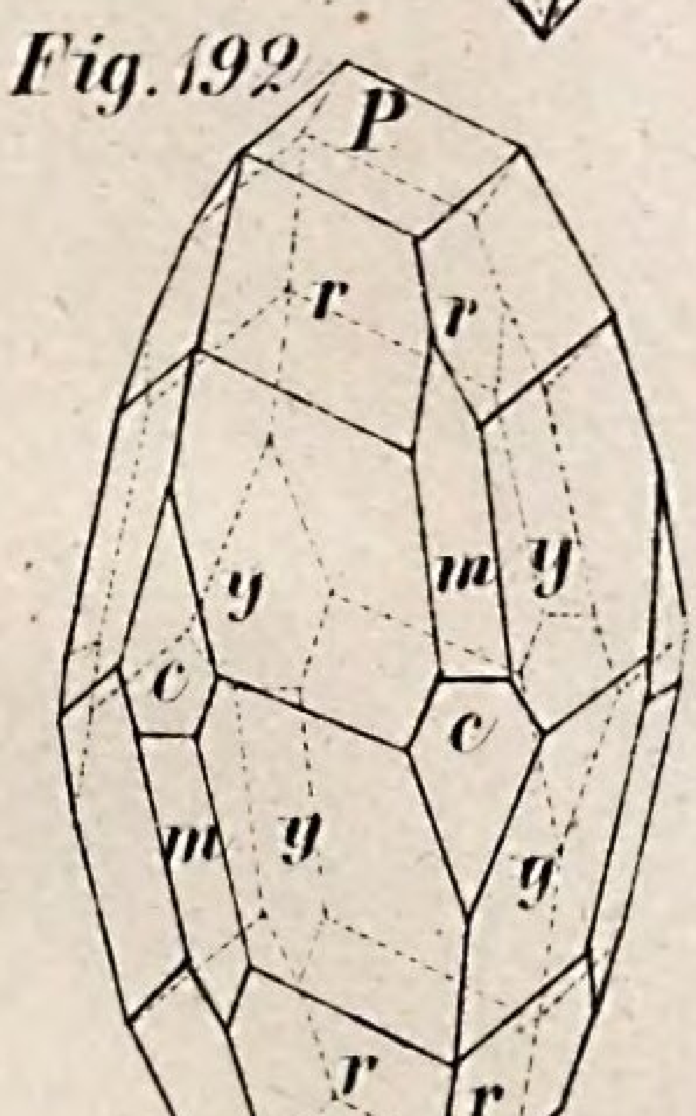


Fig. 191

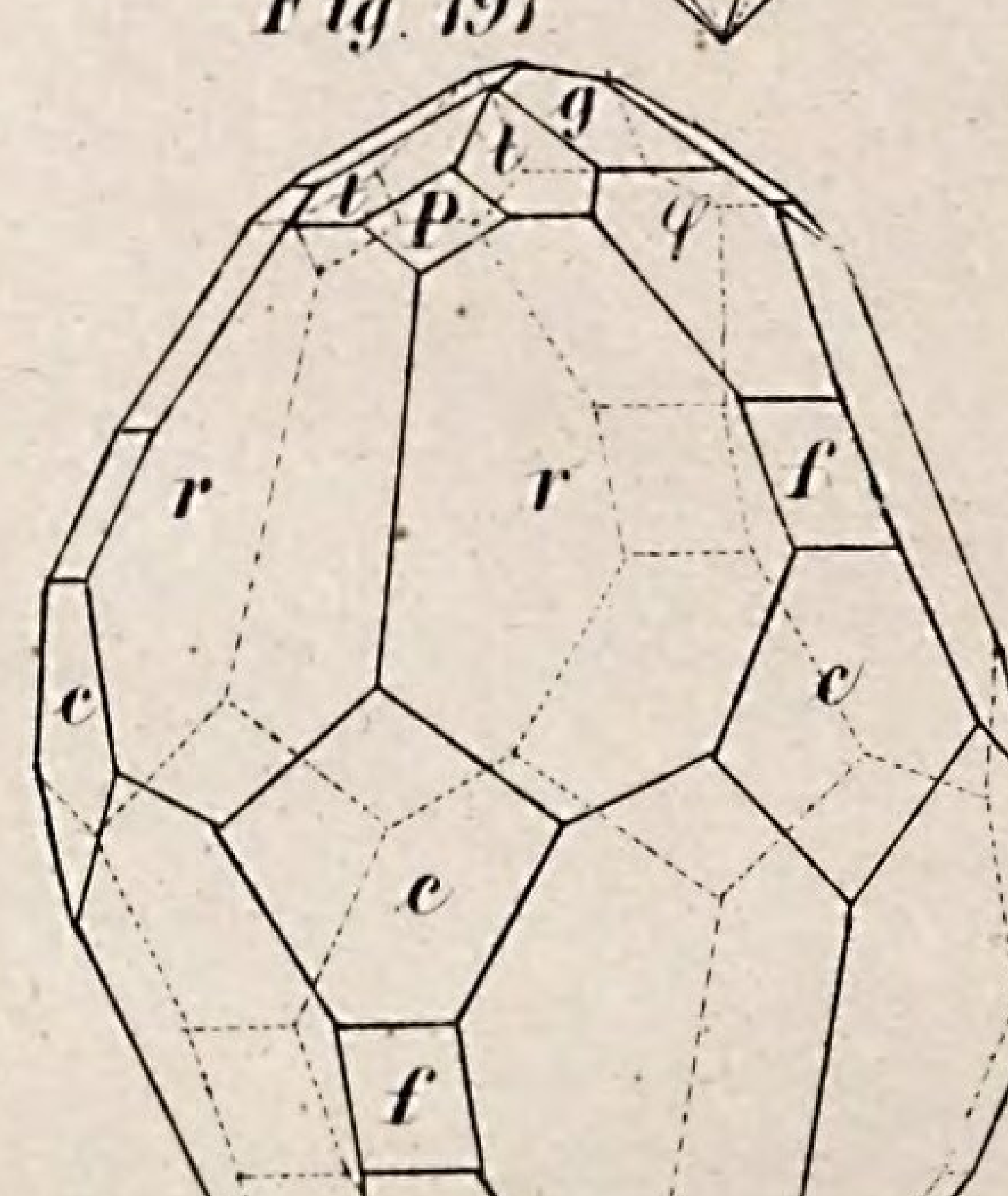


Fig. 194

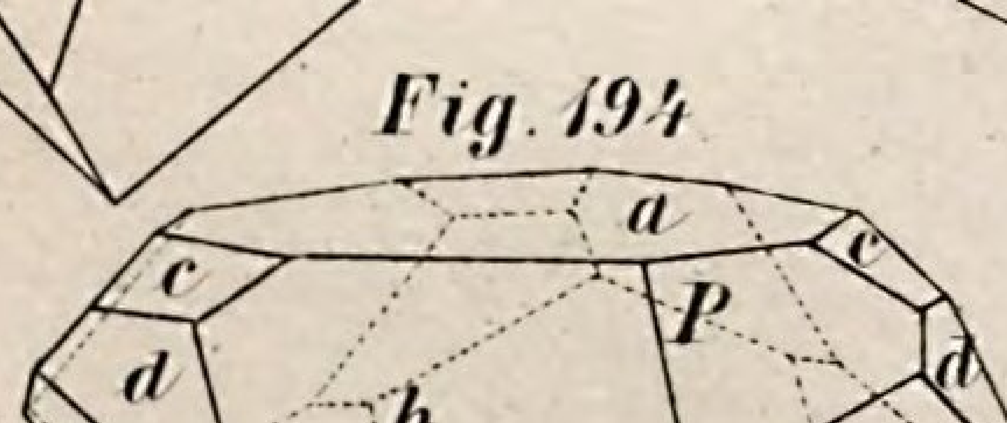


Fig. 195

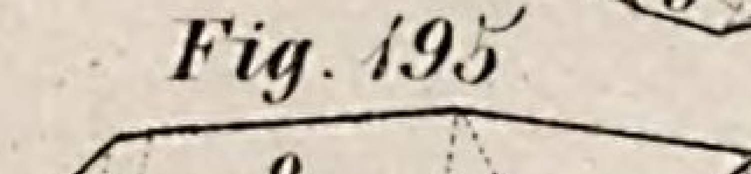


Fig. 171

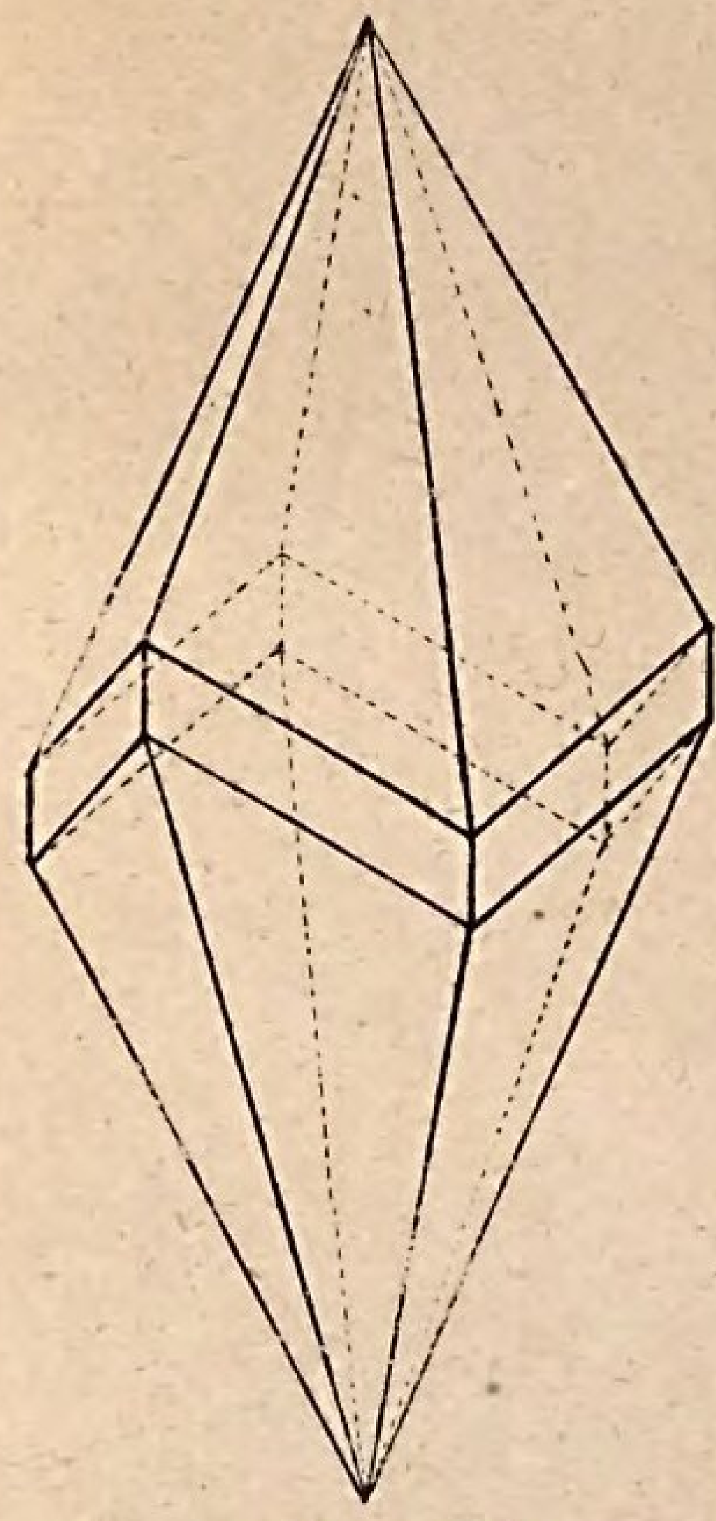


Fig. 172

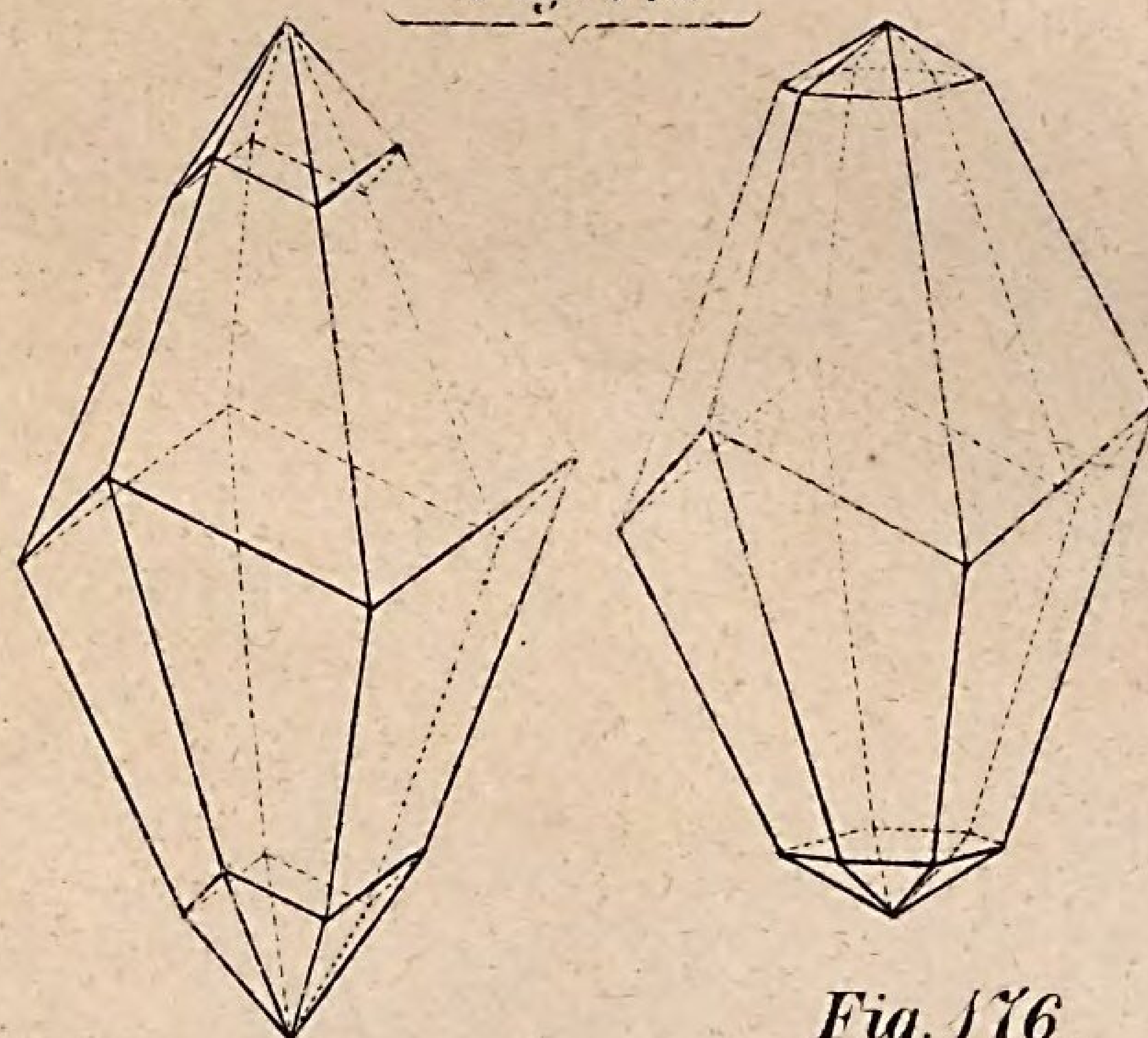


Fig. 173.

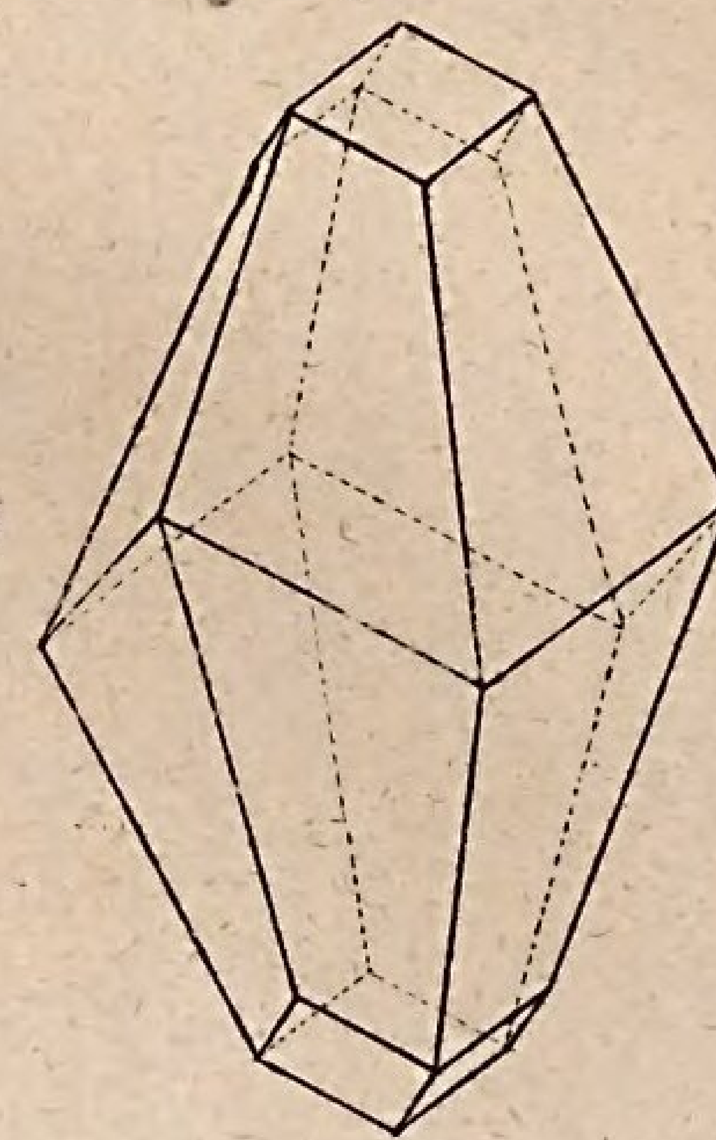


Fig. 176.

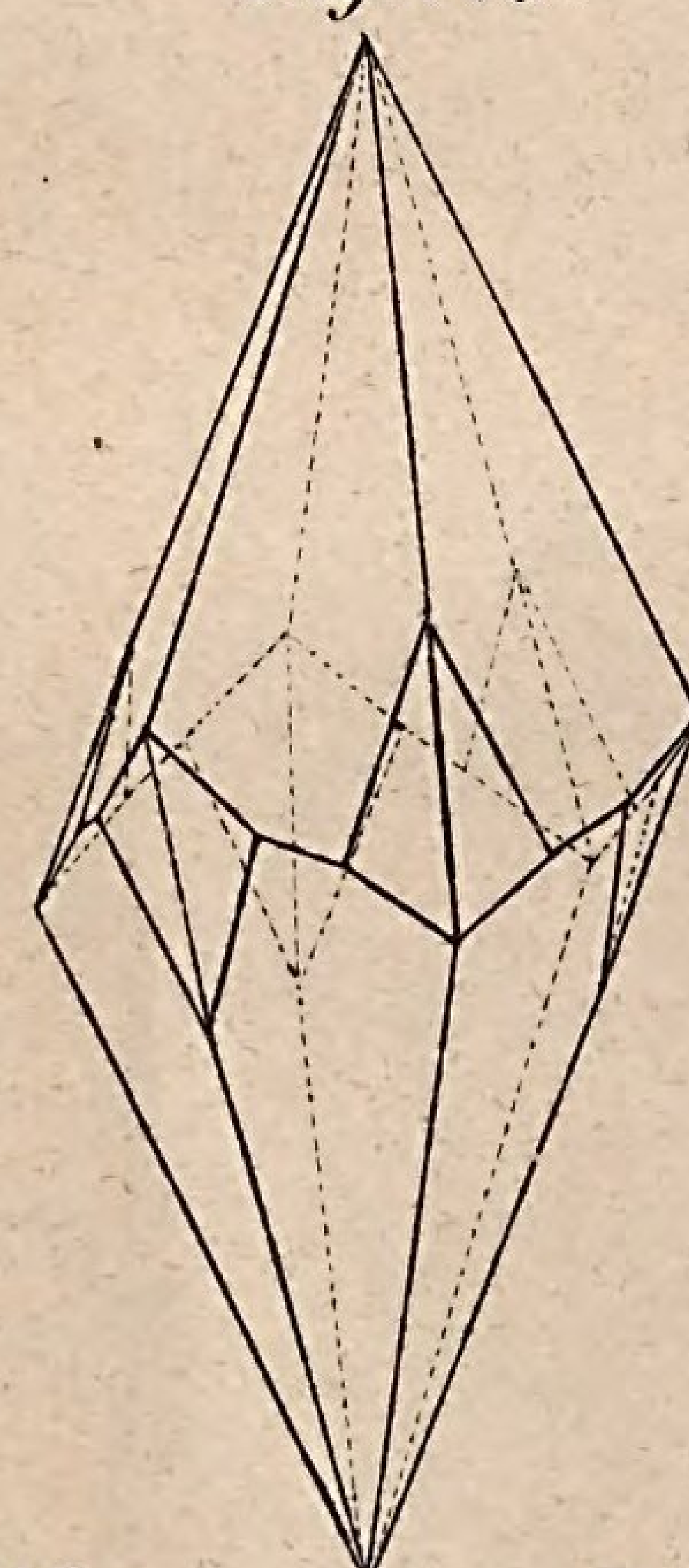


Fig. 177.

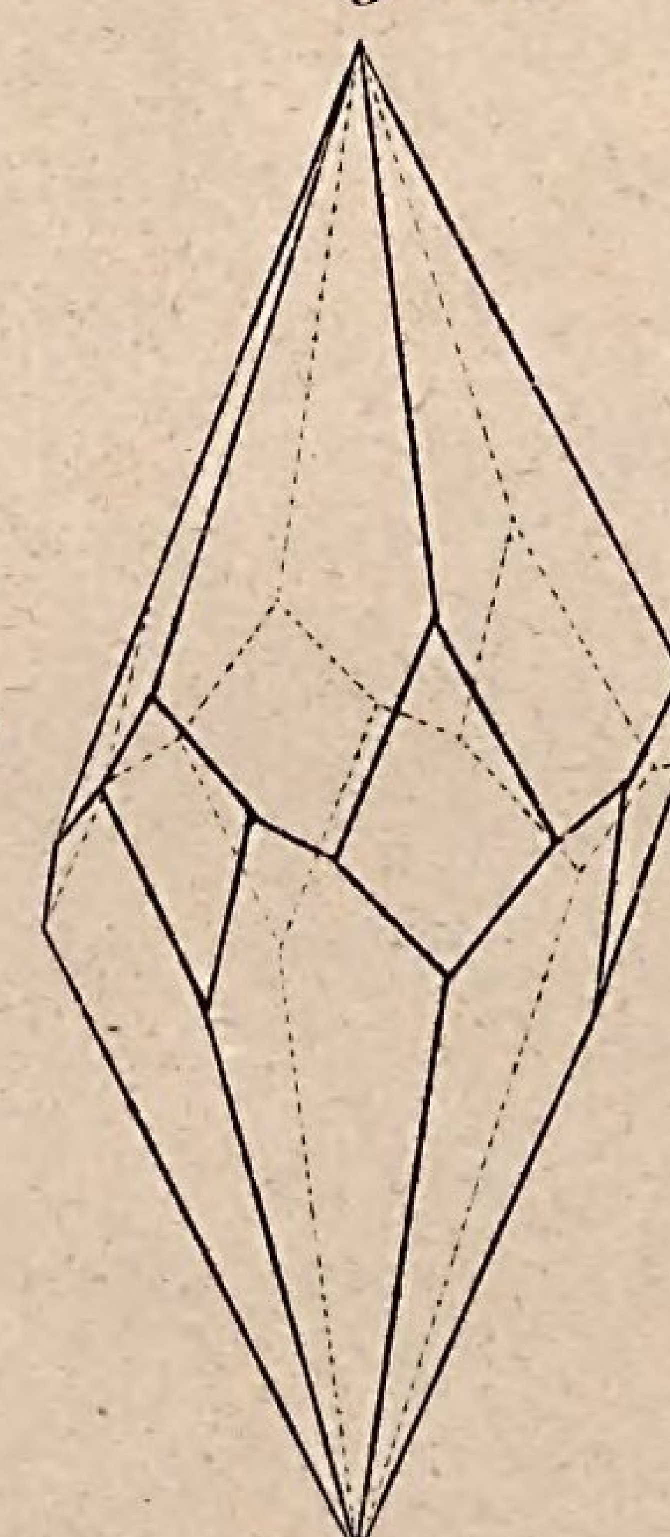


Fig. 174.

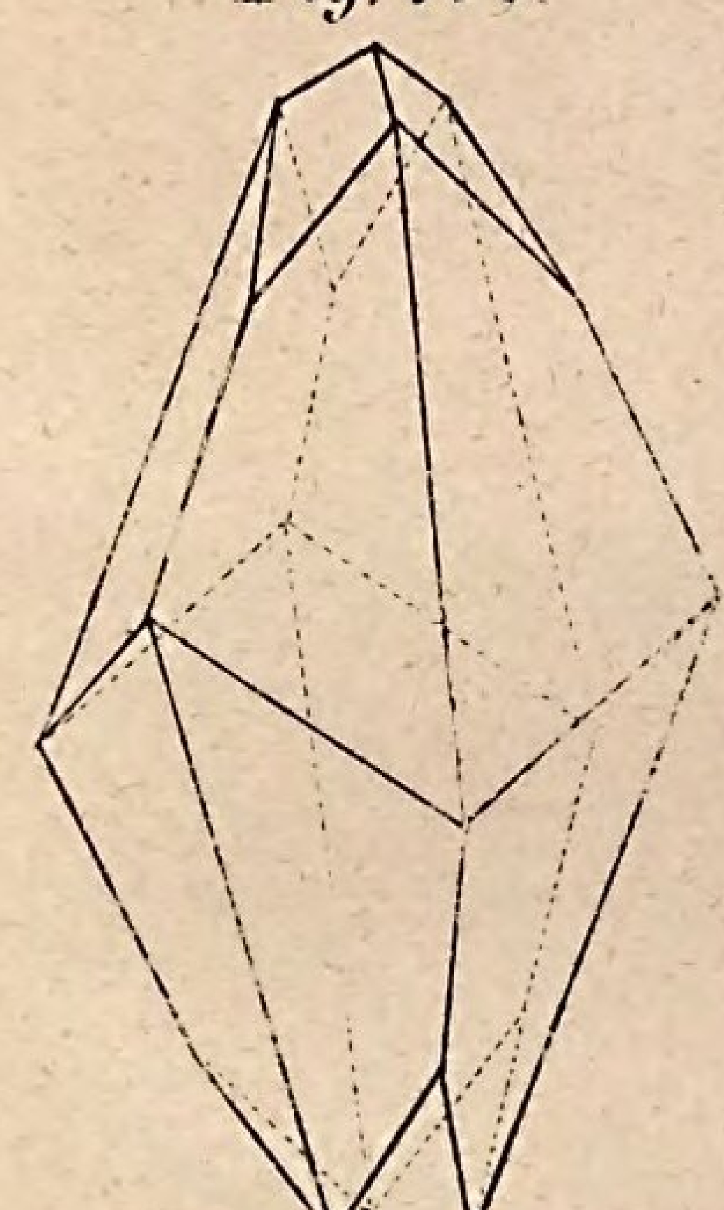


Fig. 175

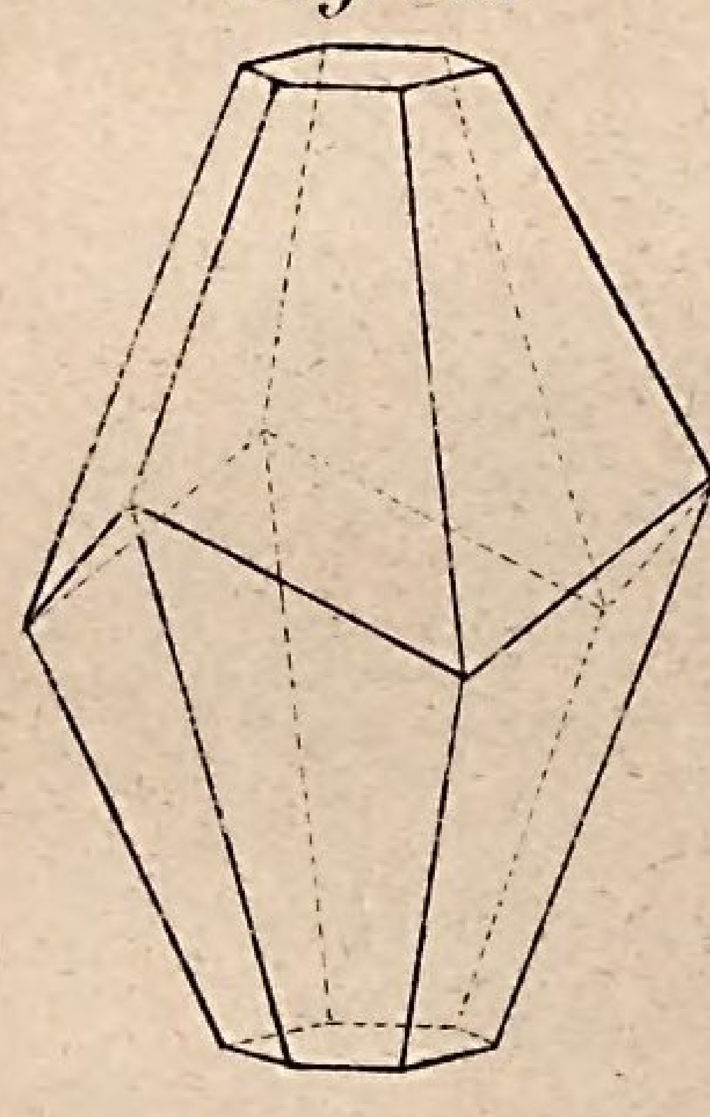


Fig. 178

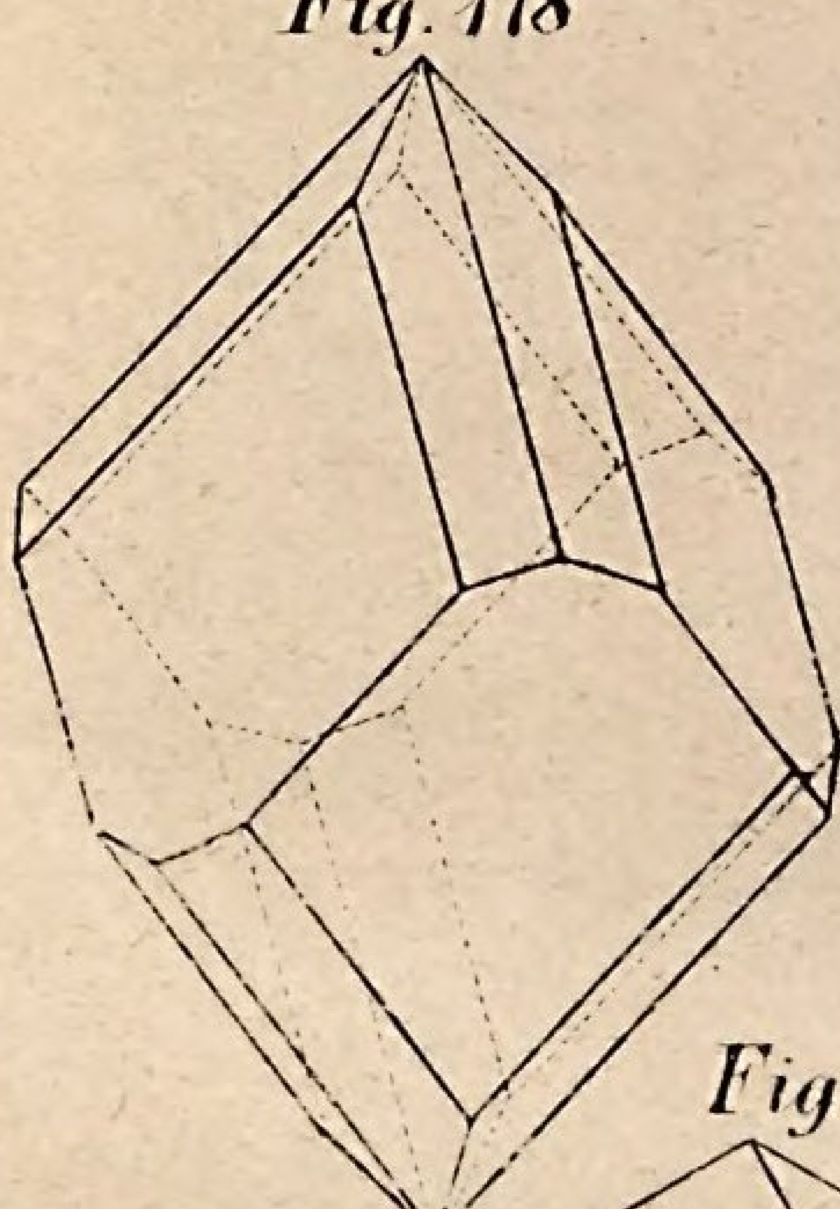


Fig. 179.

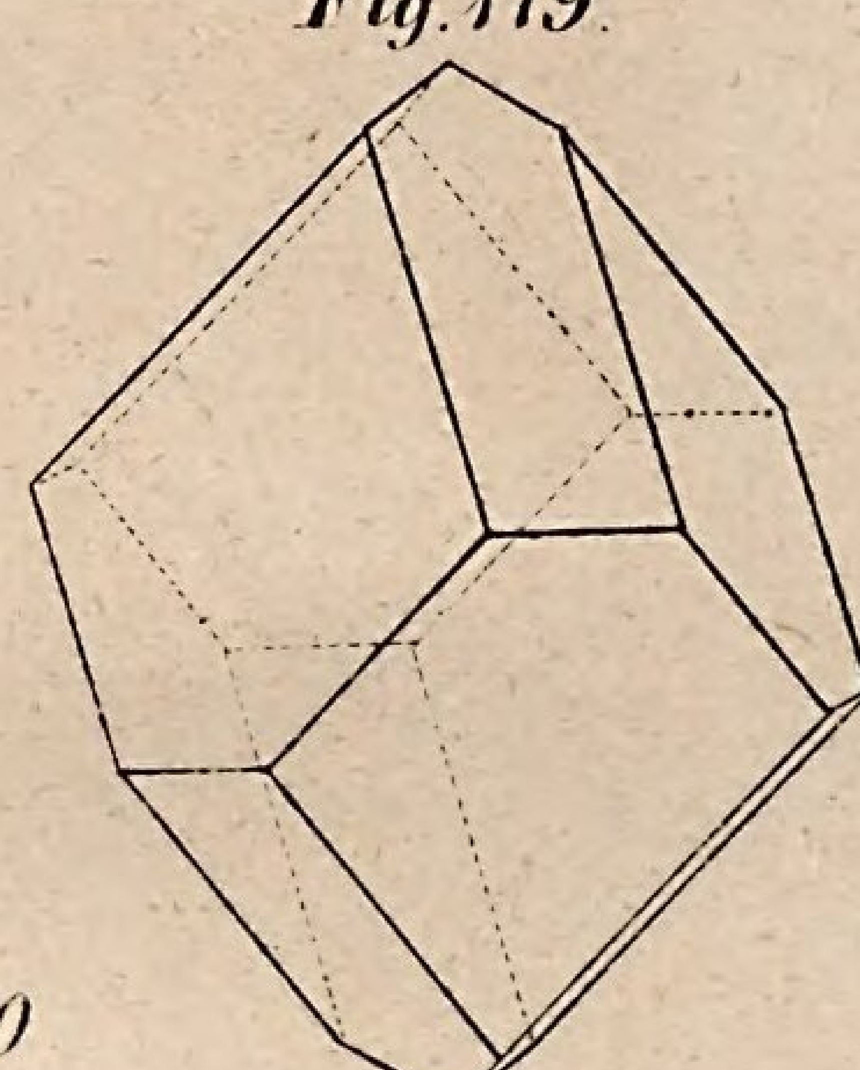


Fig. 182

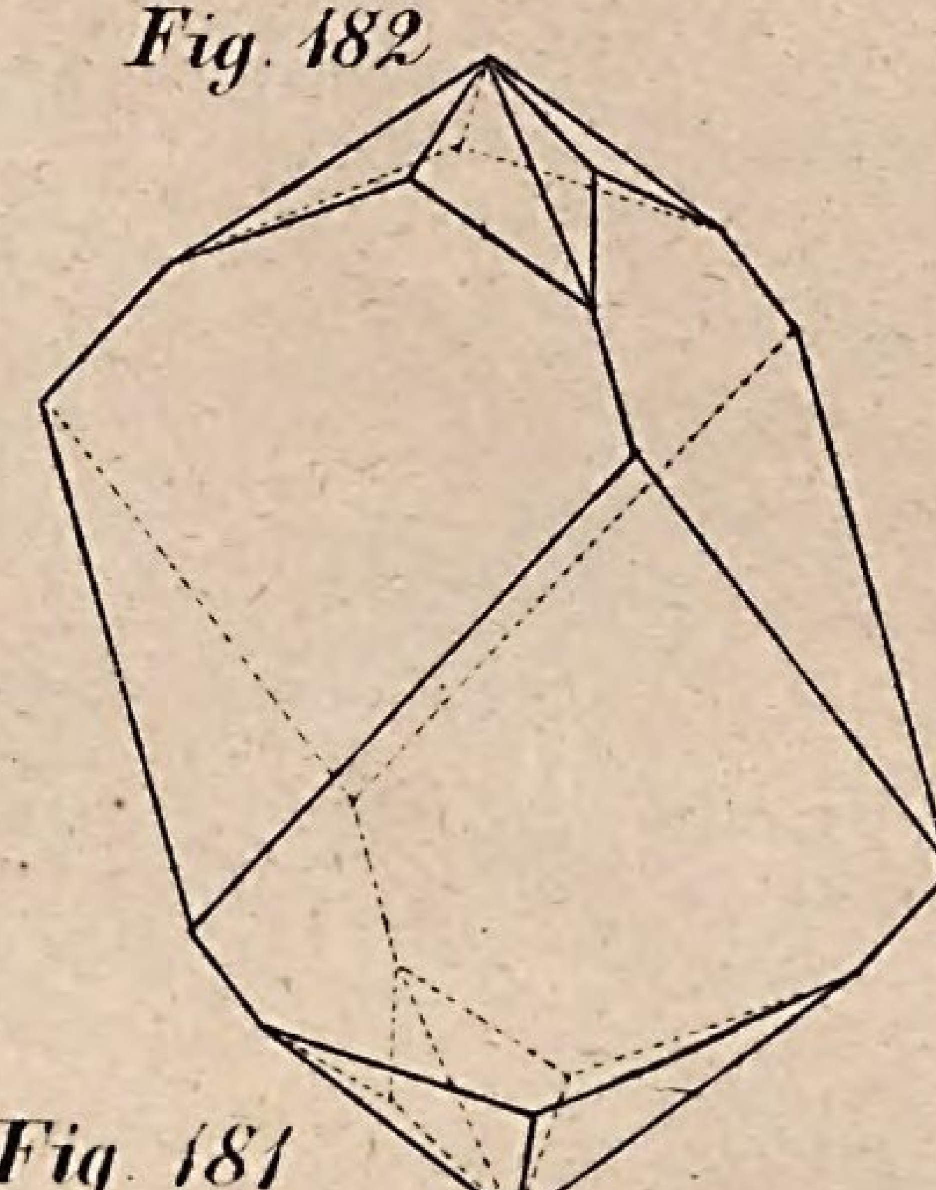


Fig. 180

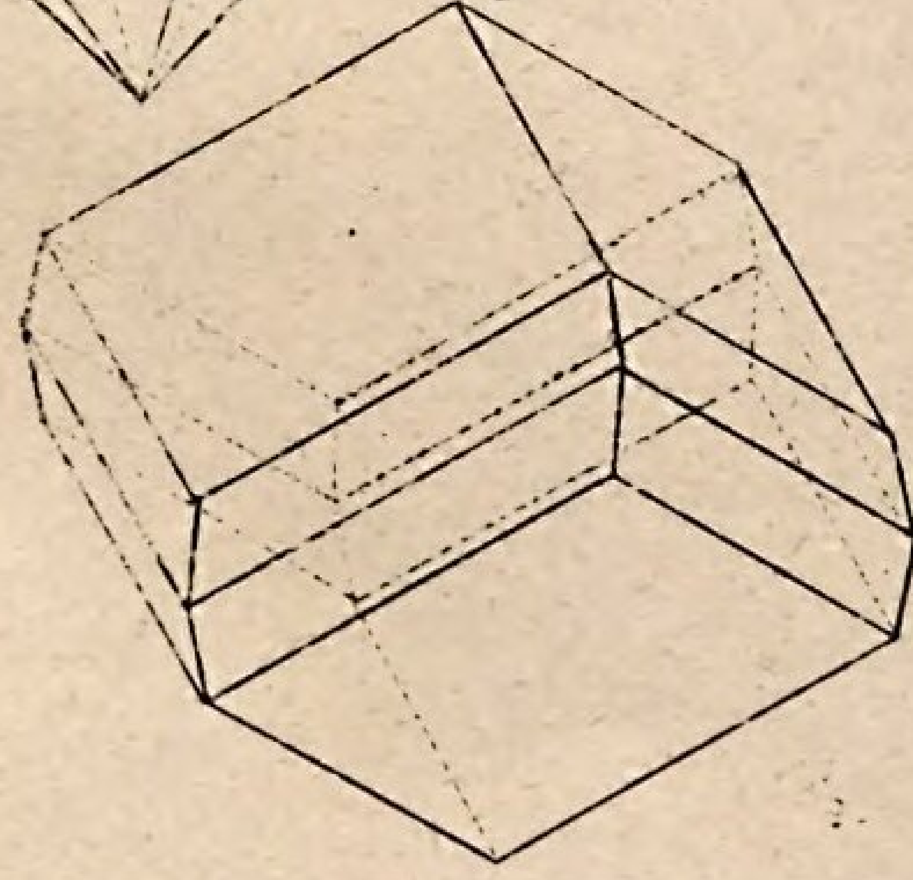
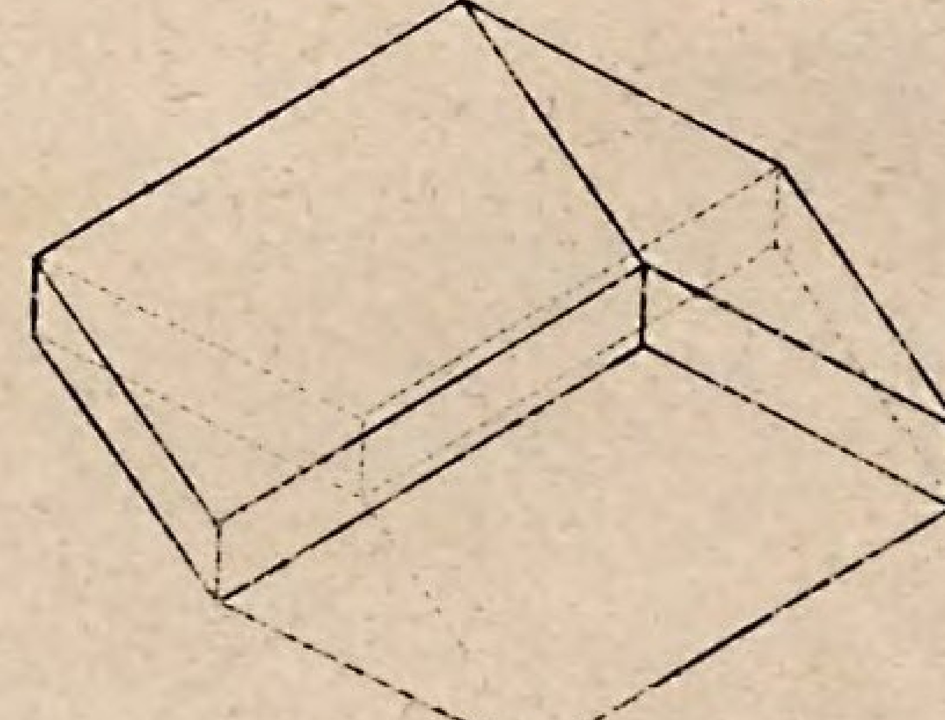


Fig. 181



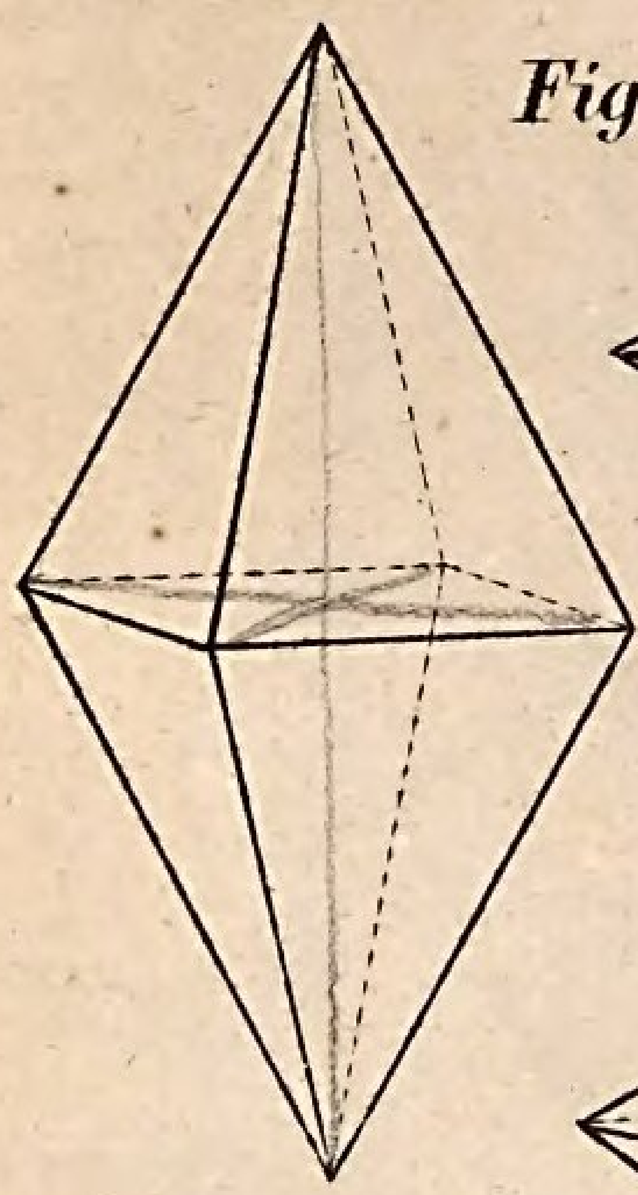


Fig. 213

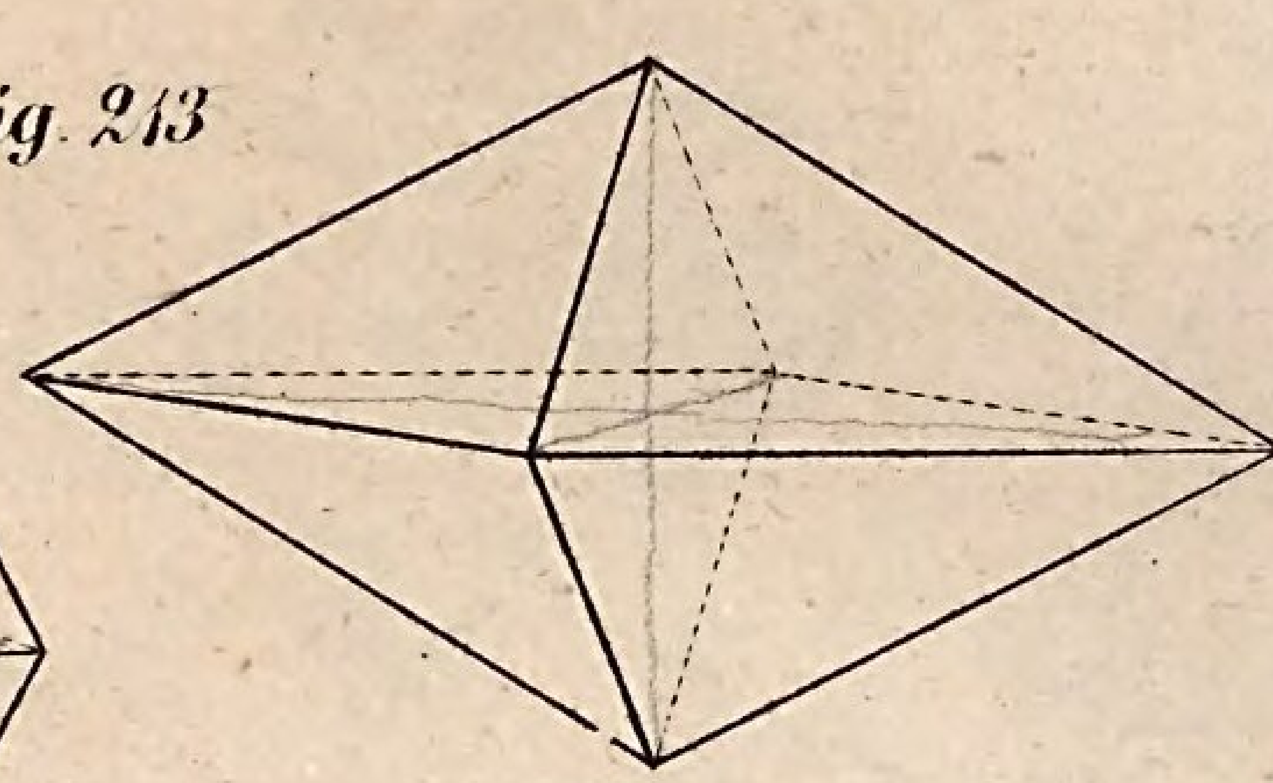


Fig. 214

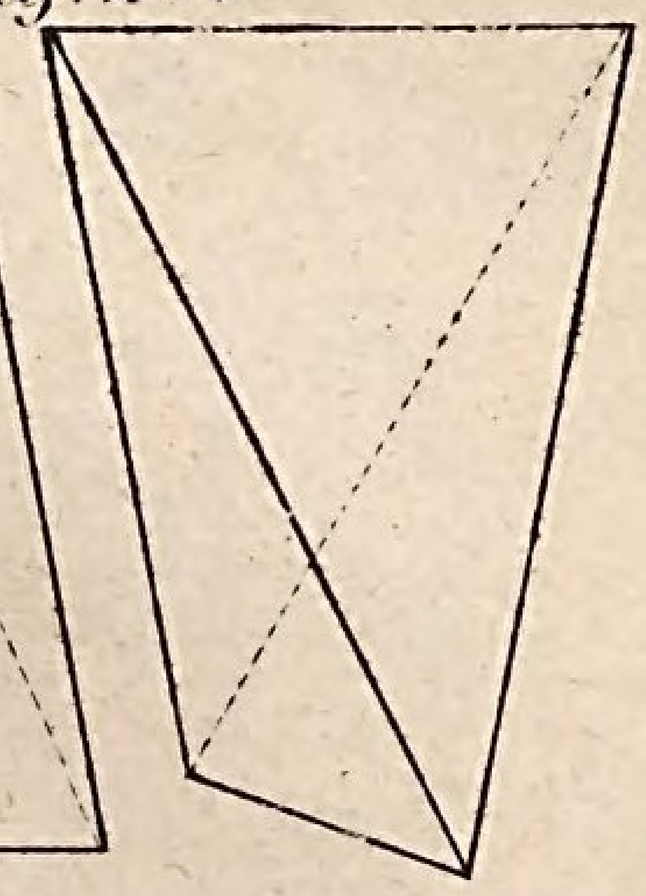



Fig. 215

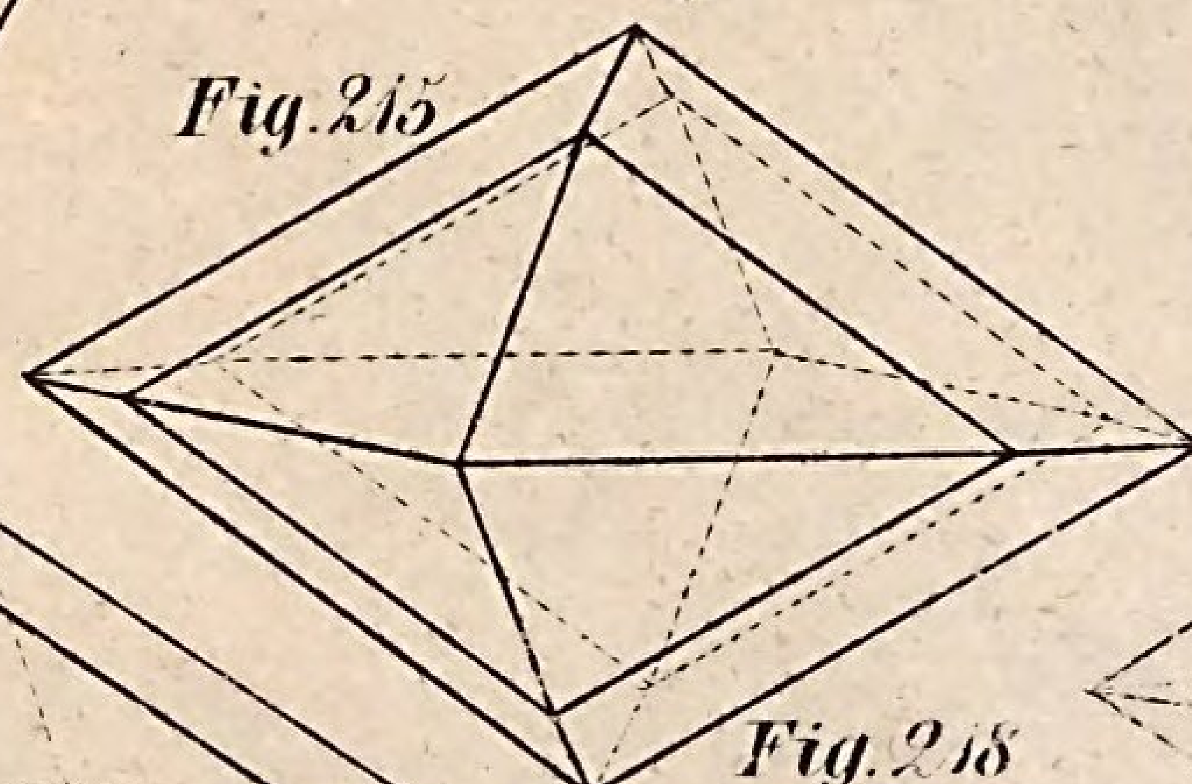


Fig. 216

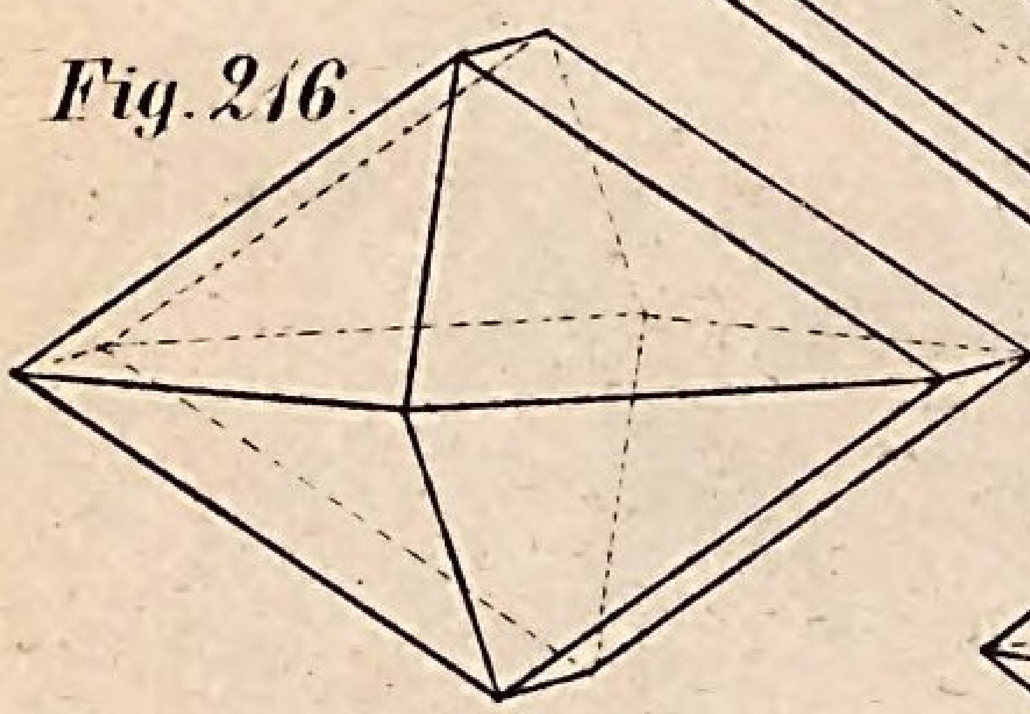


Fig. 217

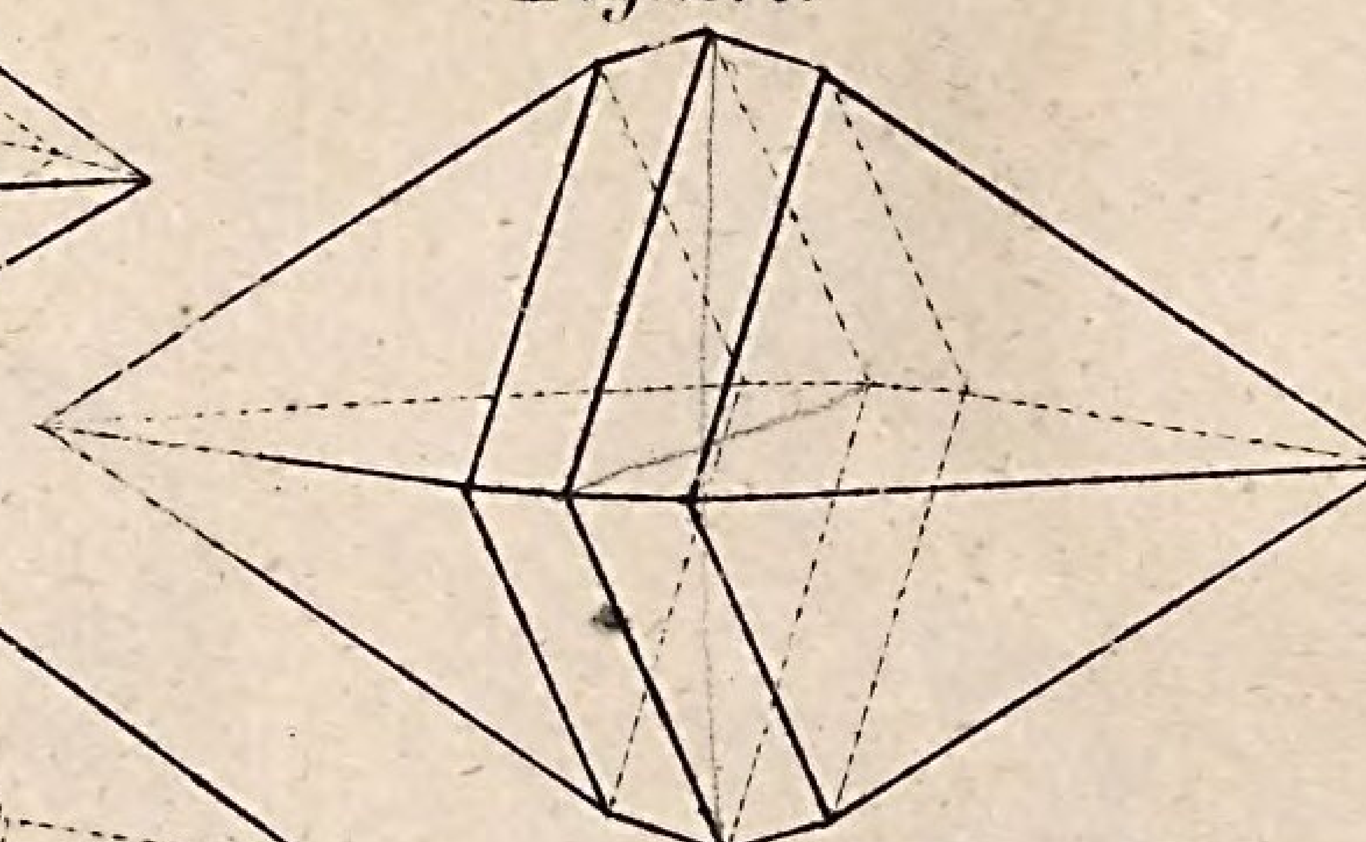


Fig. 218

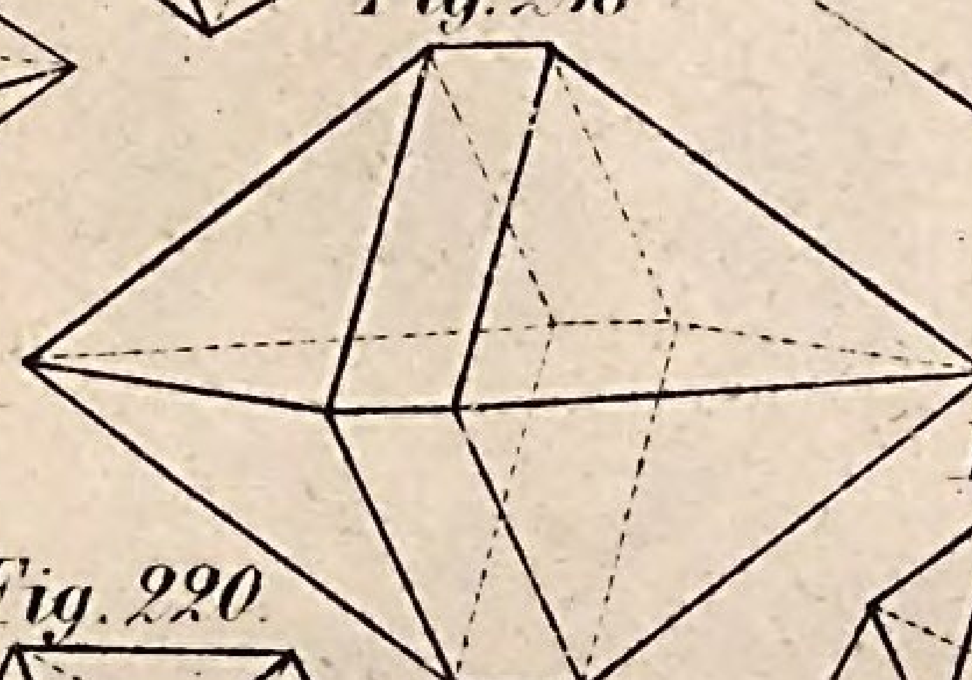


Fig. 219

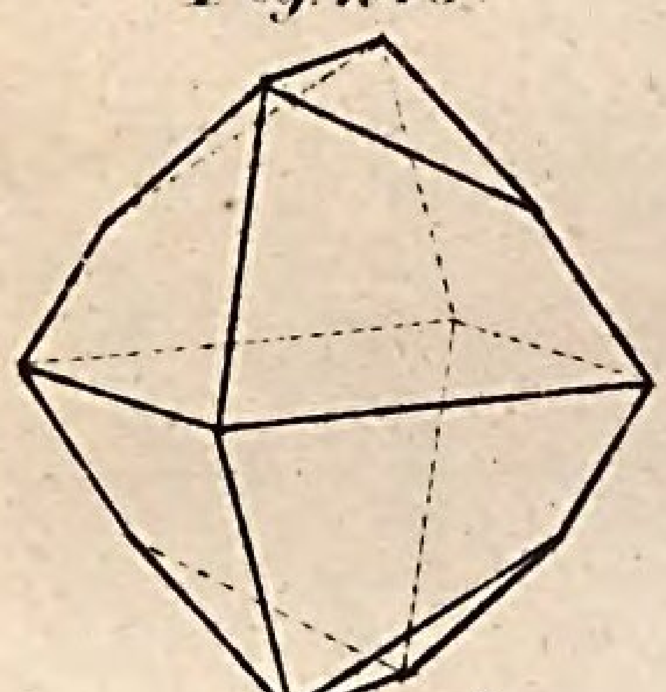


Fig. 220

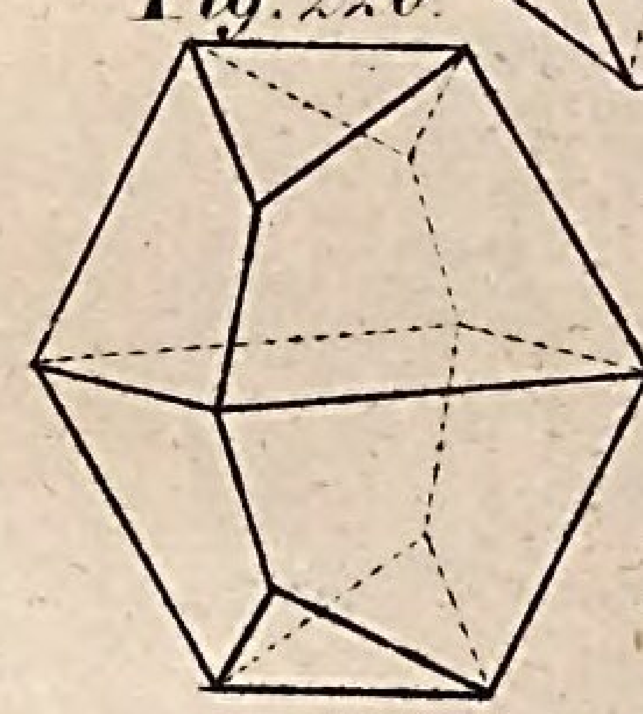


Fig. 221

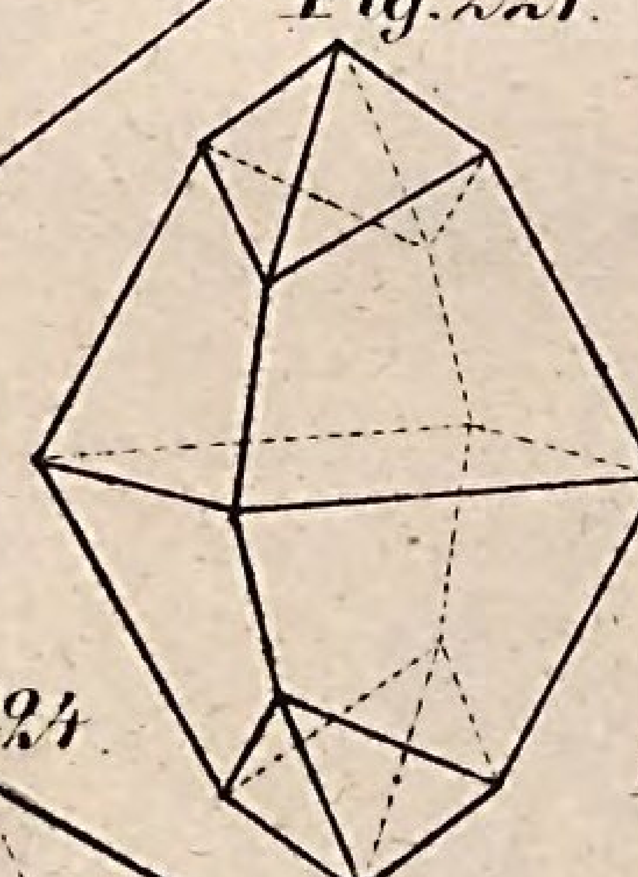


Fig. 222

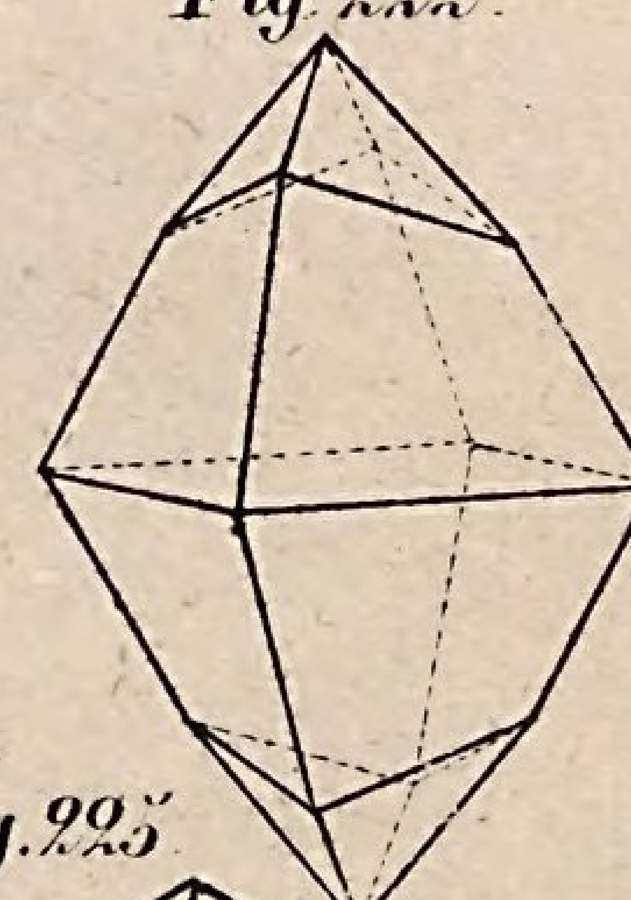


Fig. 223

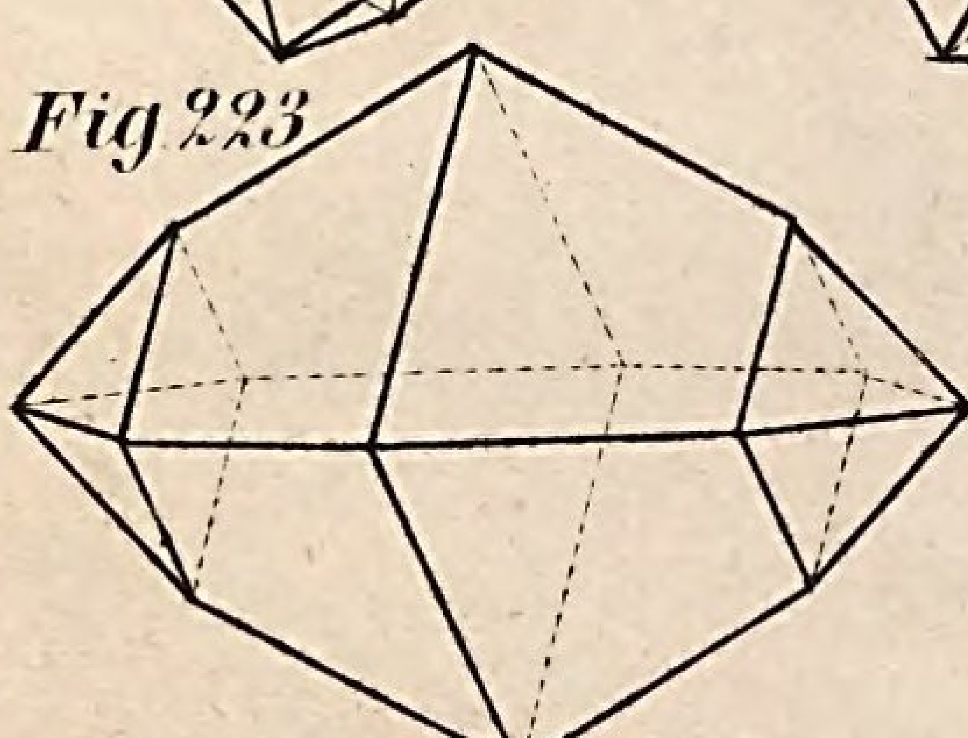


Fig. 224

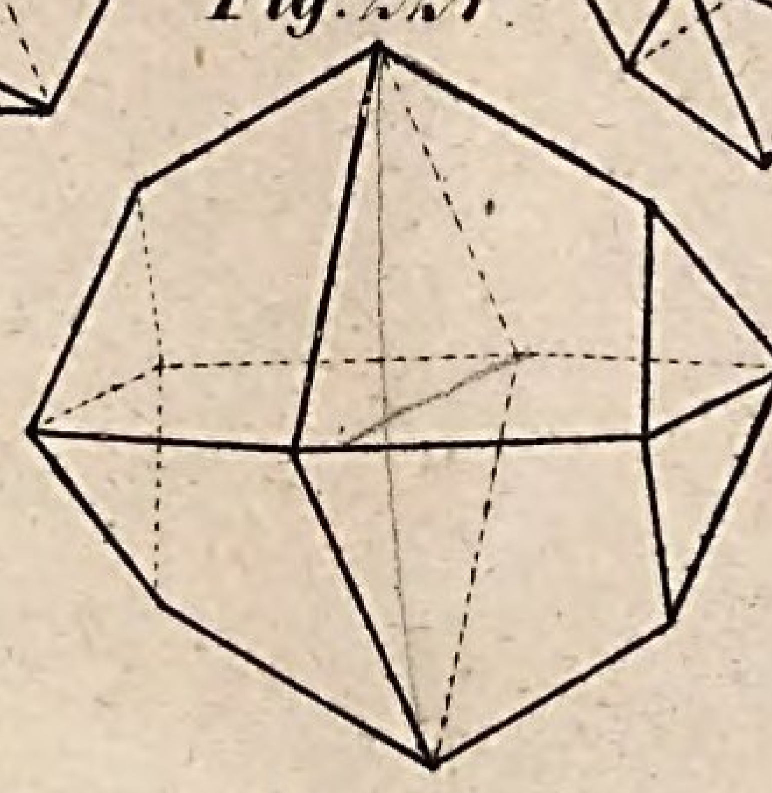


Fig. 225

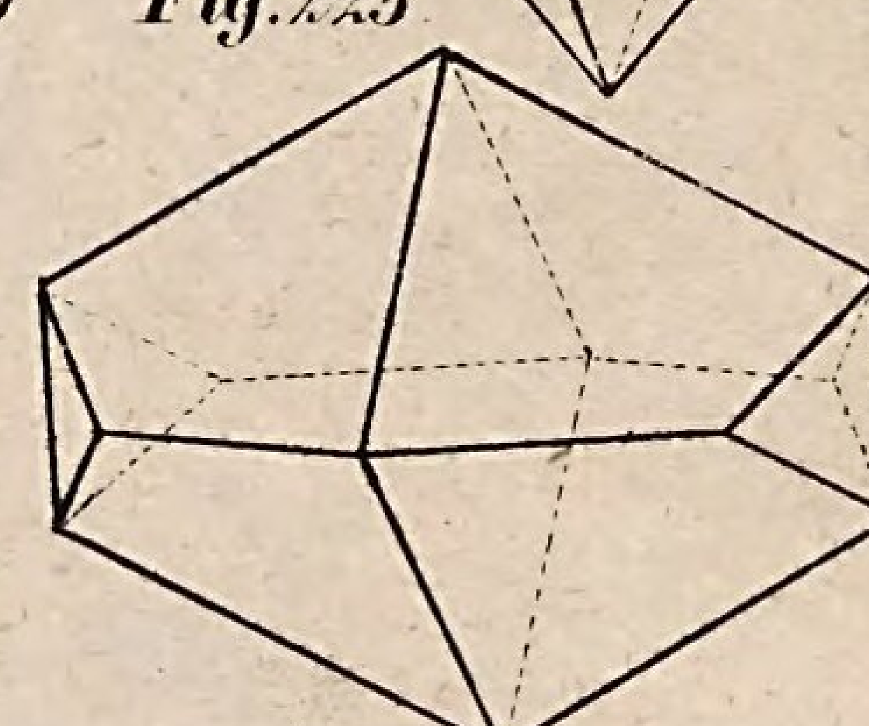


Fig. 226

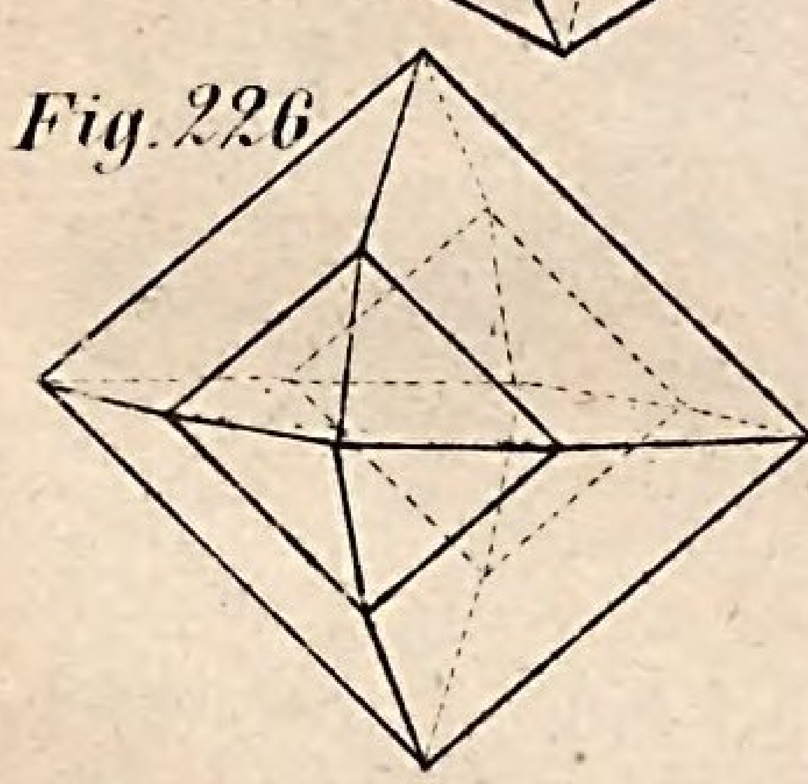


Fig. 227

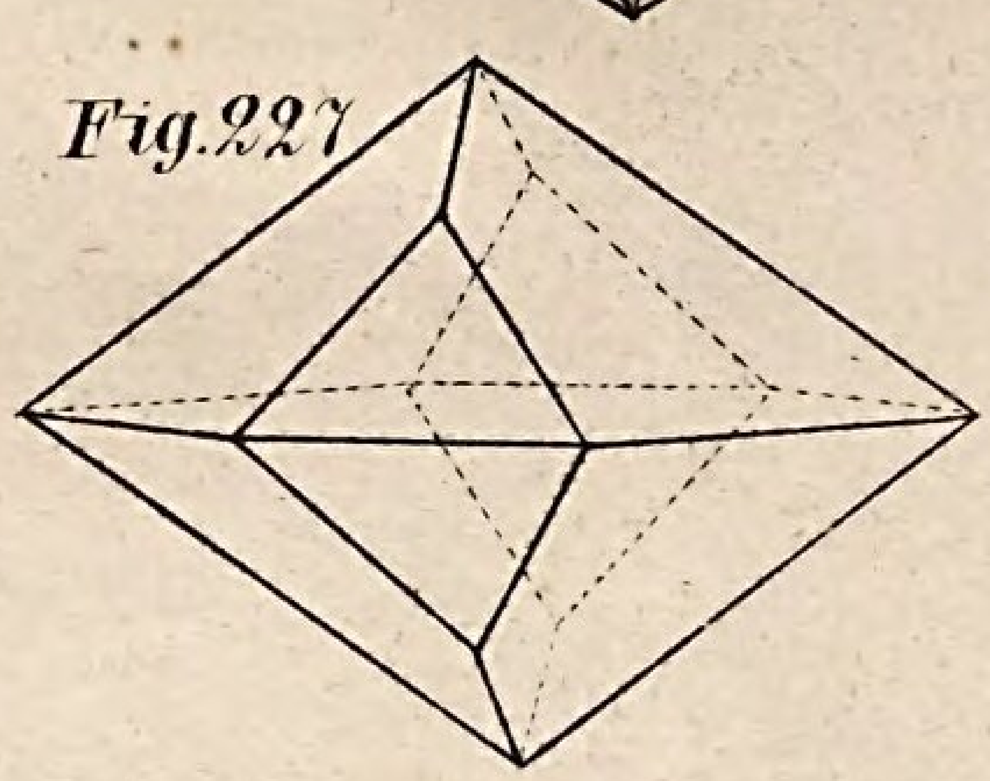


Fig. 228

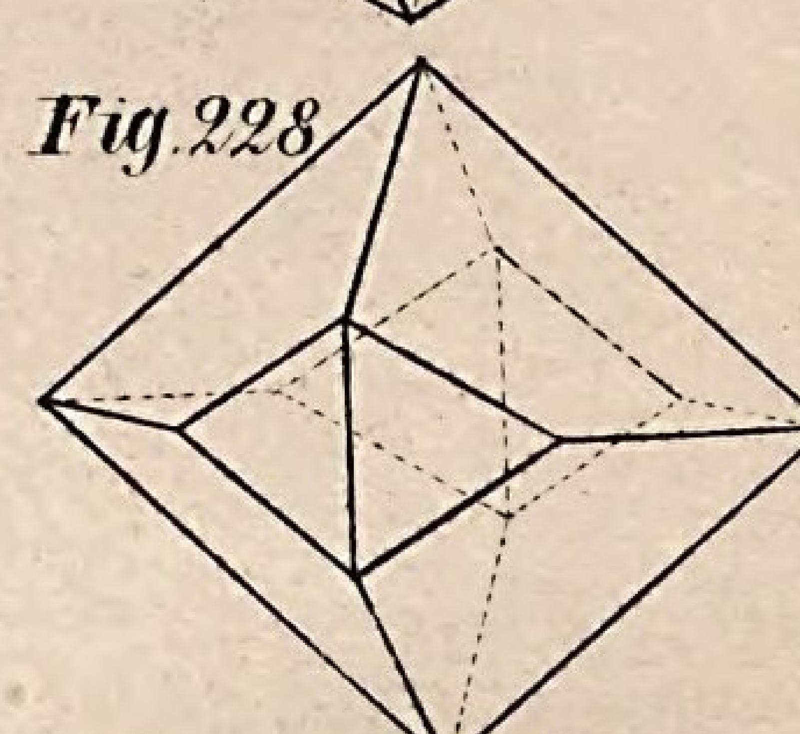


Fig. 229

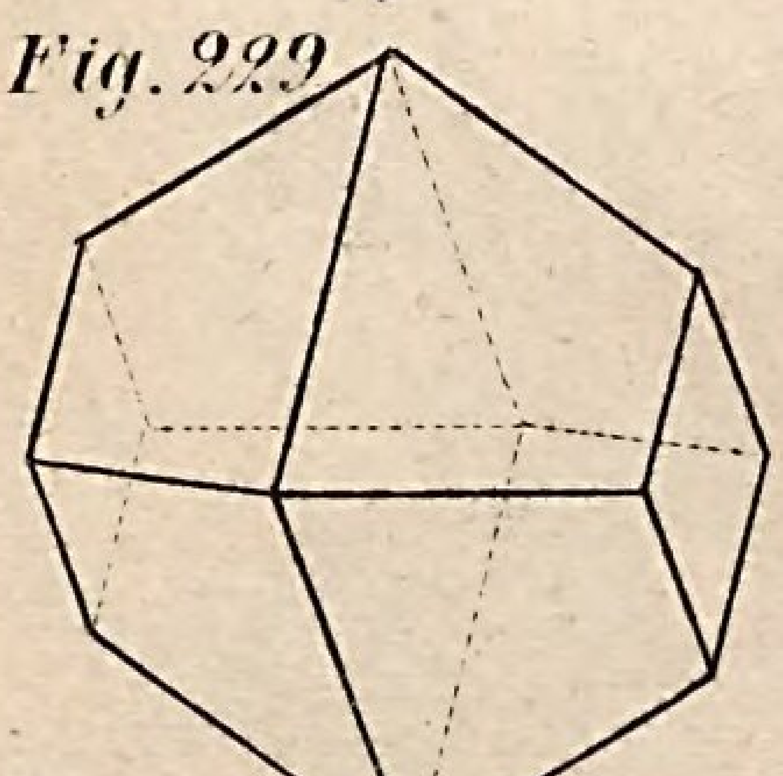


Fig. 230

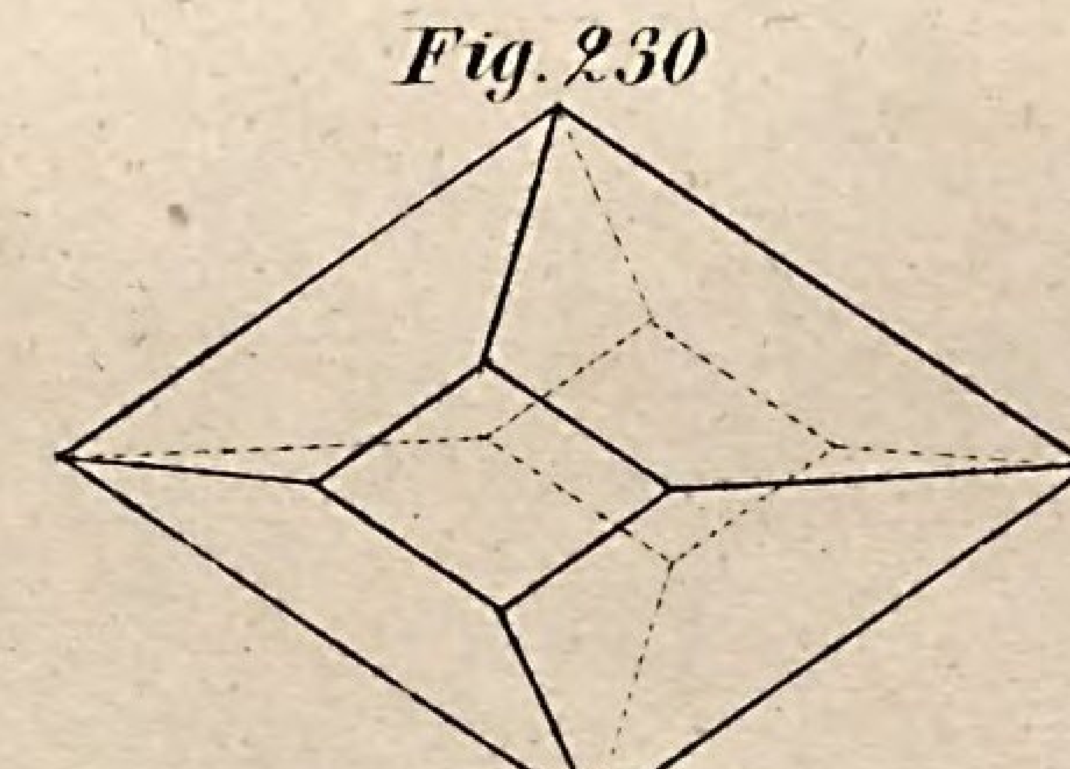


Fig. 231

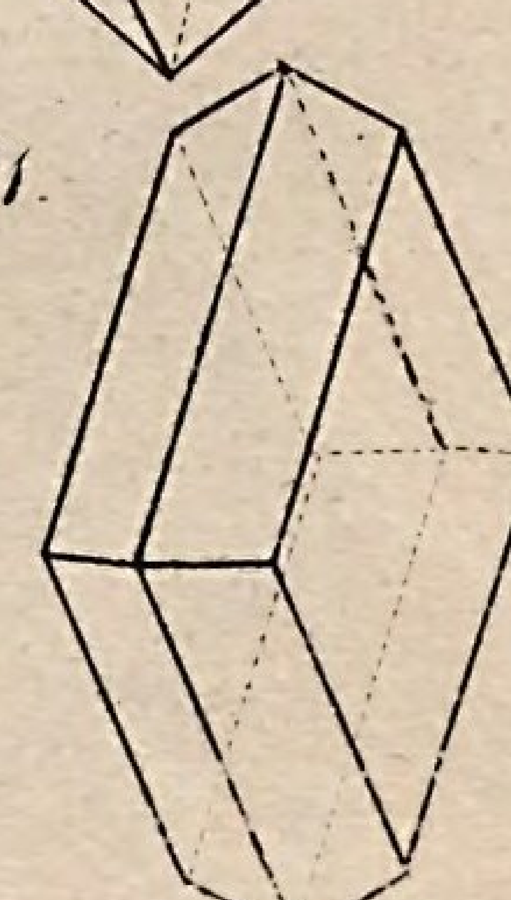


Fig. 197.

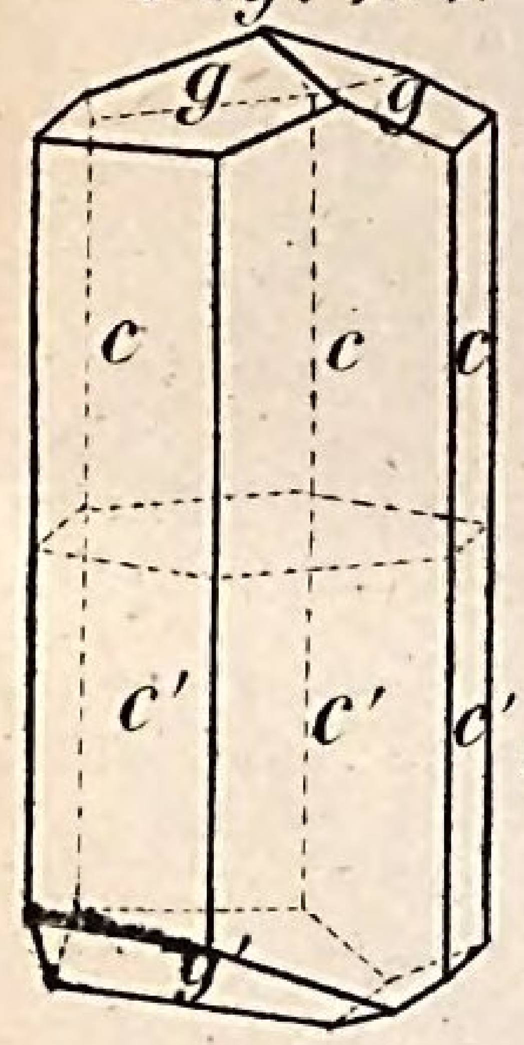


Fig. 198

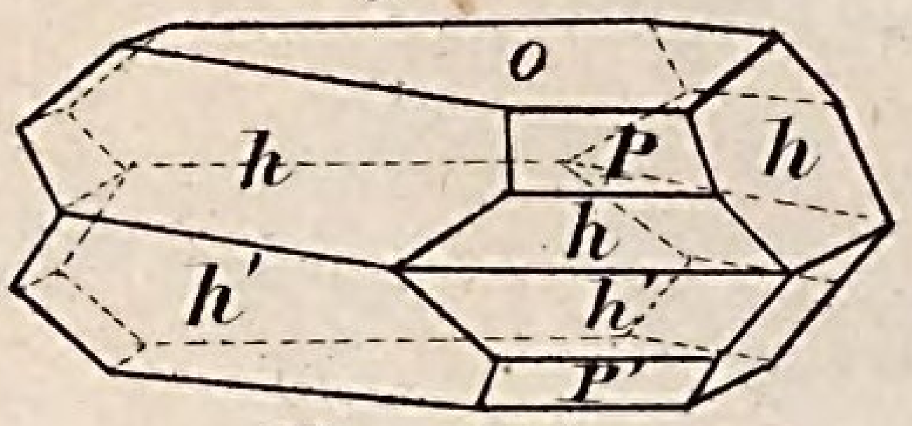


Fig. 199.

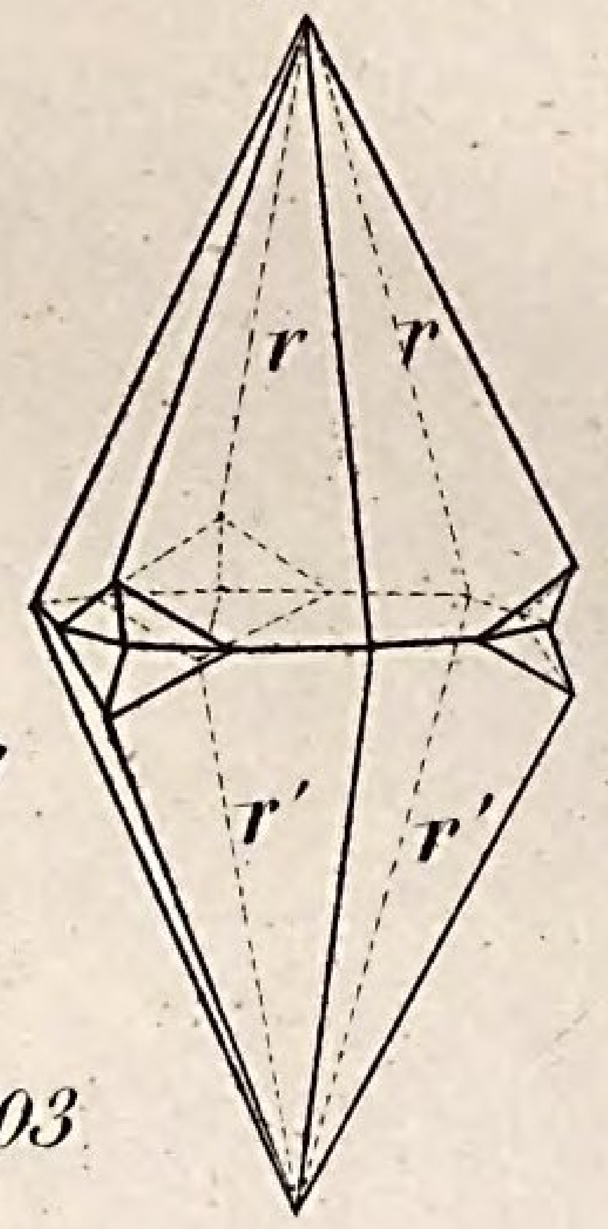


Fig. 200.

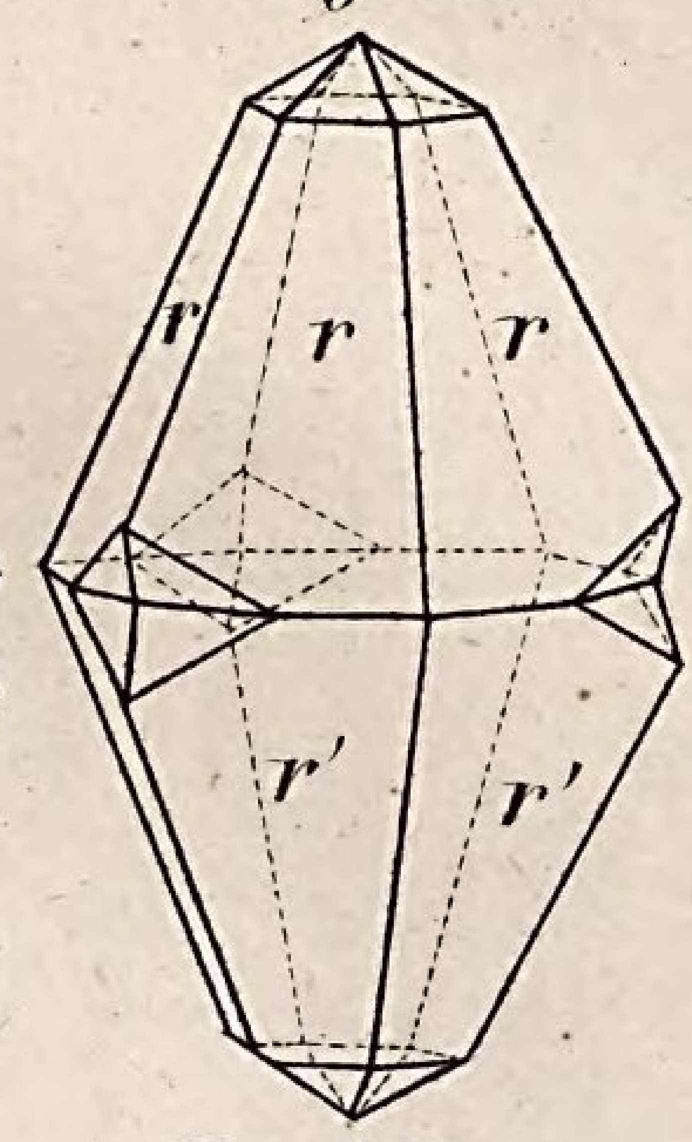


Fig. 201.

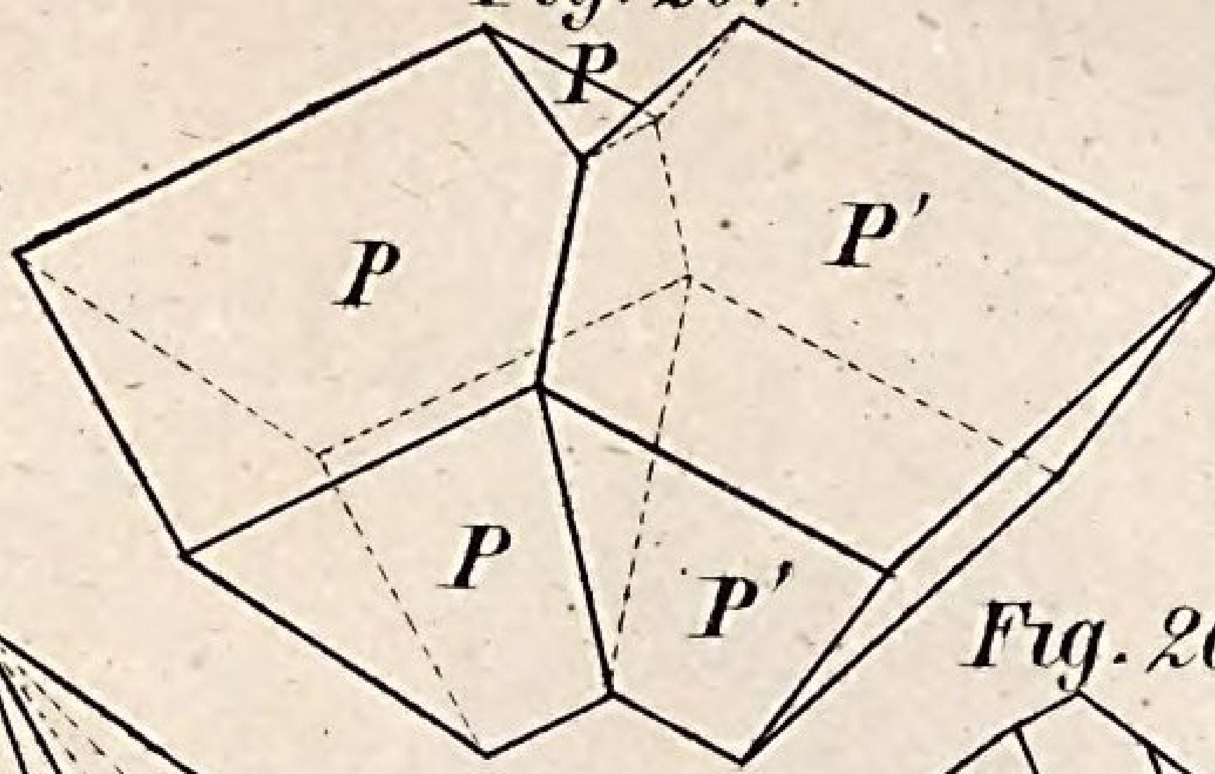


Fig. 202

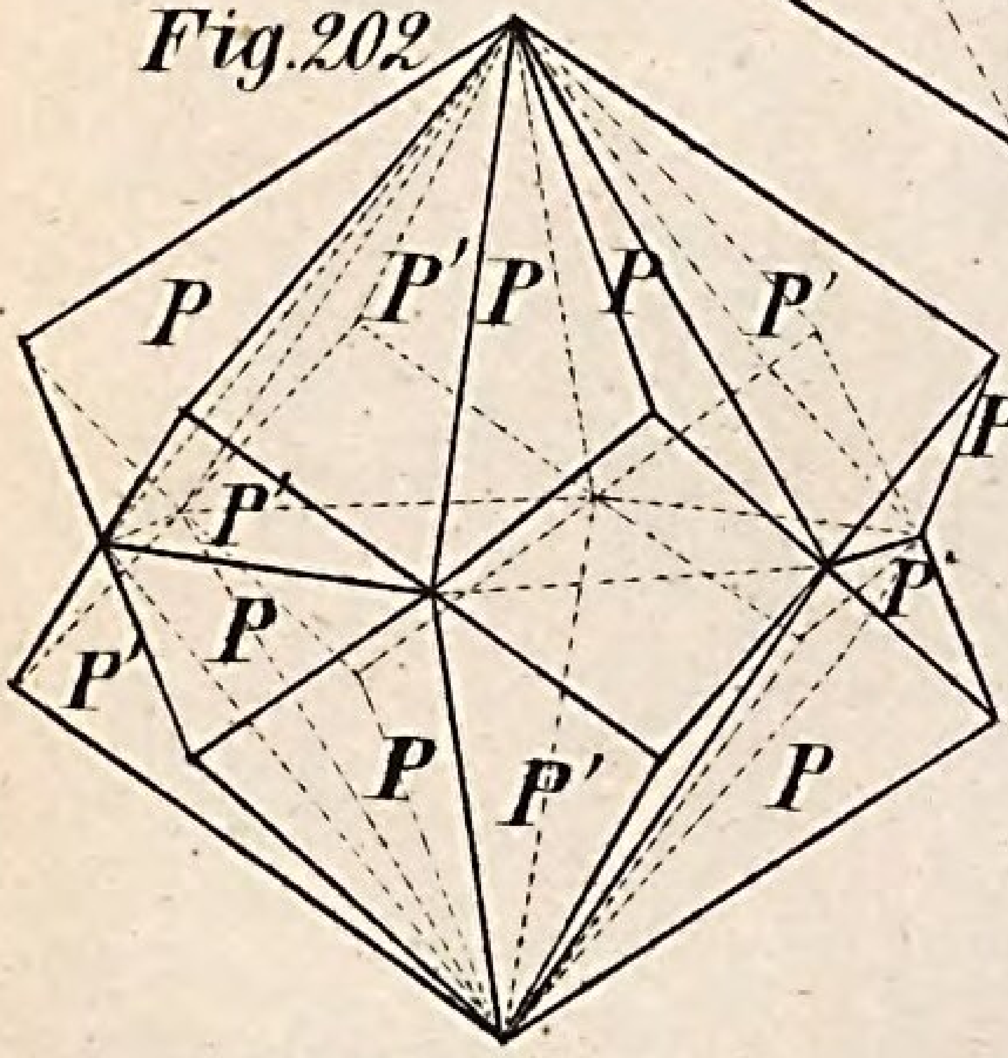


Fig. 203

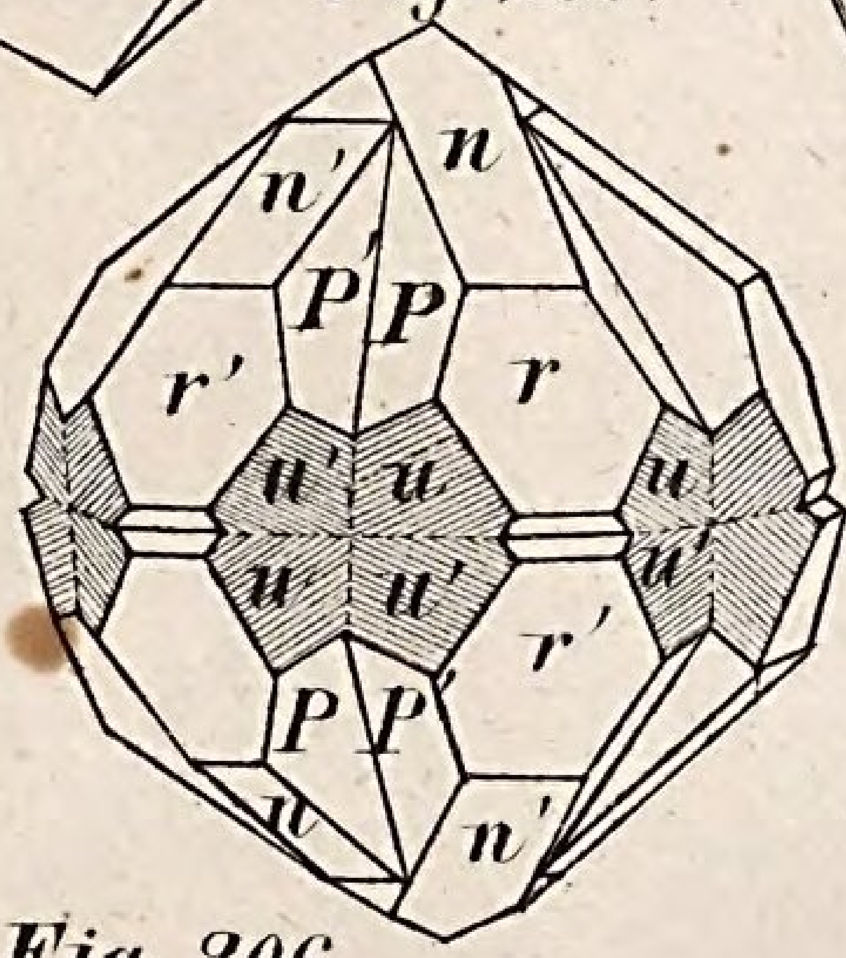


Fig. 204

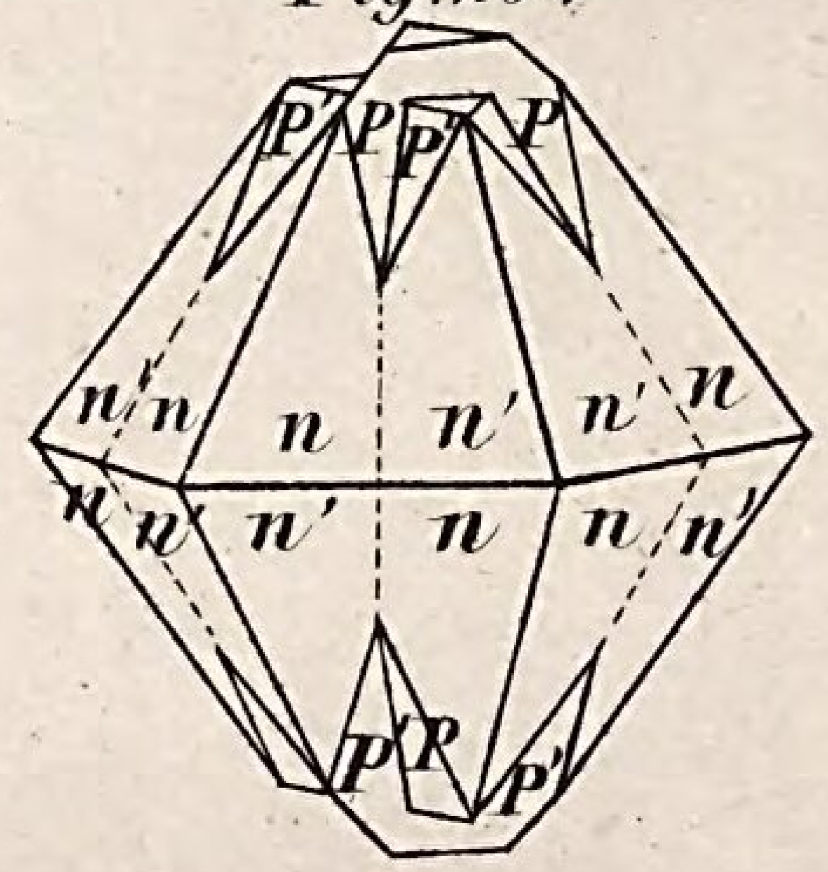


Fig. 205

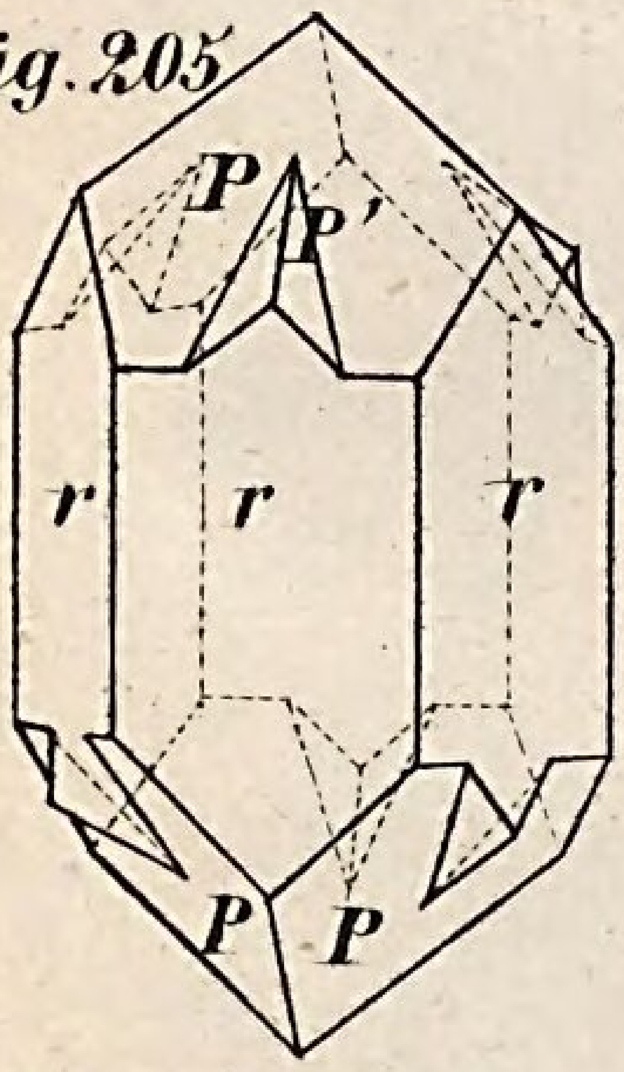


Fig. 206.

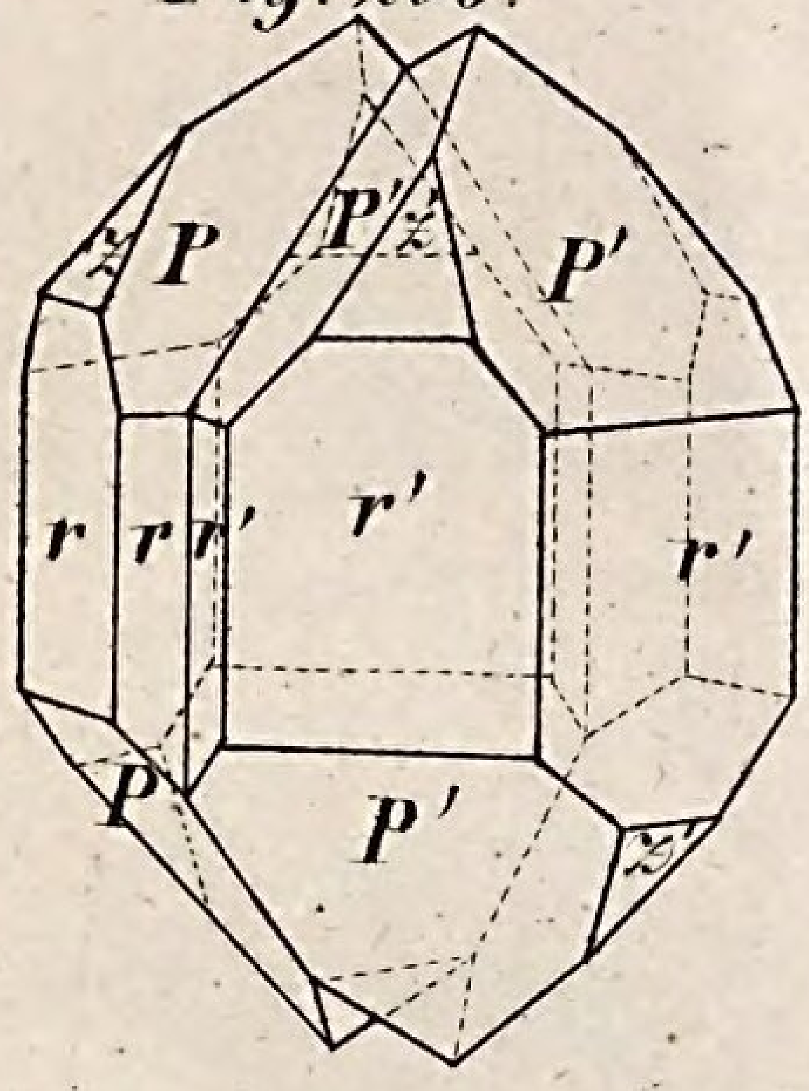


Fig. 206a

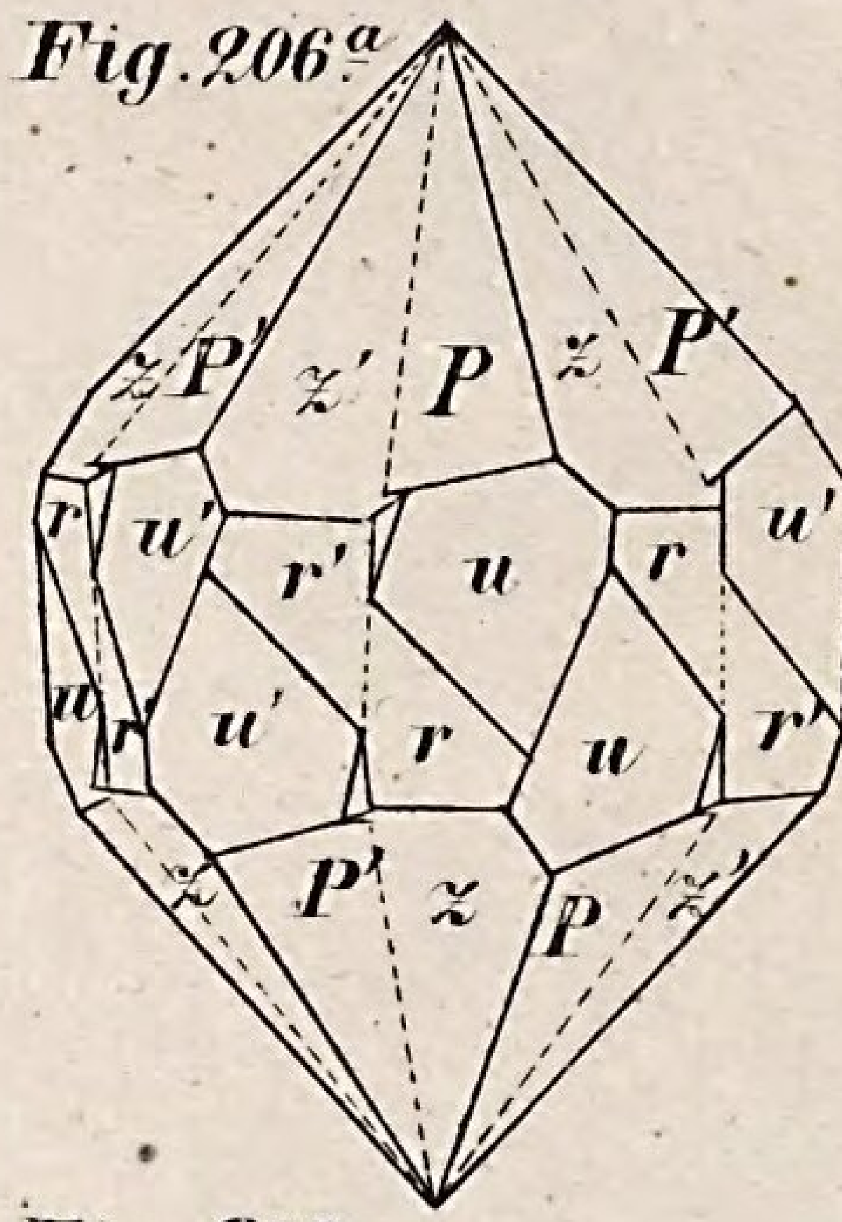


Fig. 207

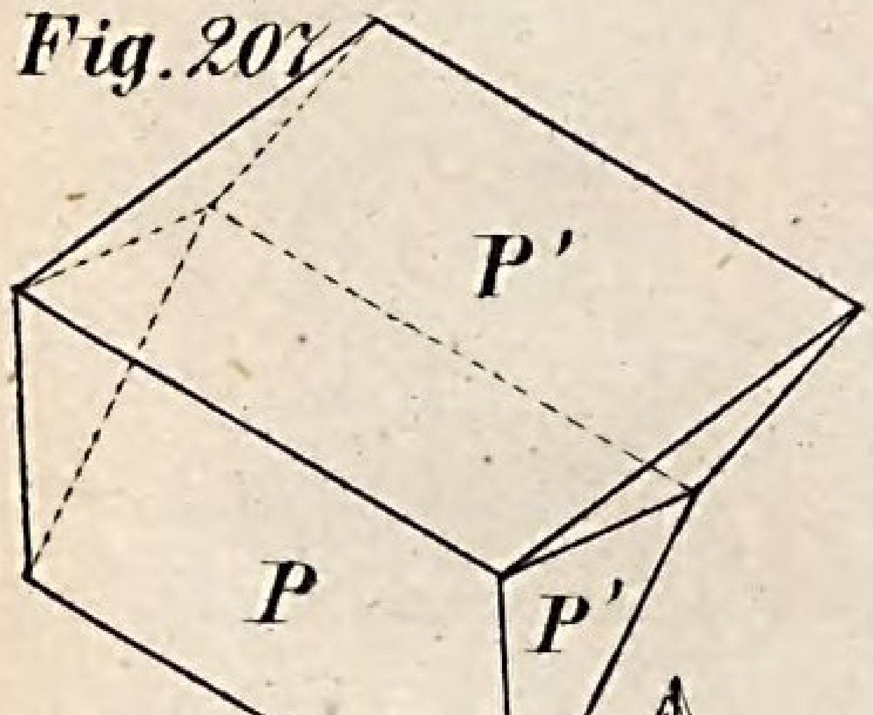


Fig. 208

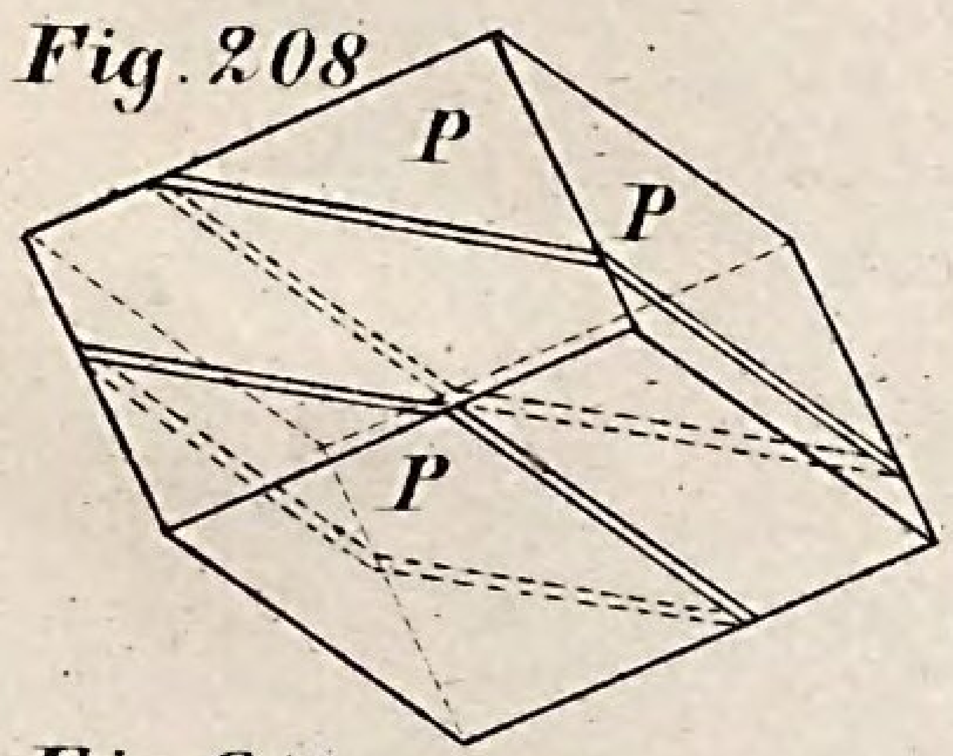


Fig. 209

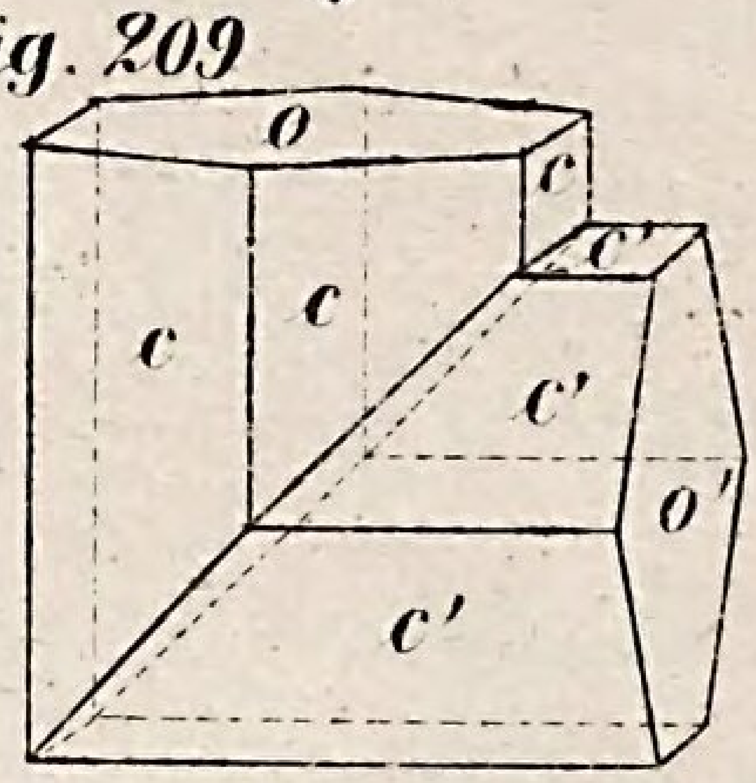


Fig. 210

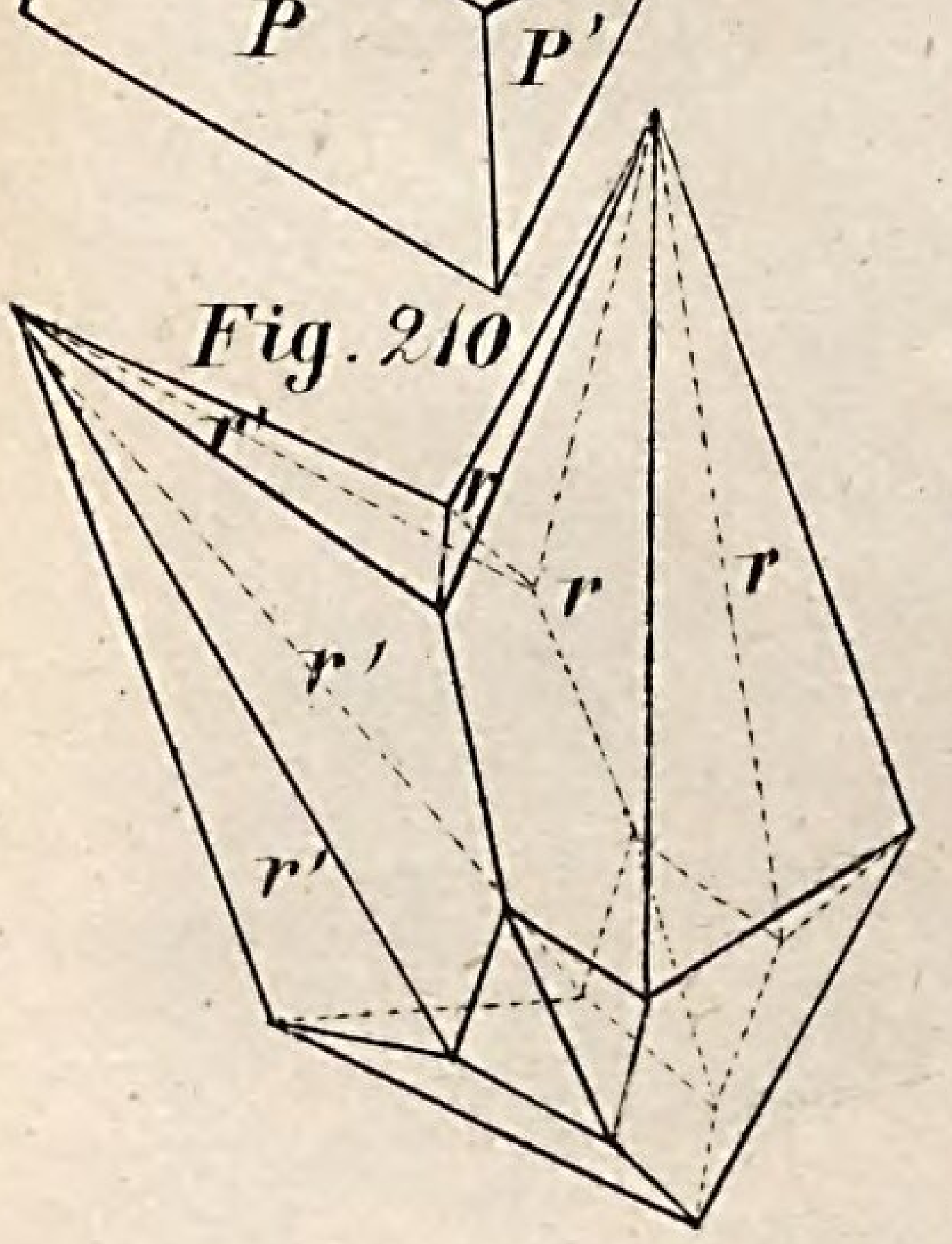


Fig. 211

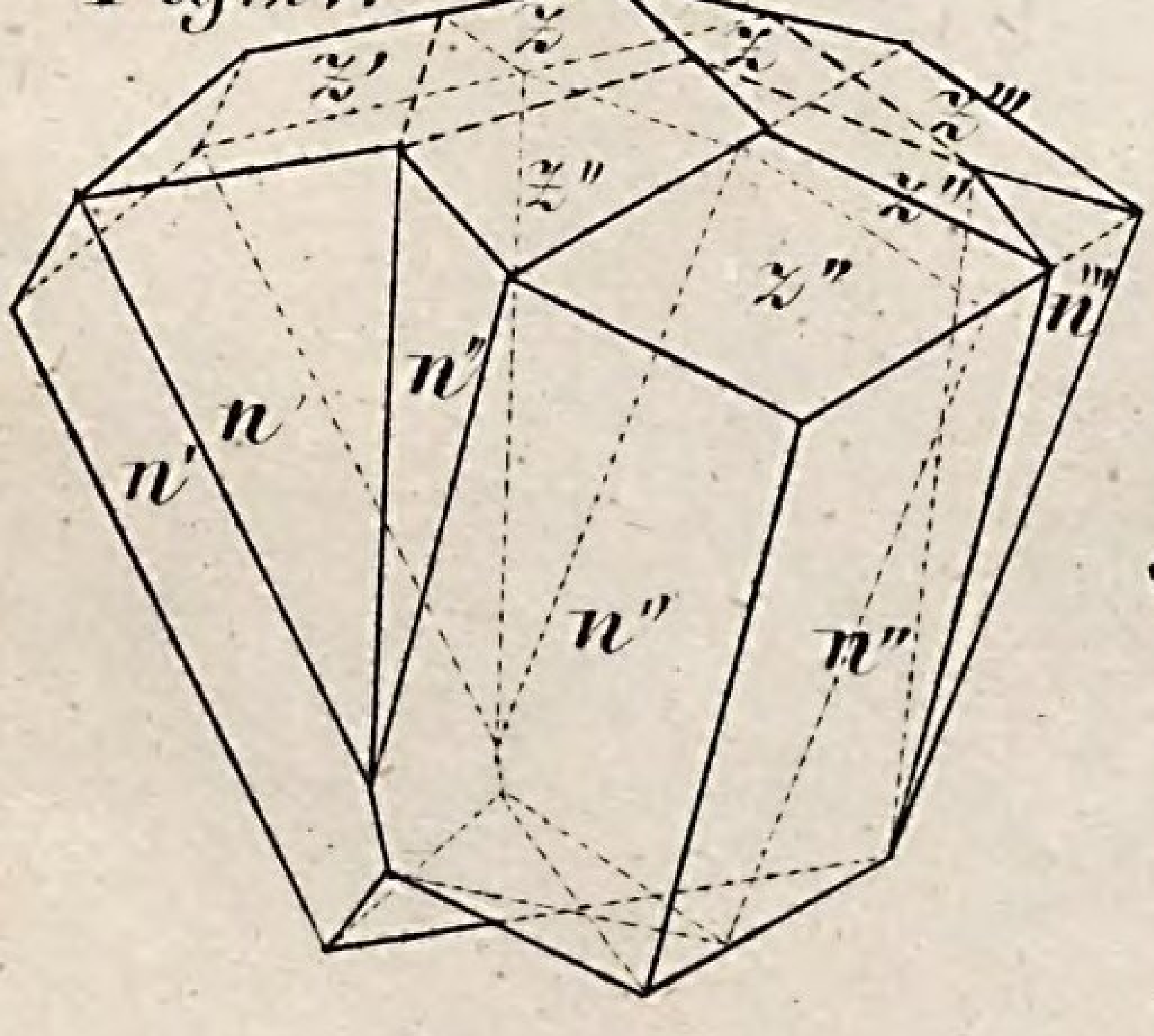


Fig. 212

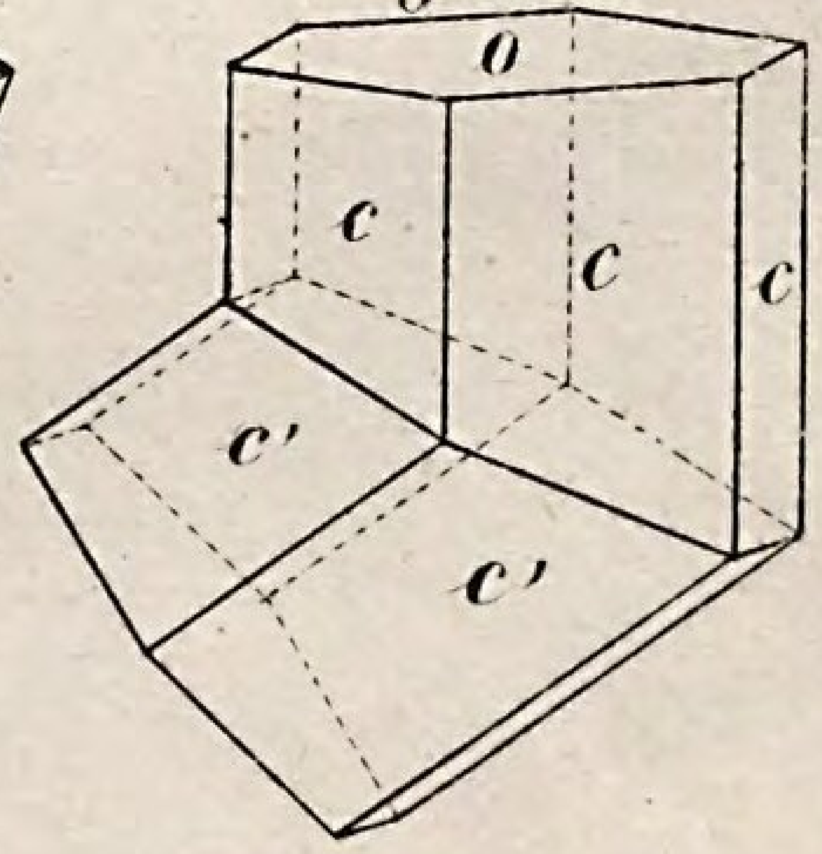


Fig. 232.

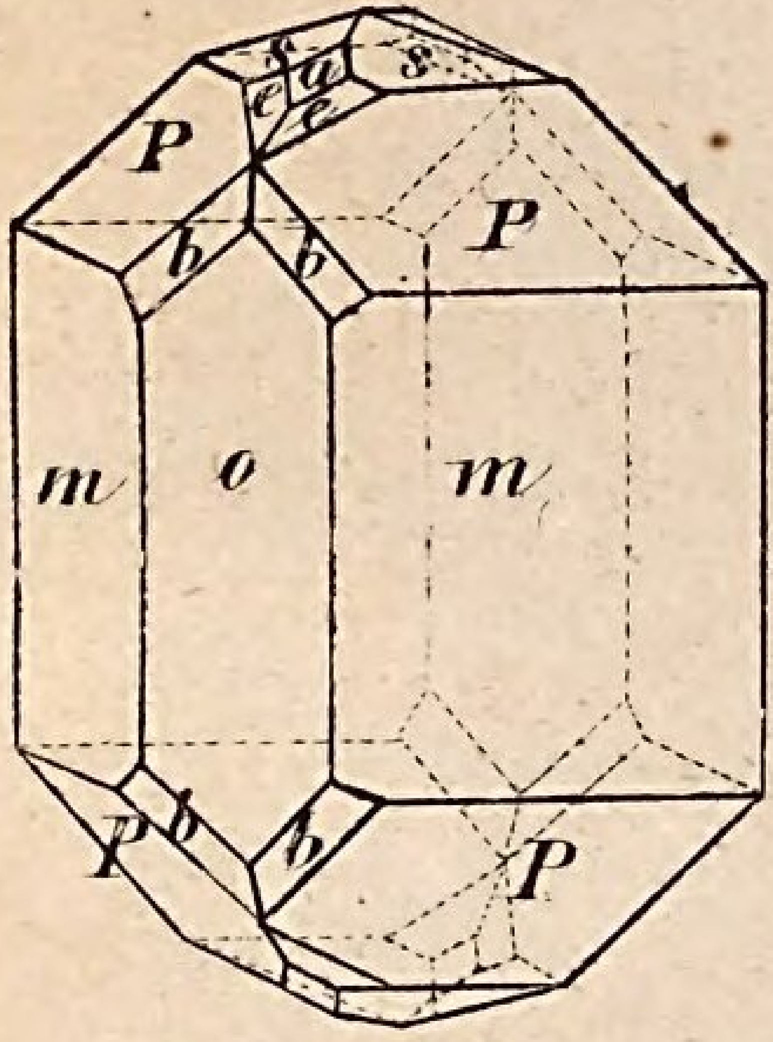


Fig. 233.

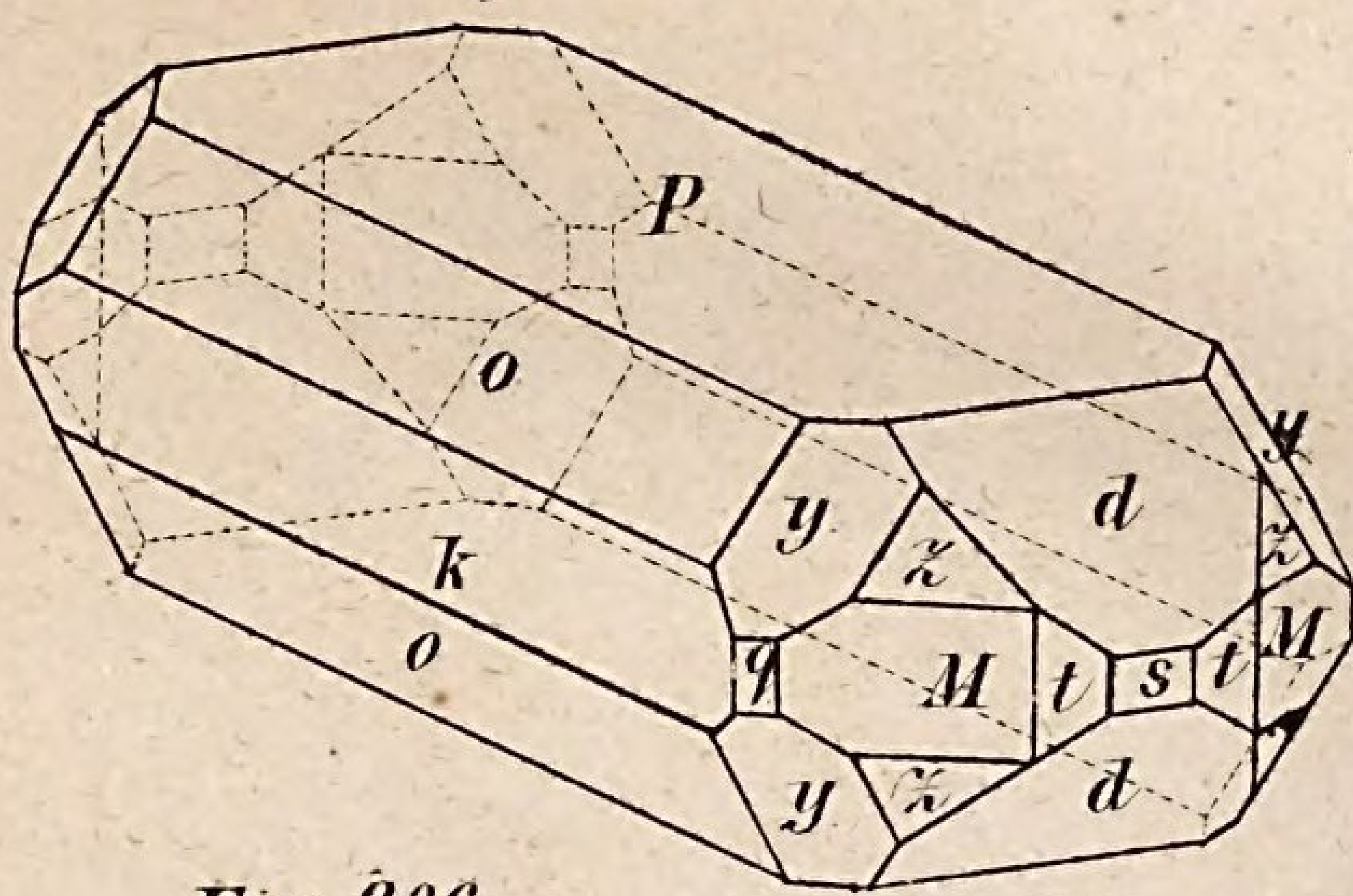


Fig. 234.

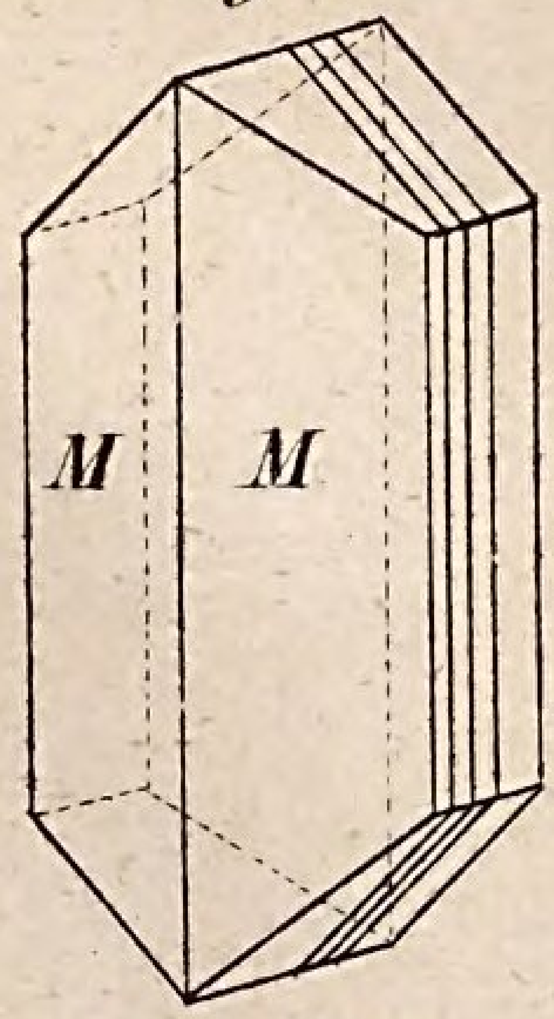


Fig. 235.

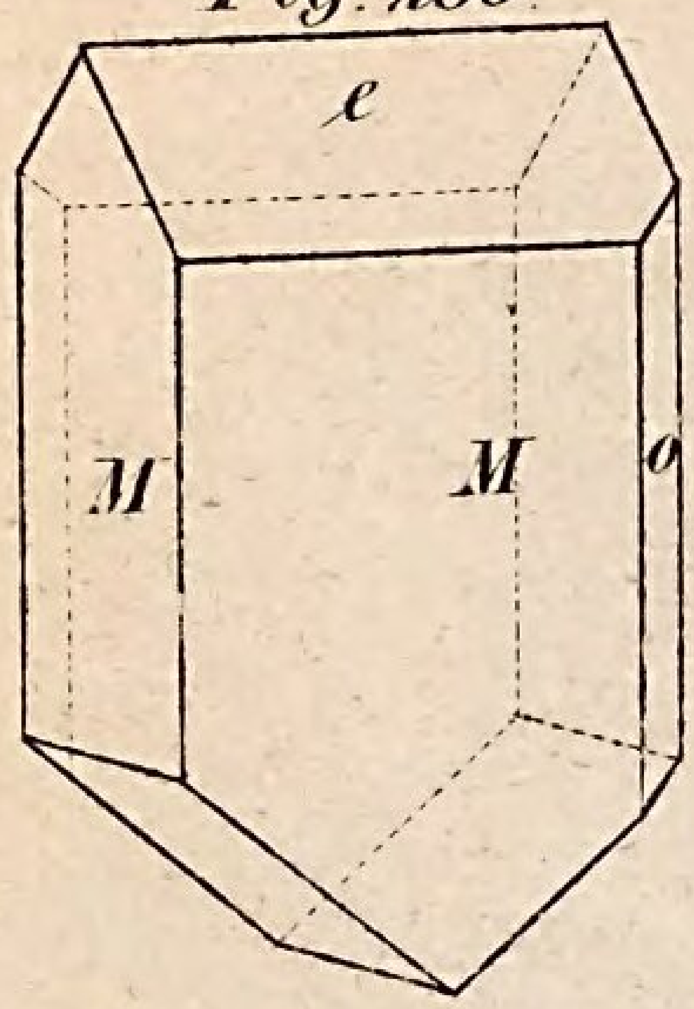


Fig. 236.

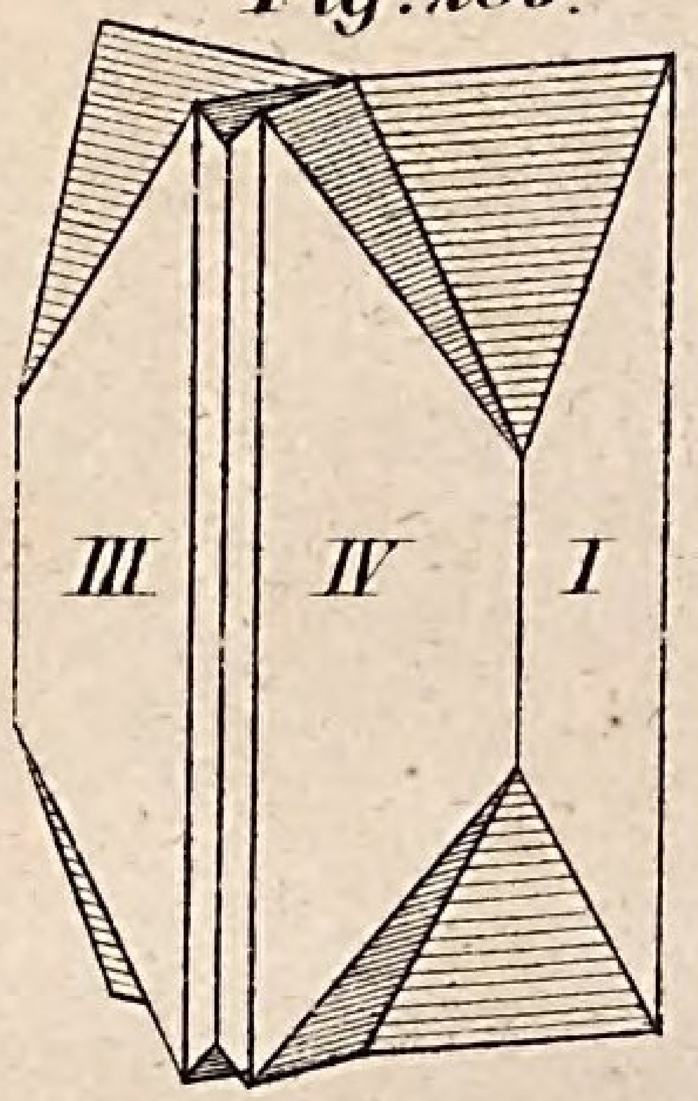


Fig. 237.

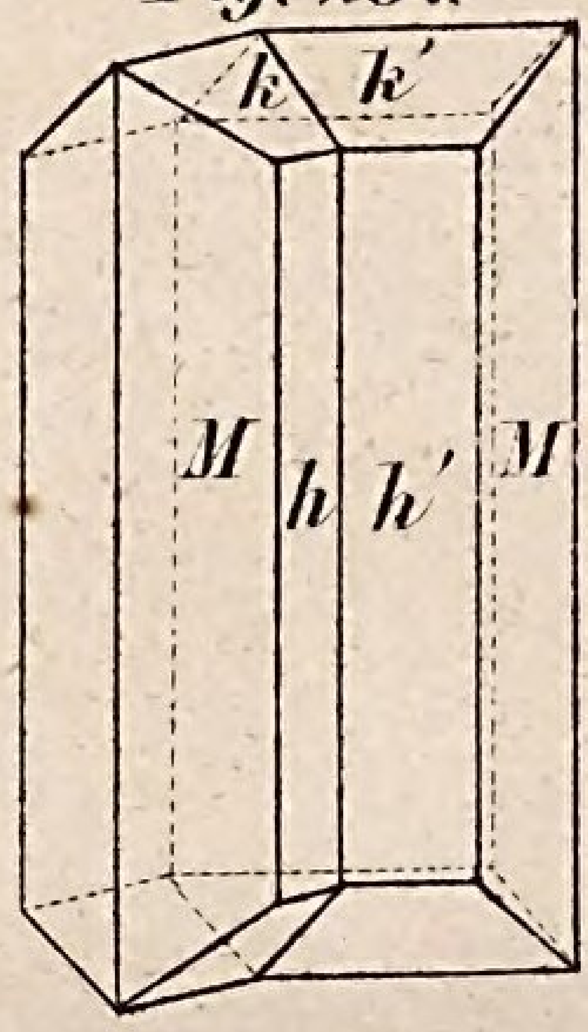


Fig. 238.

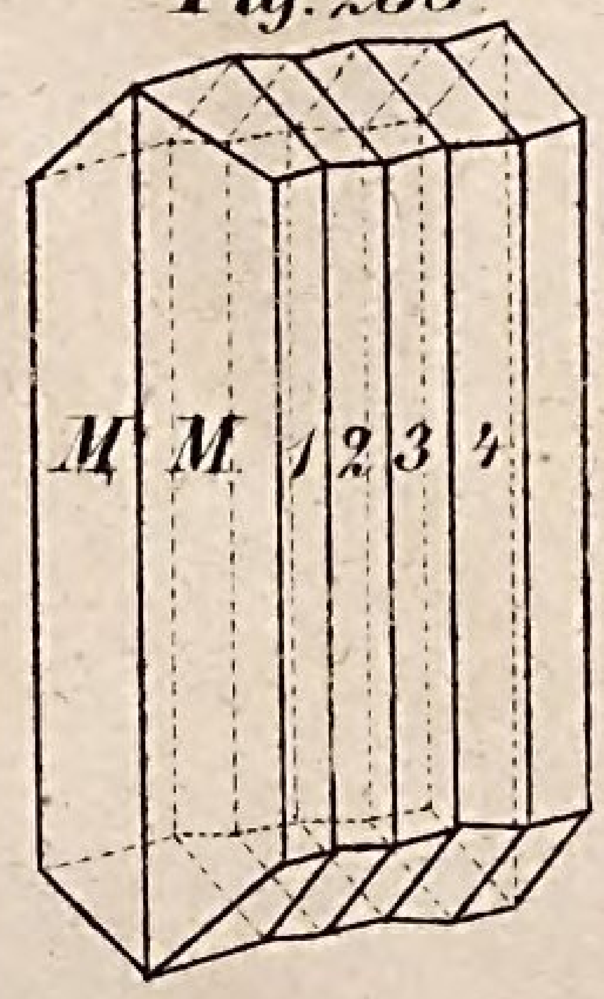


Fig. 239.

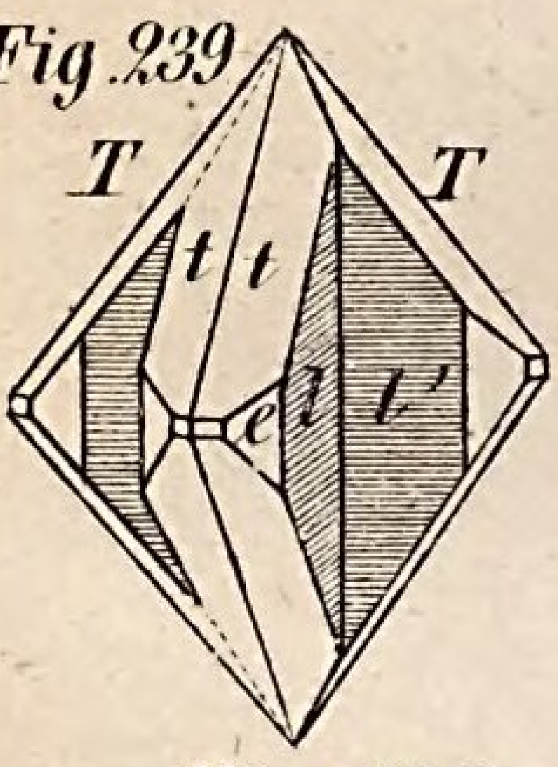


Fig. 240.

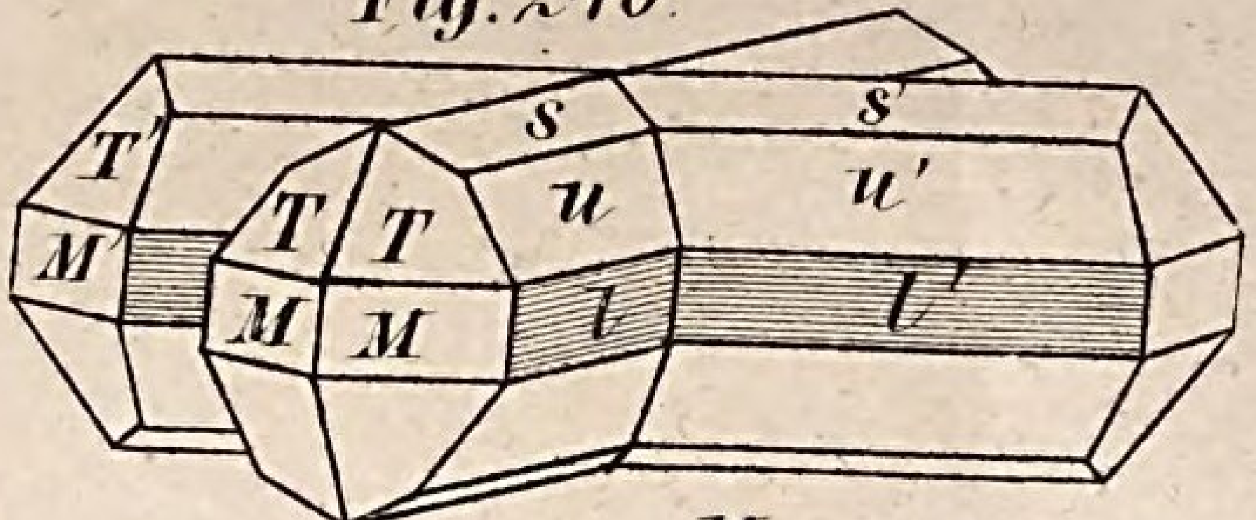


Fig. 241.

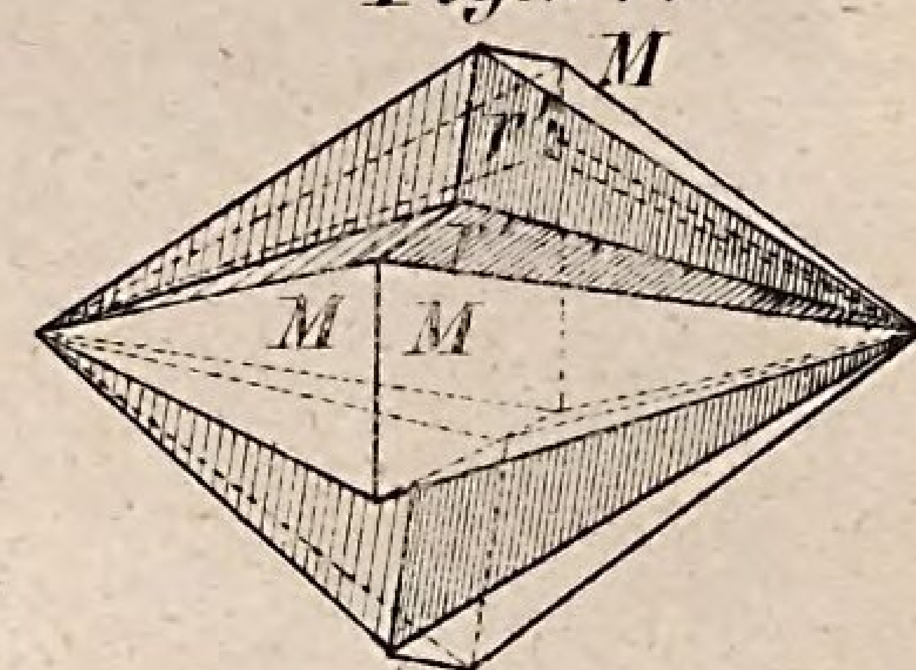


Fig. 242.

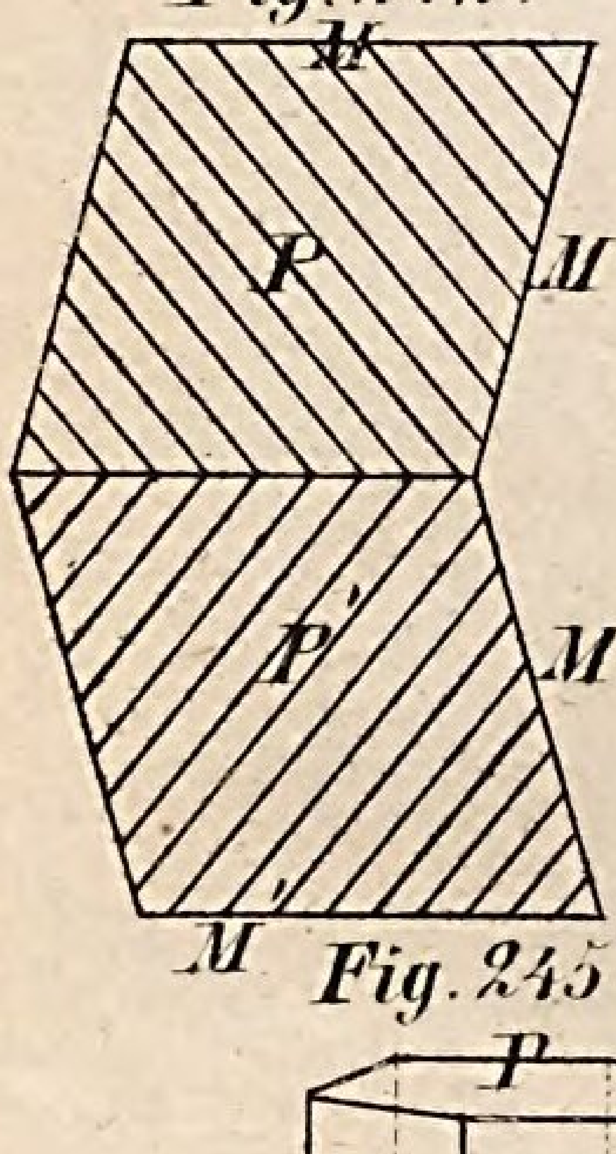


Fig. 243.

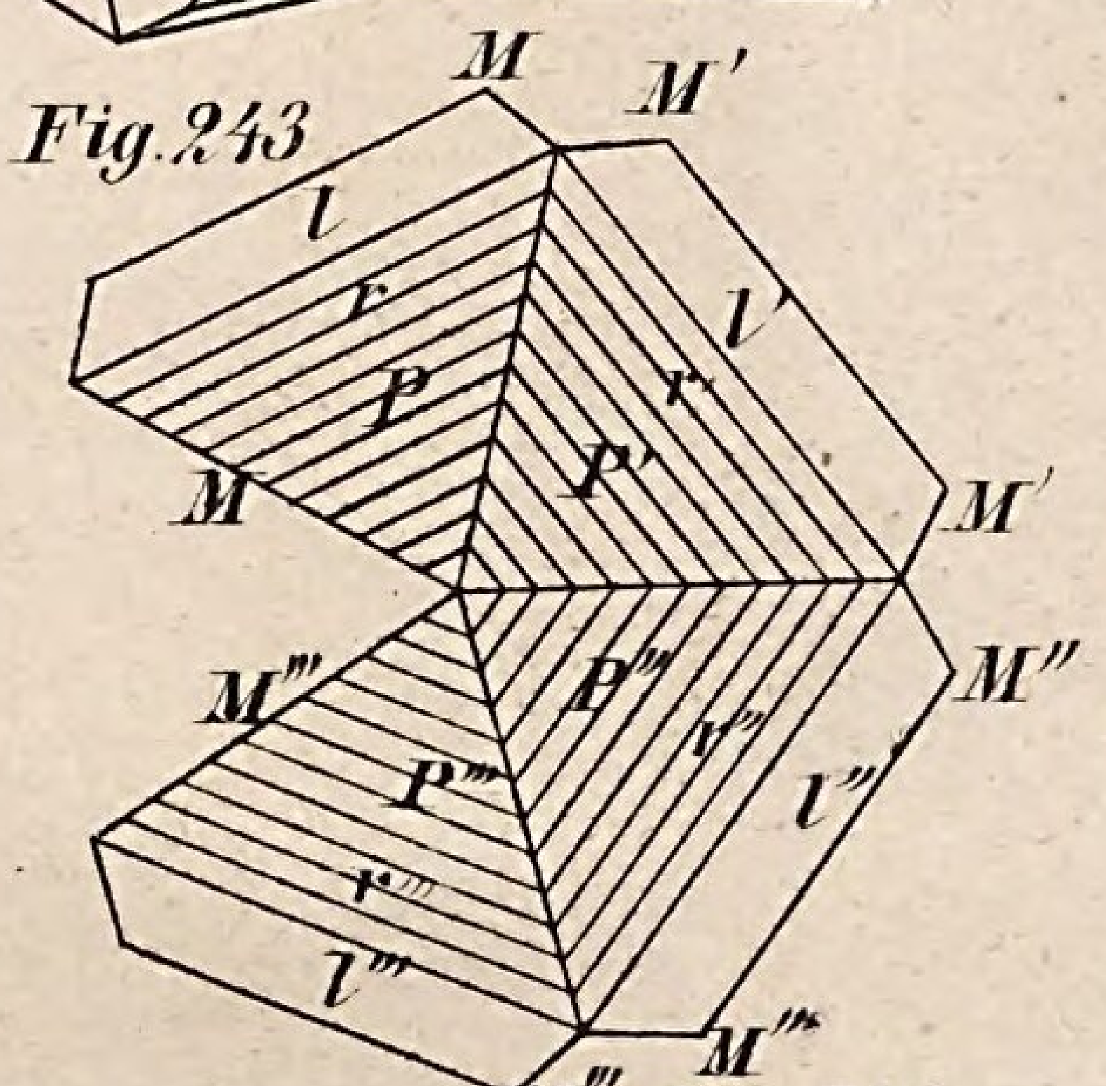


Fig. 244.

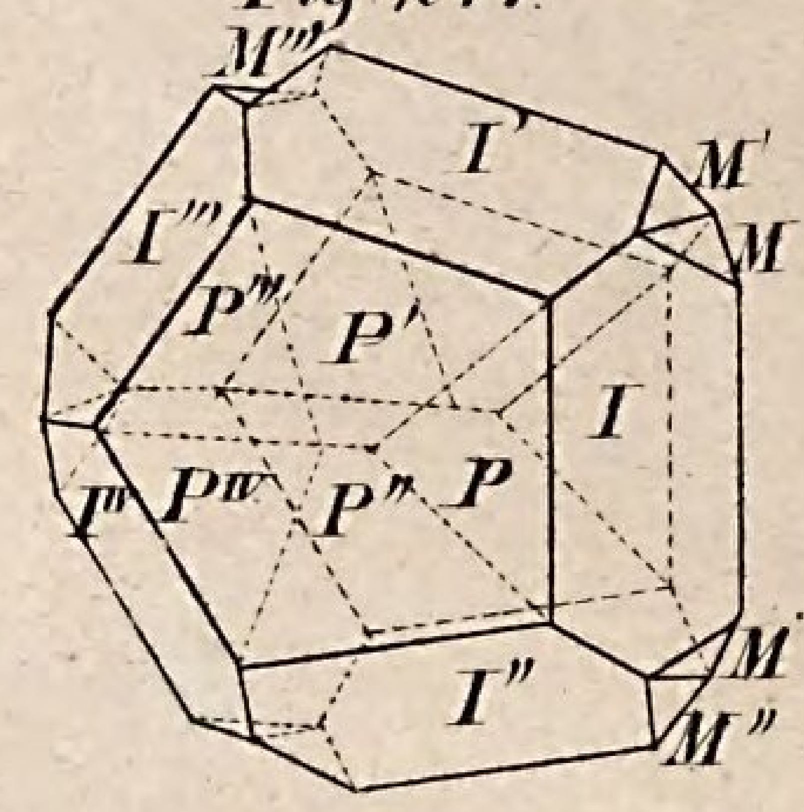


Fig. 245.

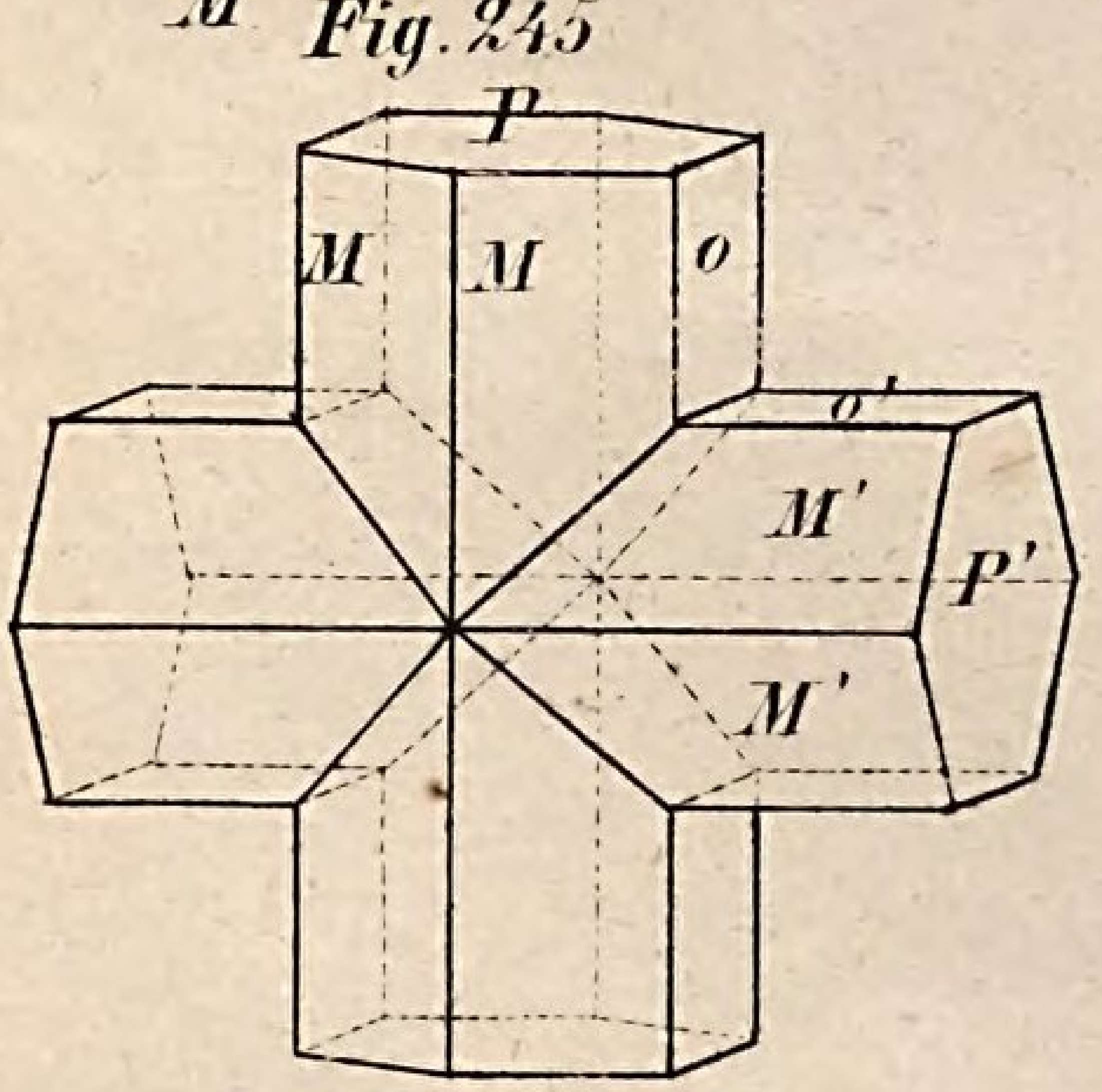


Fig. 246.

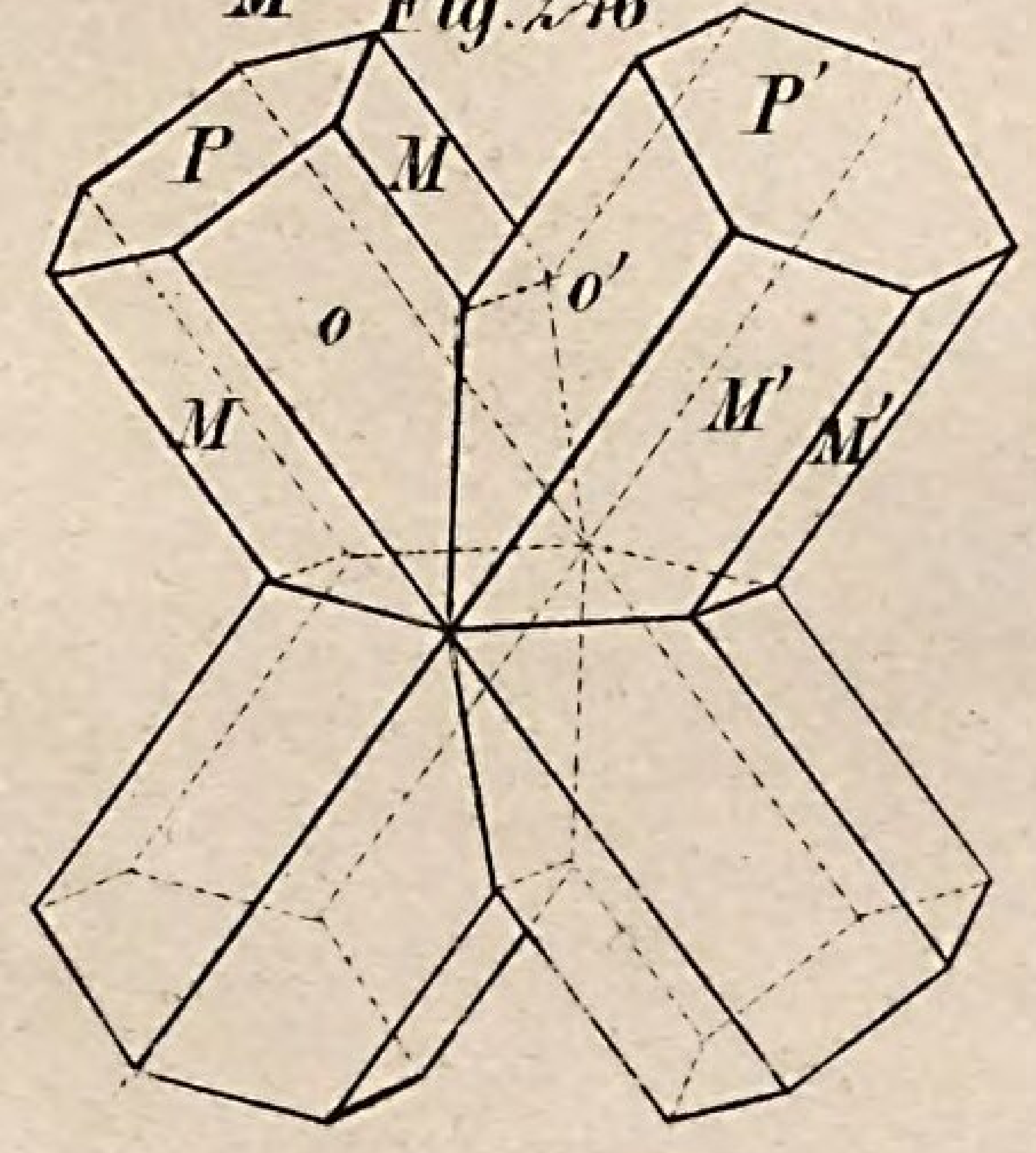


Fig. 247.

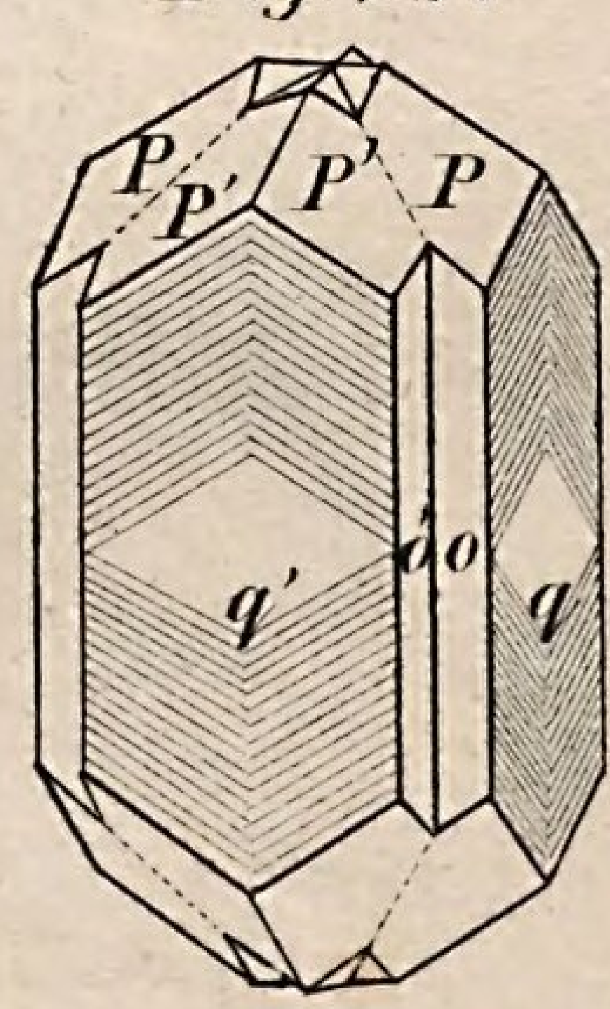


Fig. 248

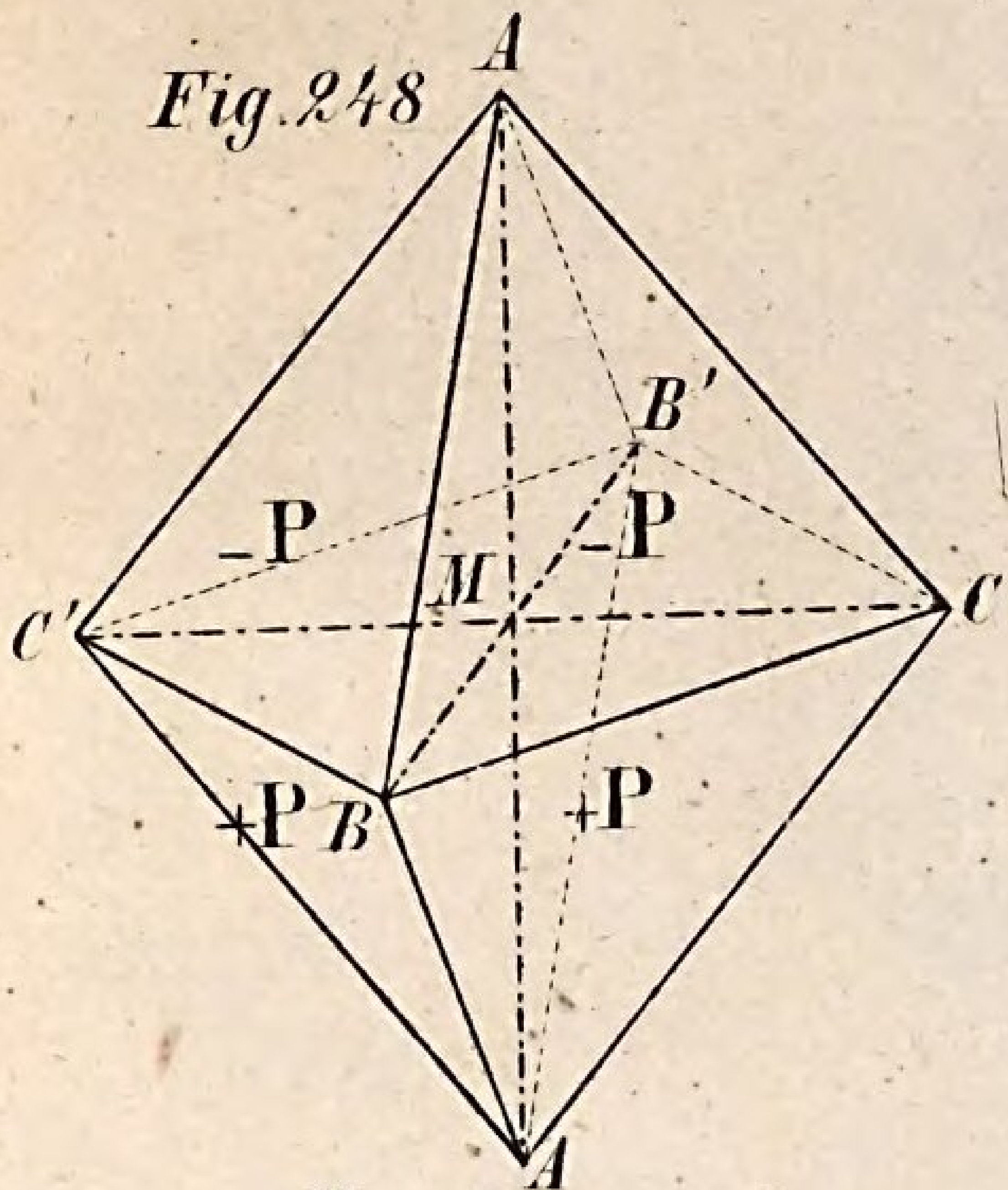


Fig. 249

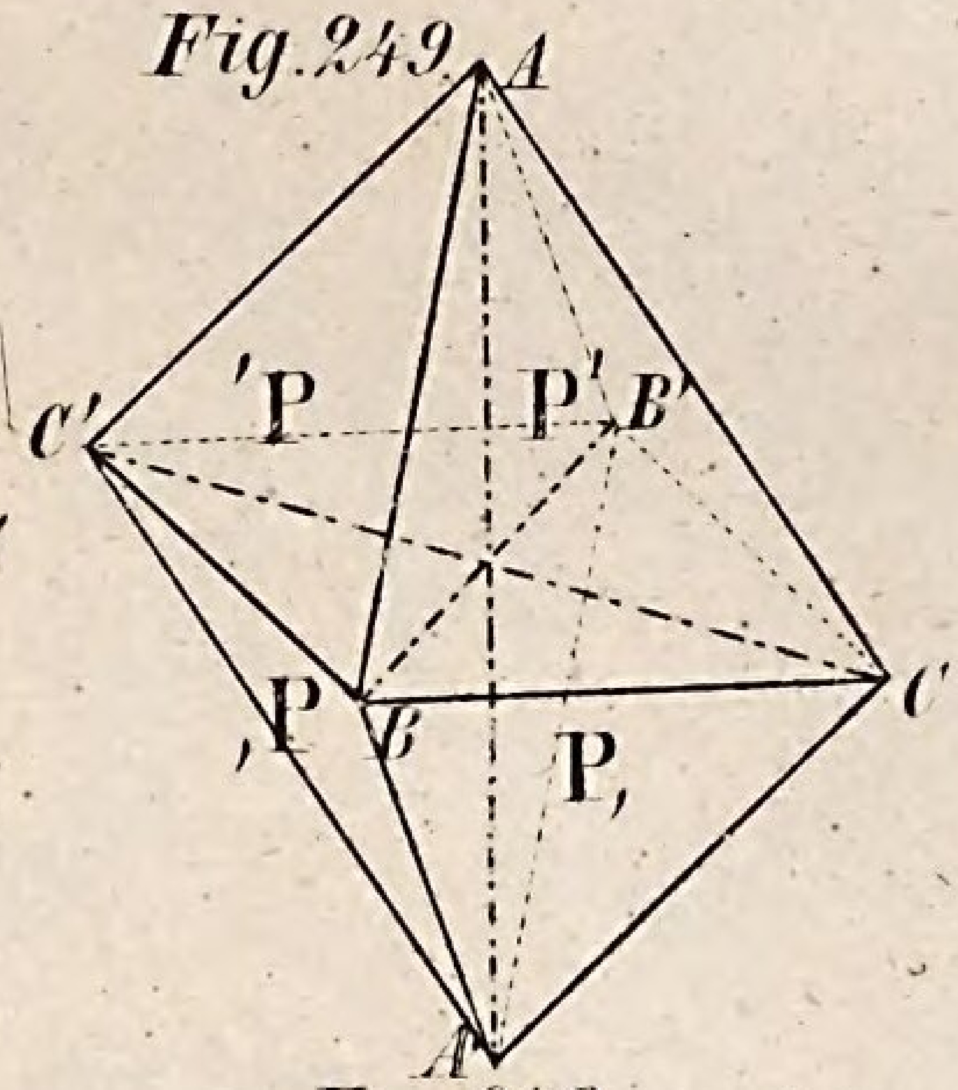


Fig. 250

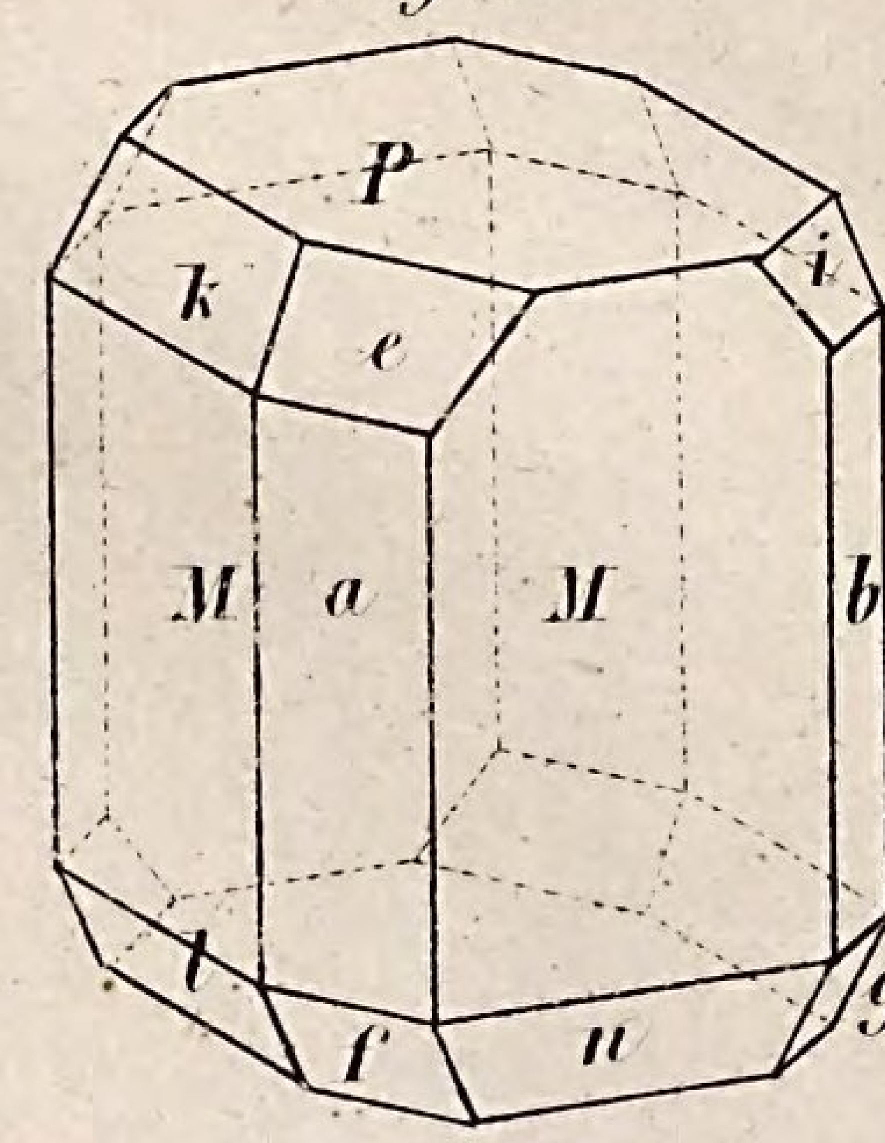


Fig. 251

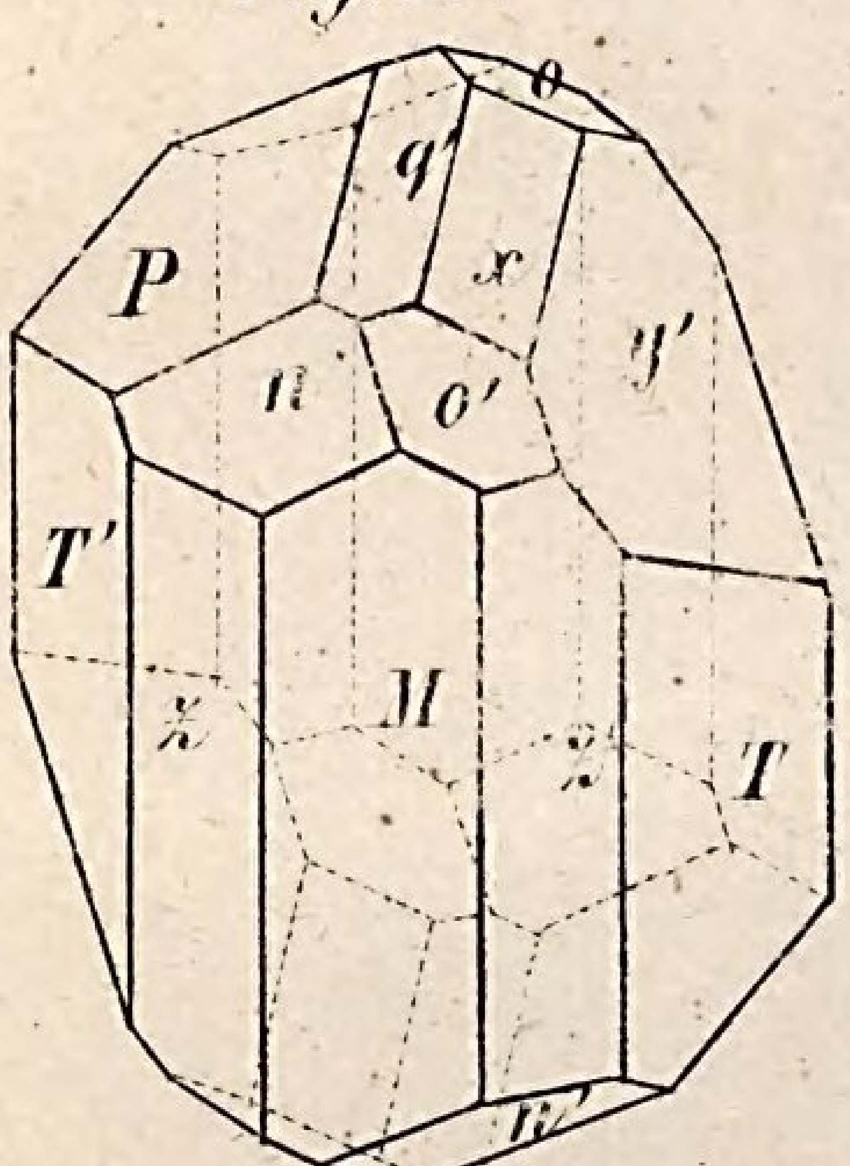


Fig. 252

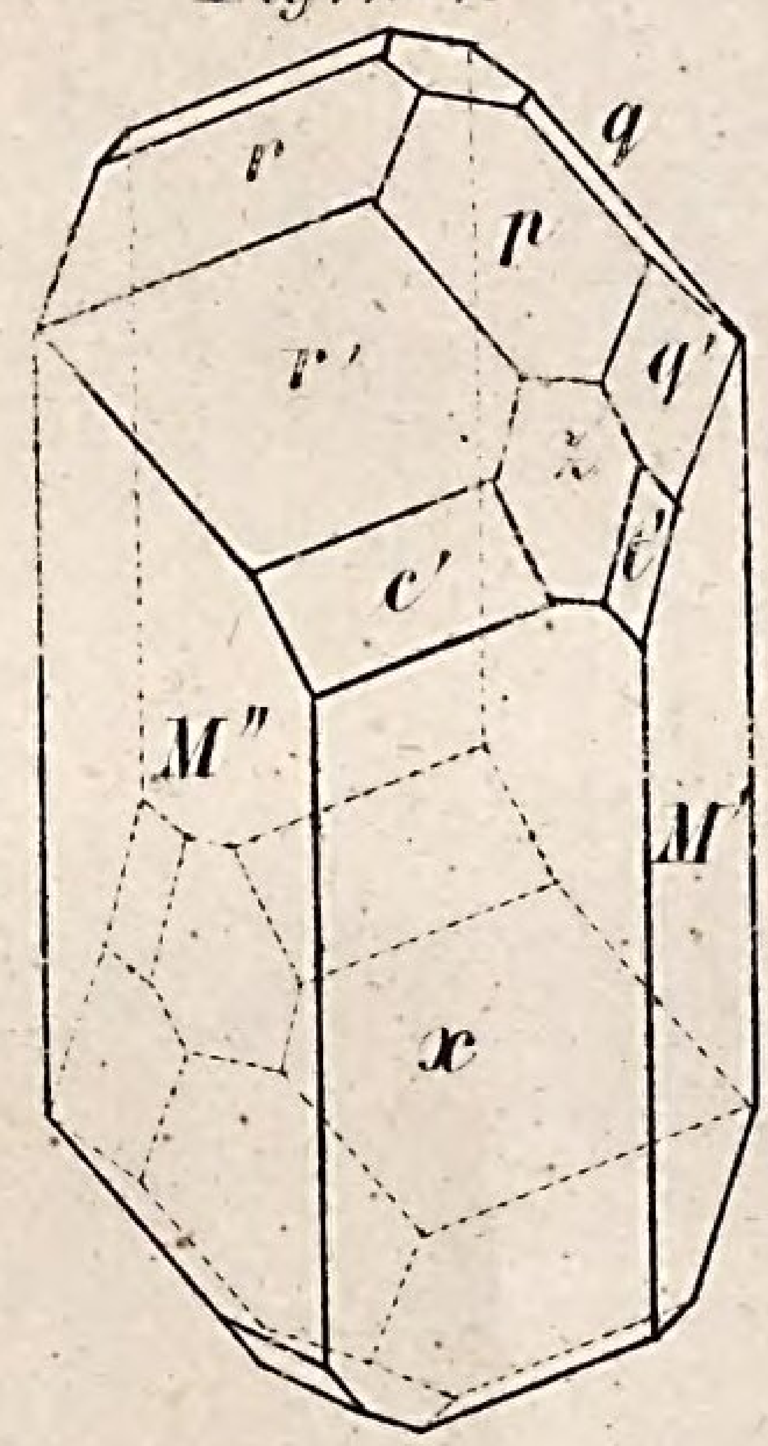


Fig. 253

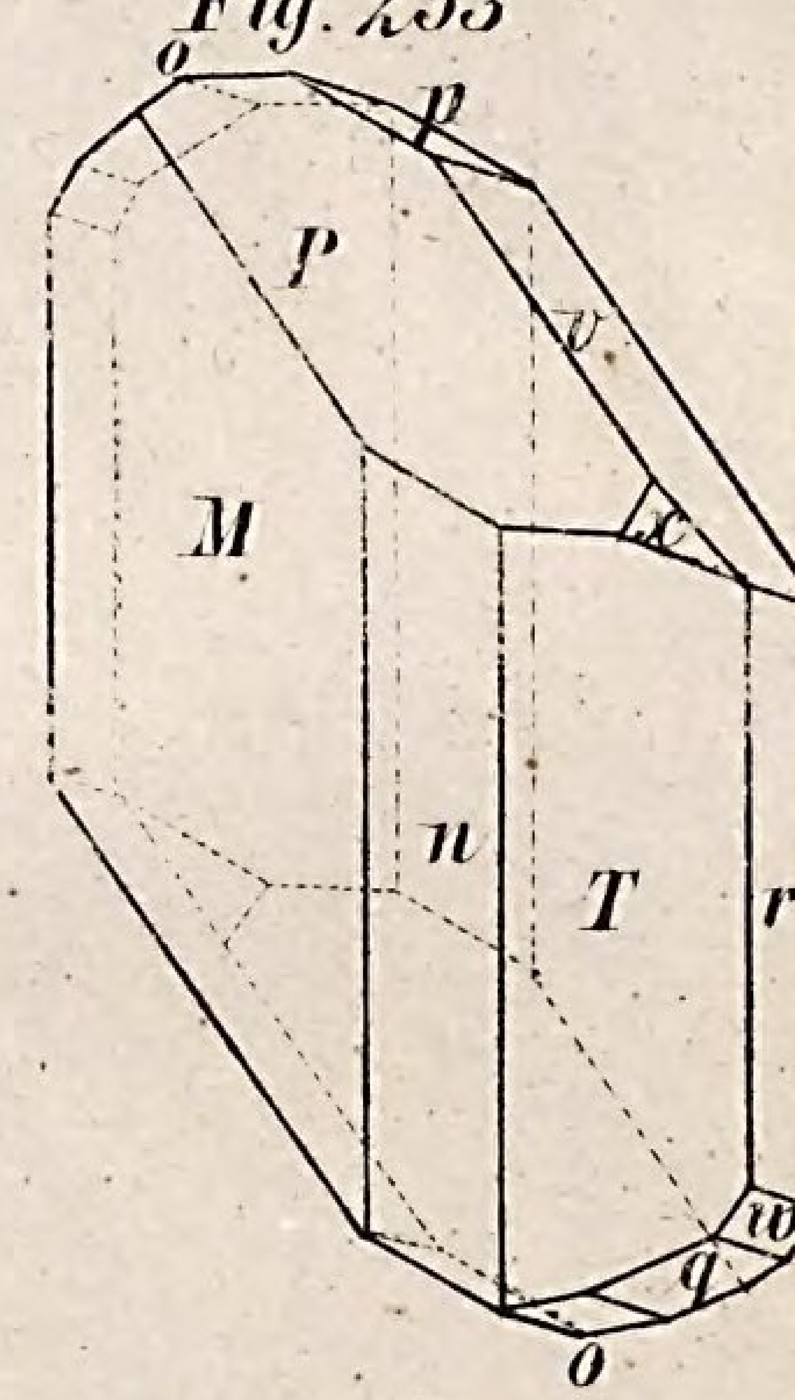


Fig. 251a

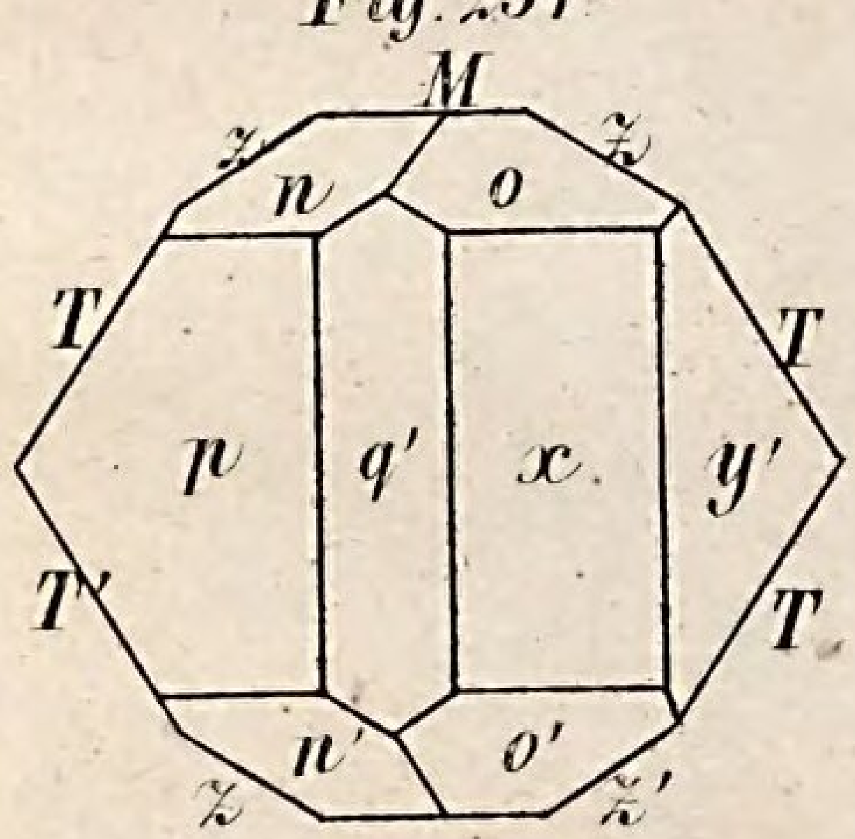


Fig. 252a

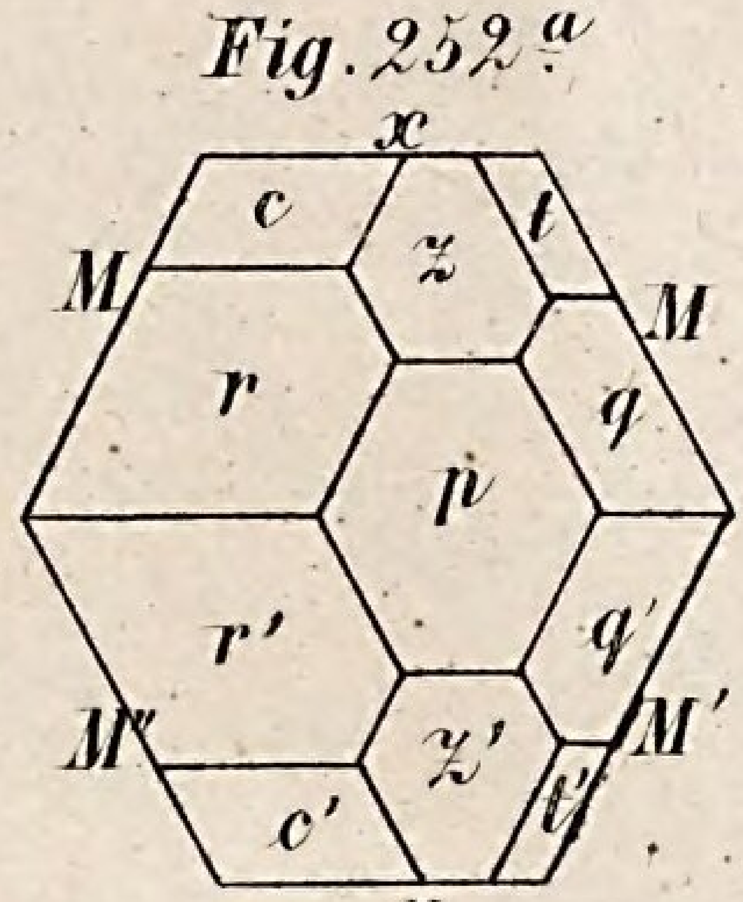


Fig. 253a

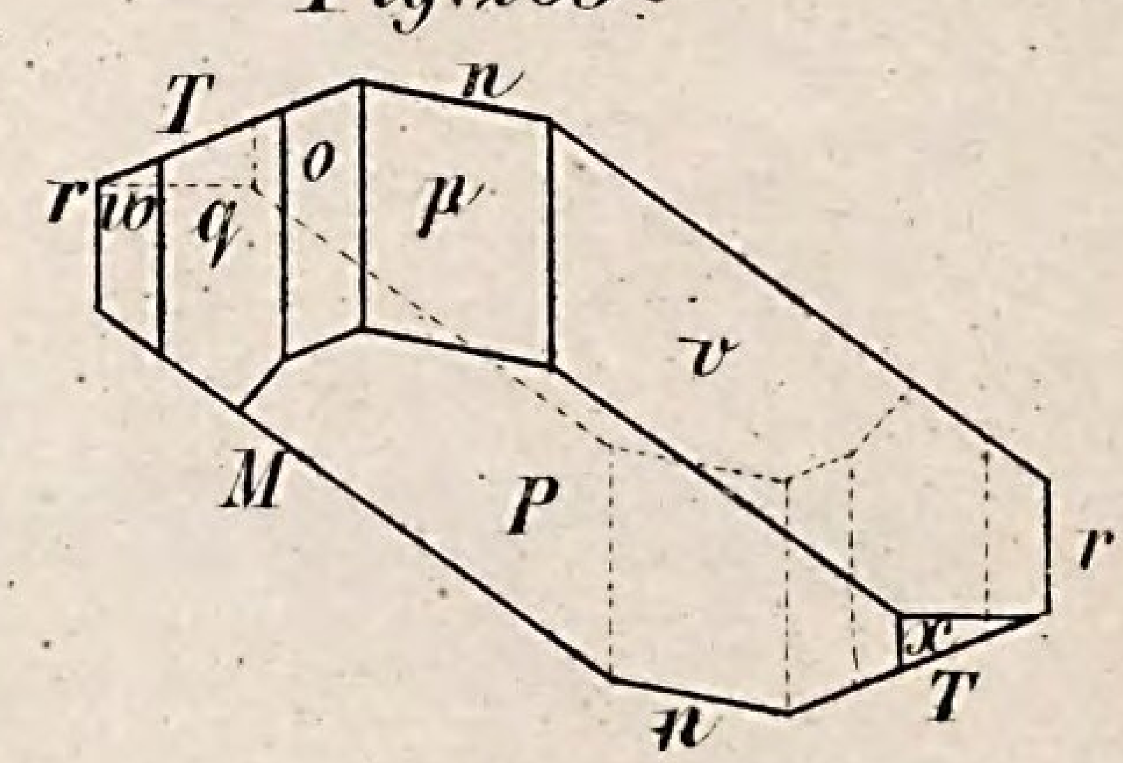


Fig. 254

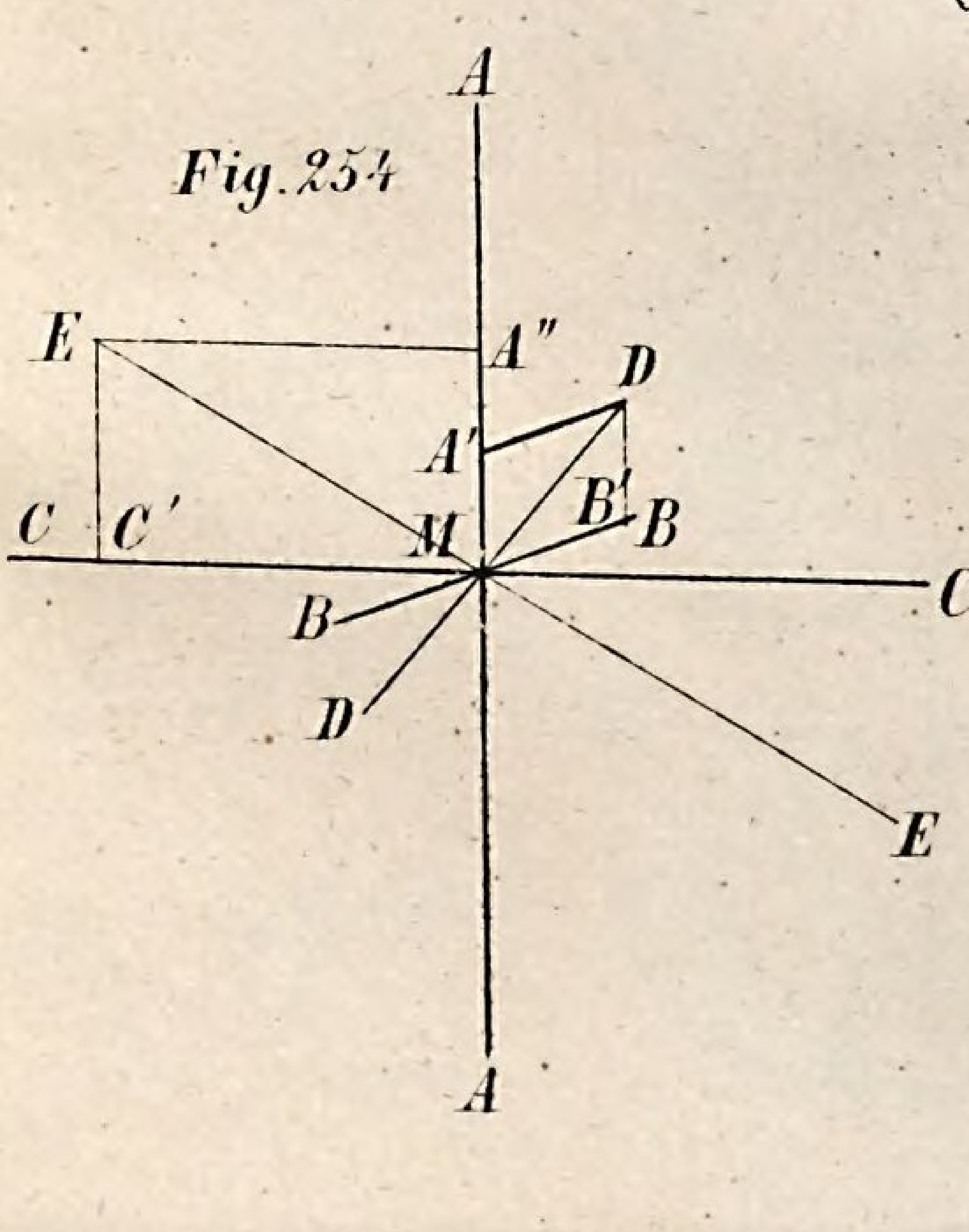


Fig. 255

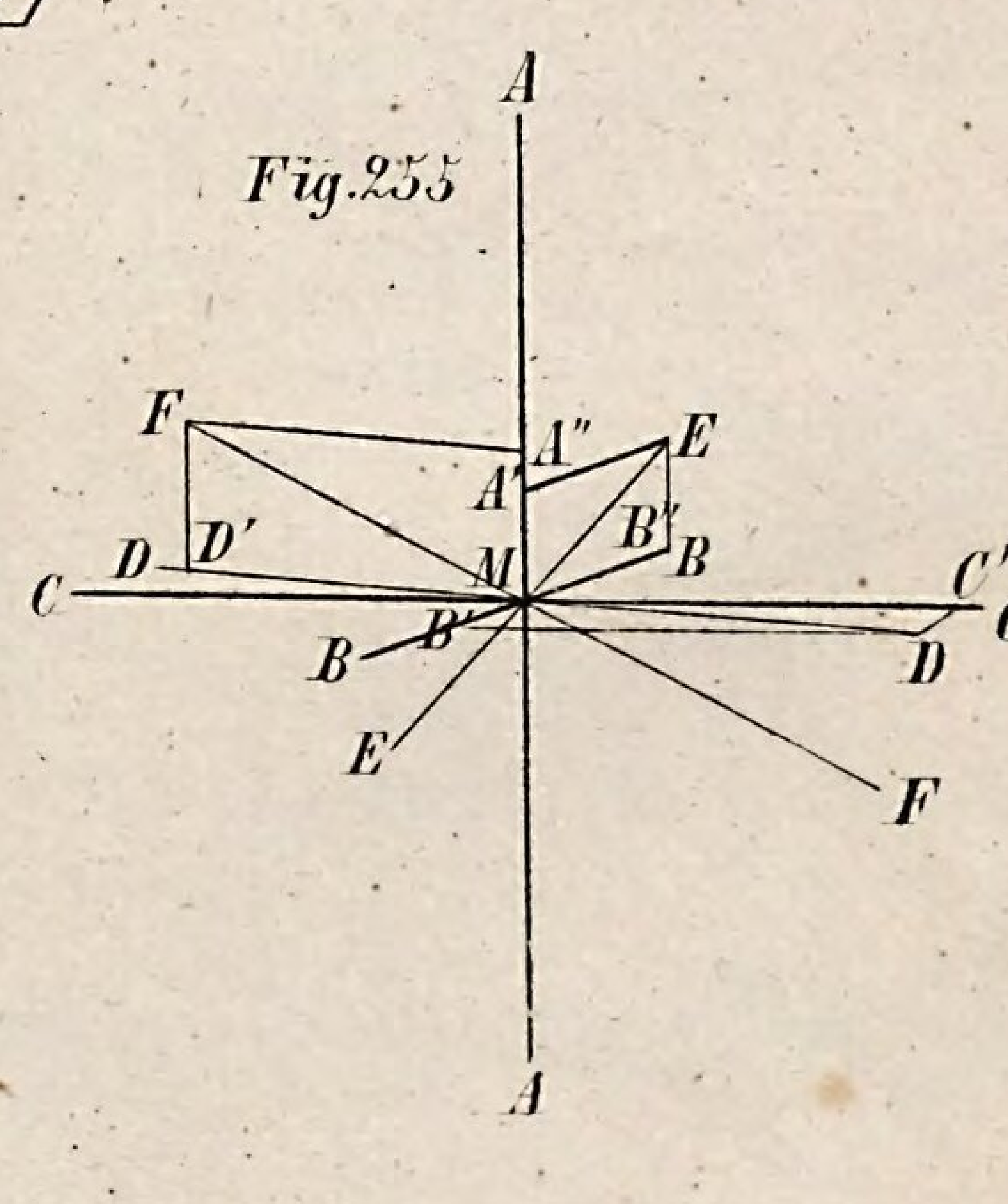


Fig. 256.

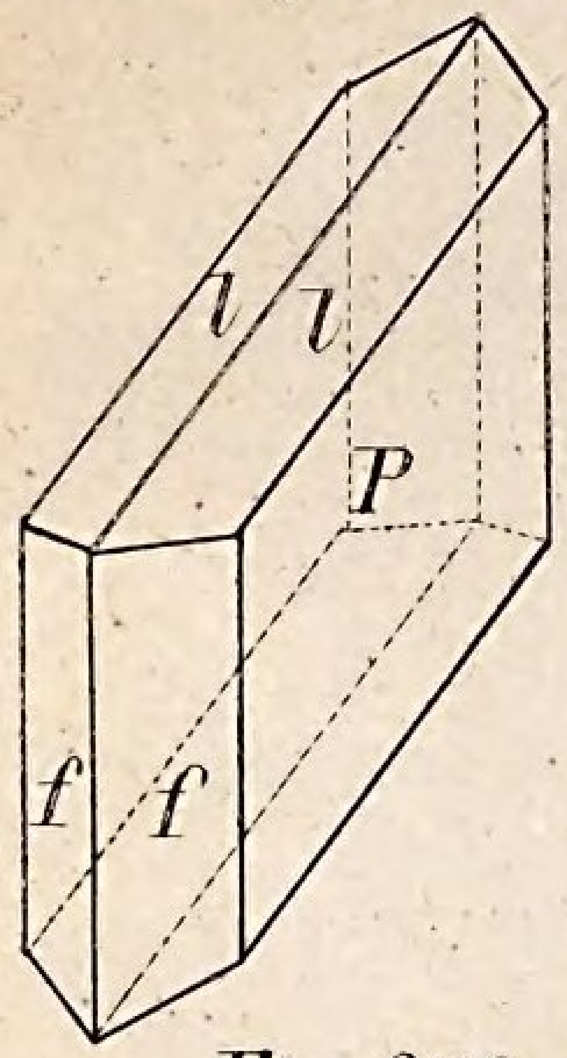


Fig. 257.

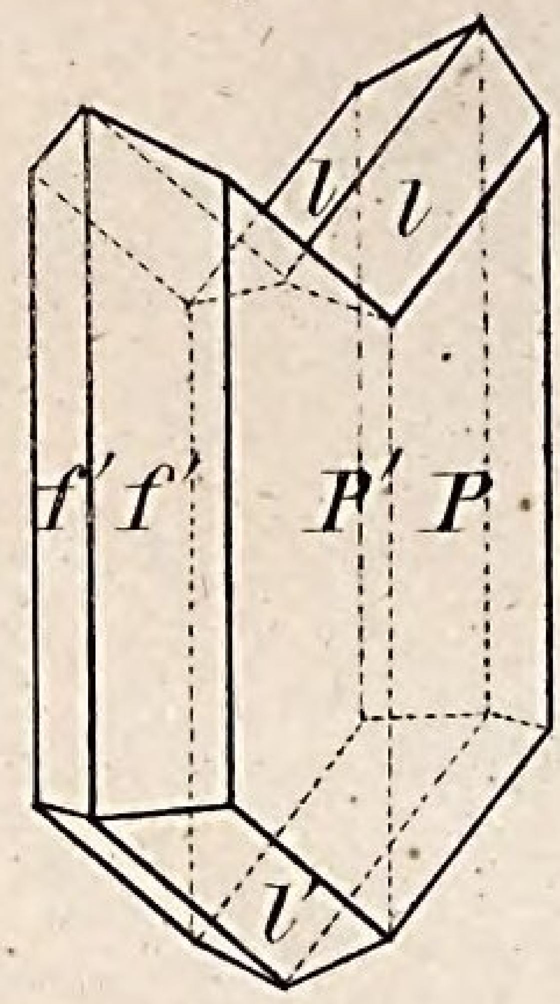


Fig. 258

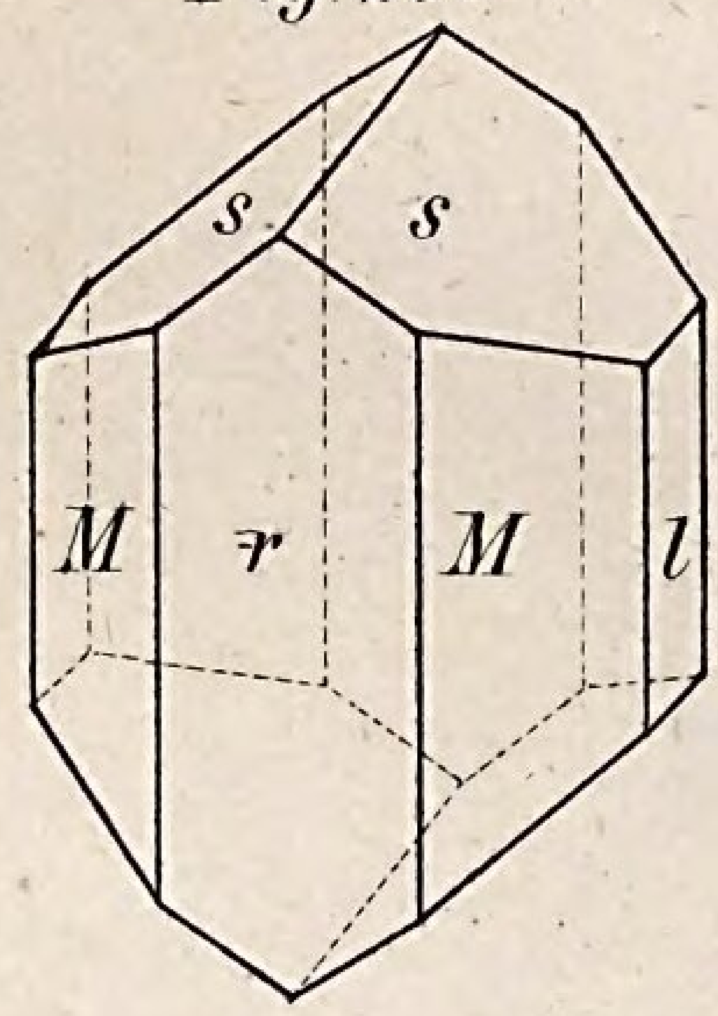


Fig. 259.

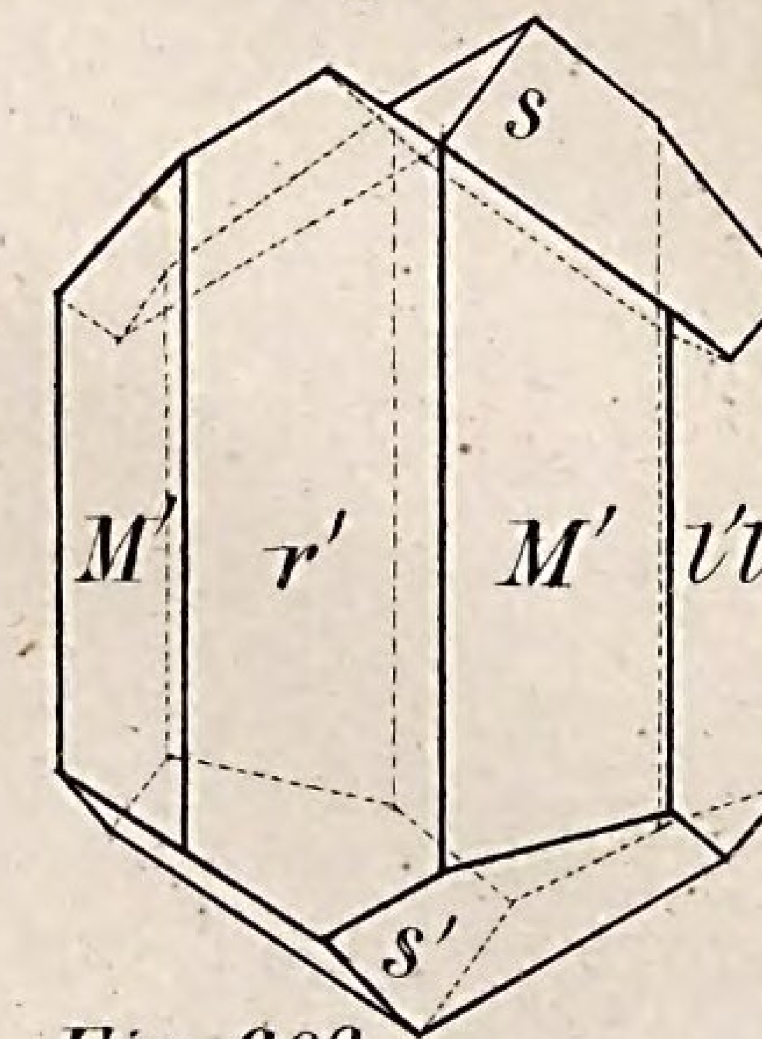


Fig. 260

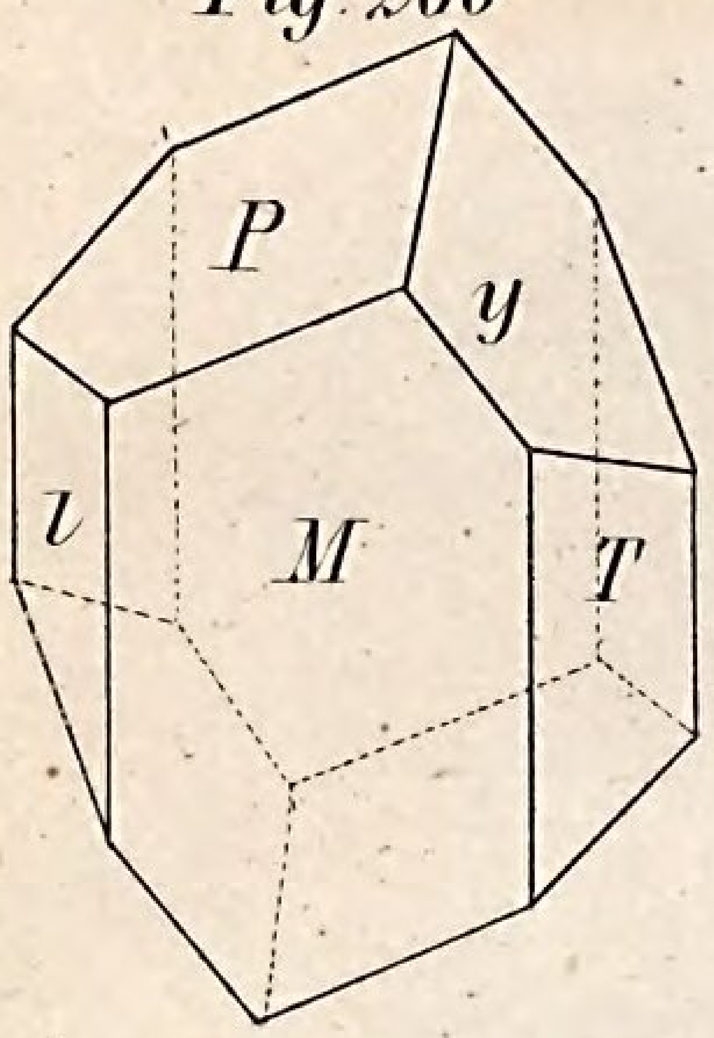


Fig. 261.

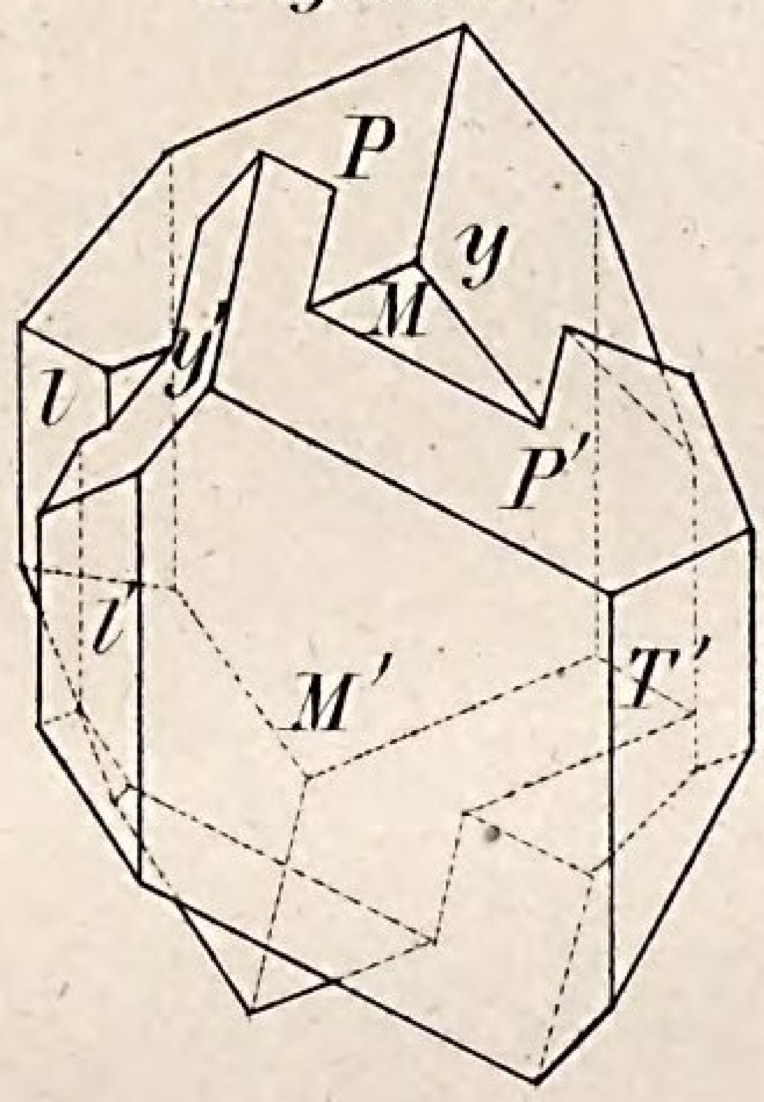


Fig. 262

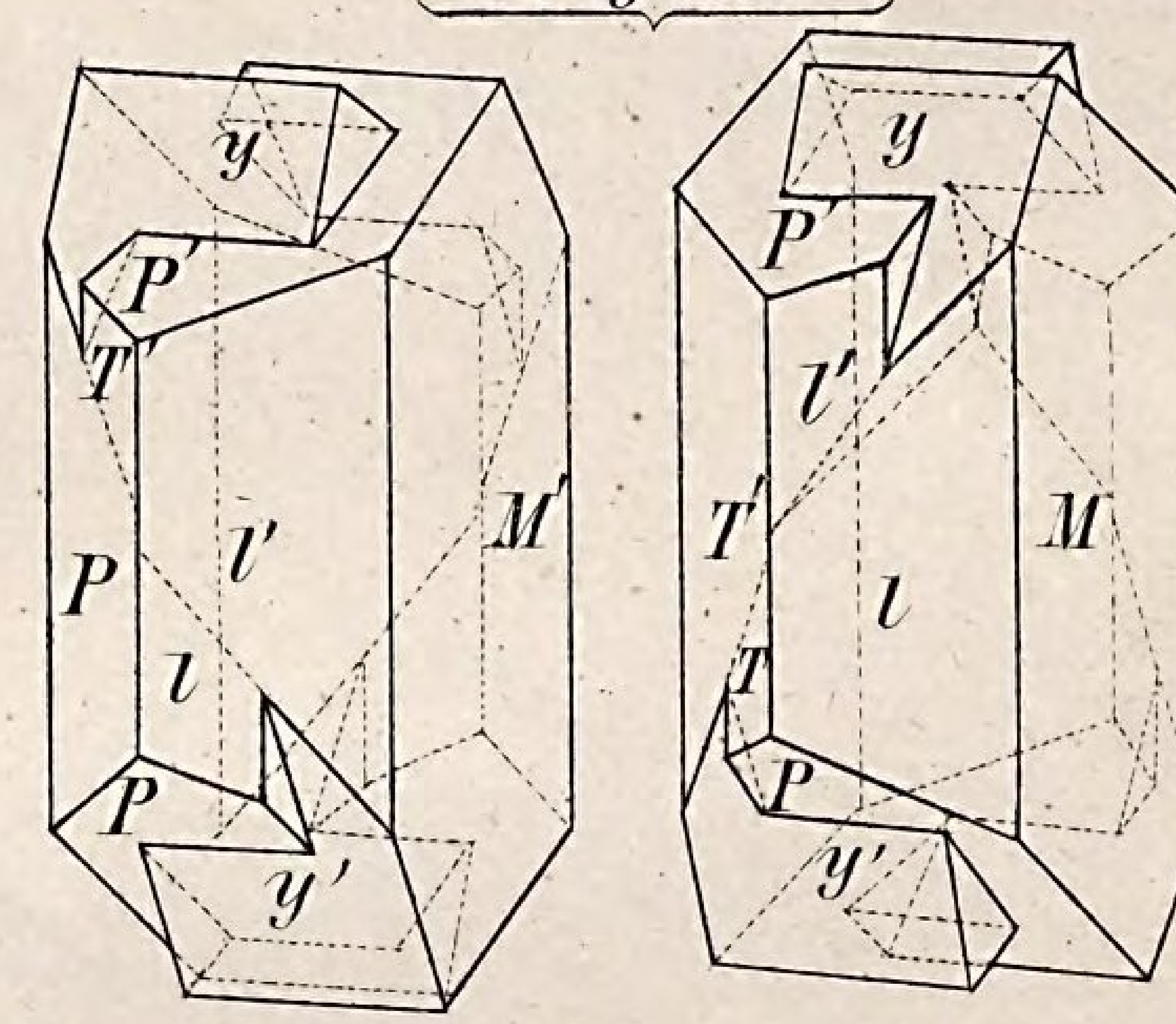


Fig. 263

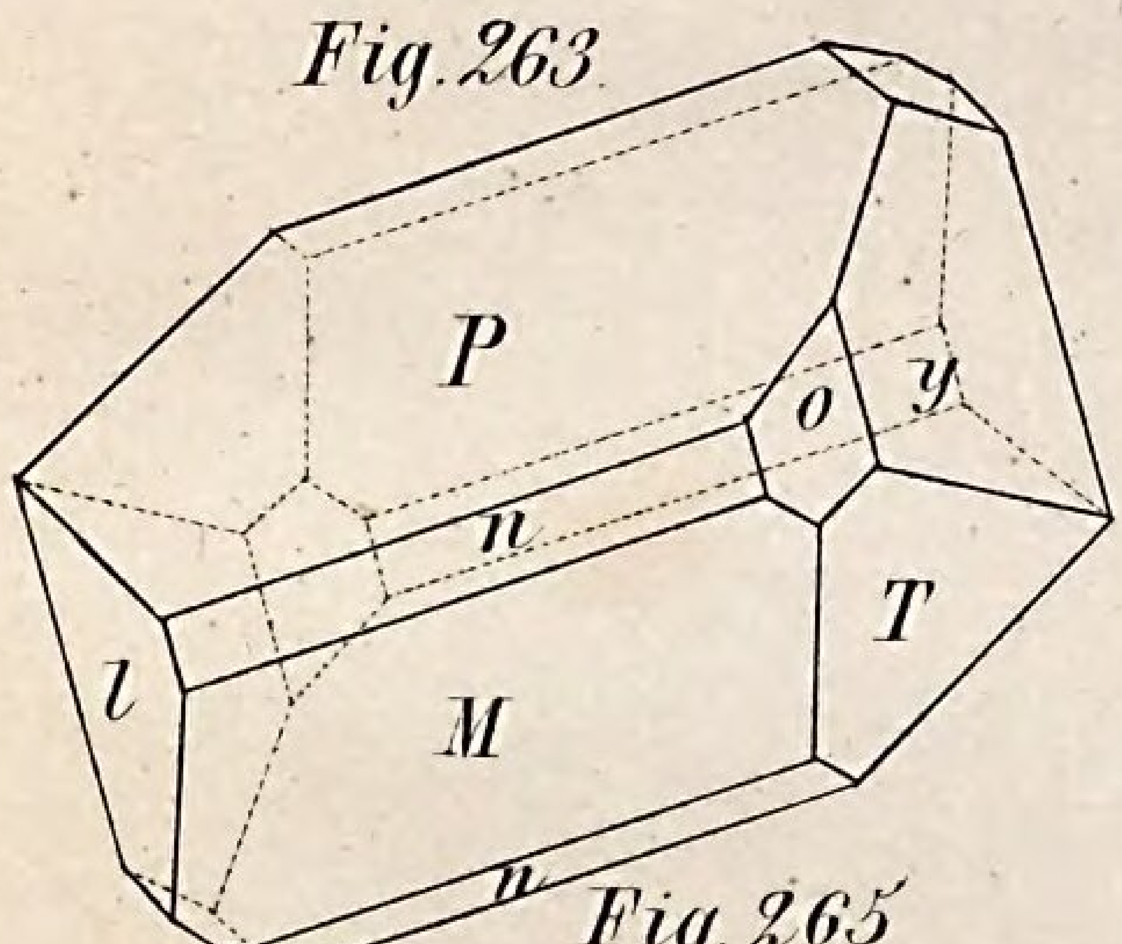


Fig. 264

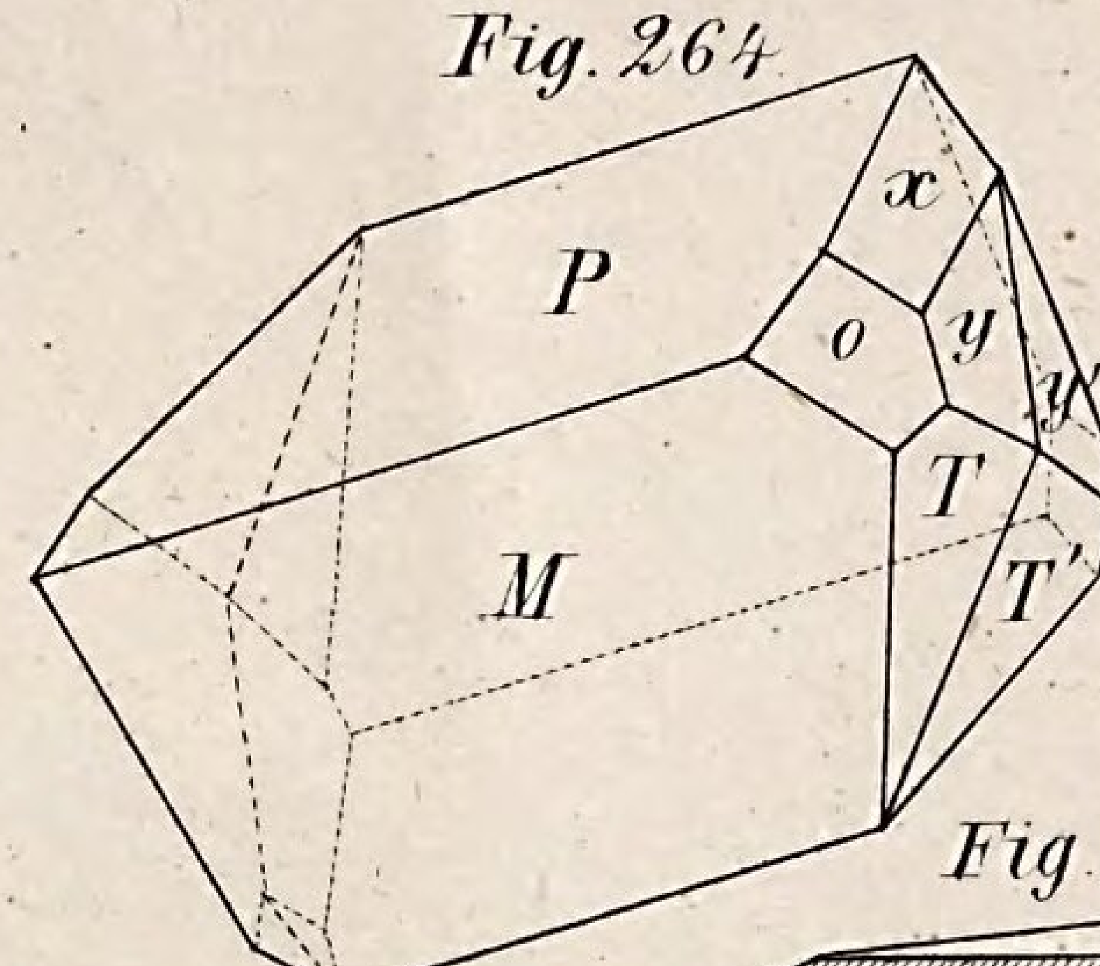


Fig. 264 a

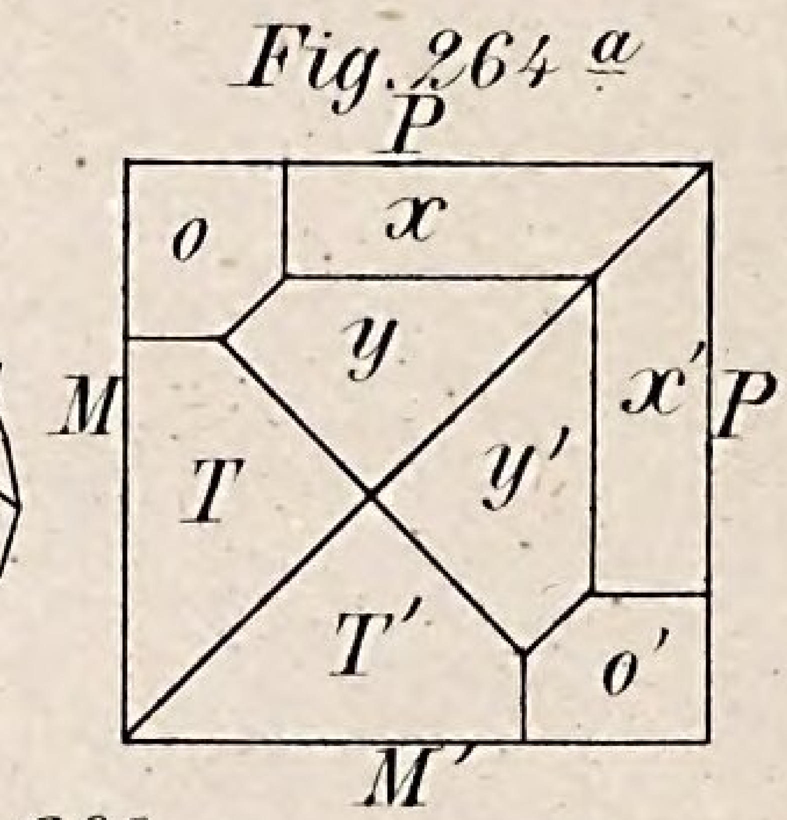


Fig. 266

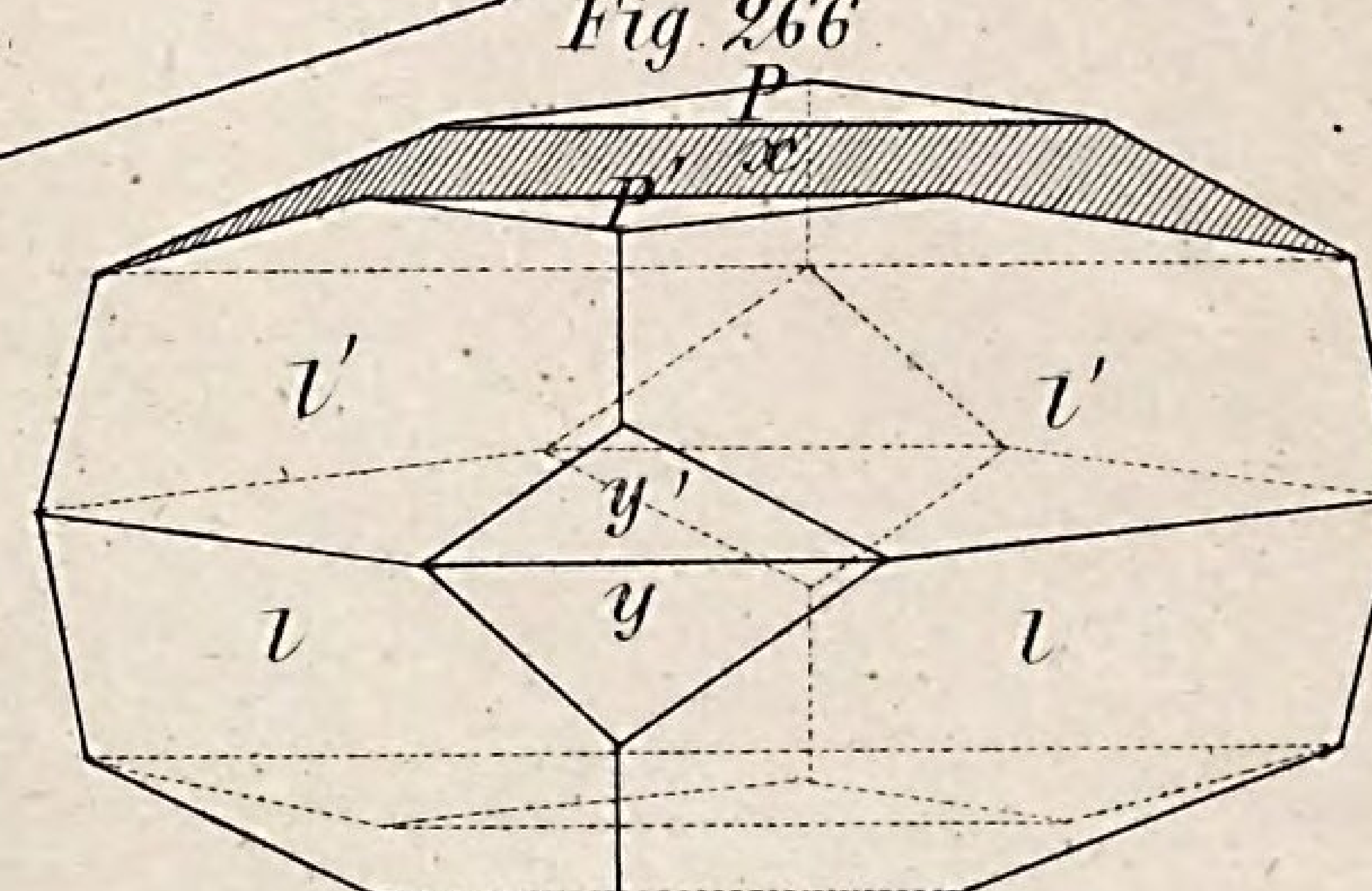


Fig. 265

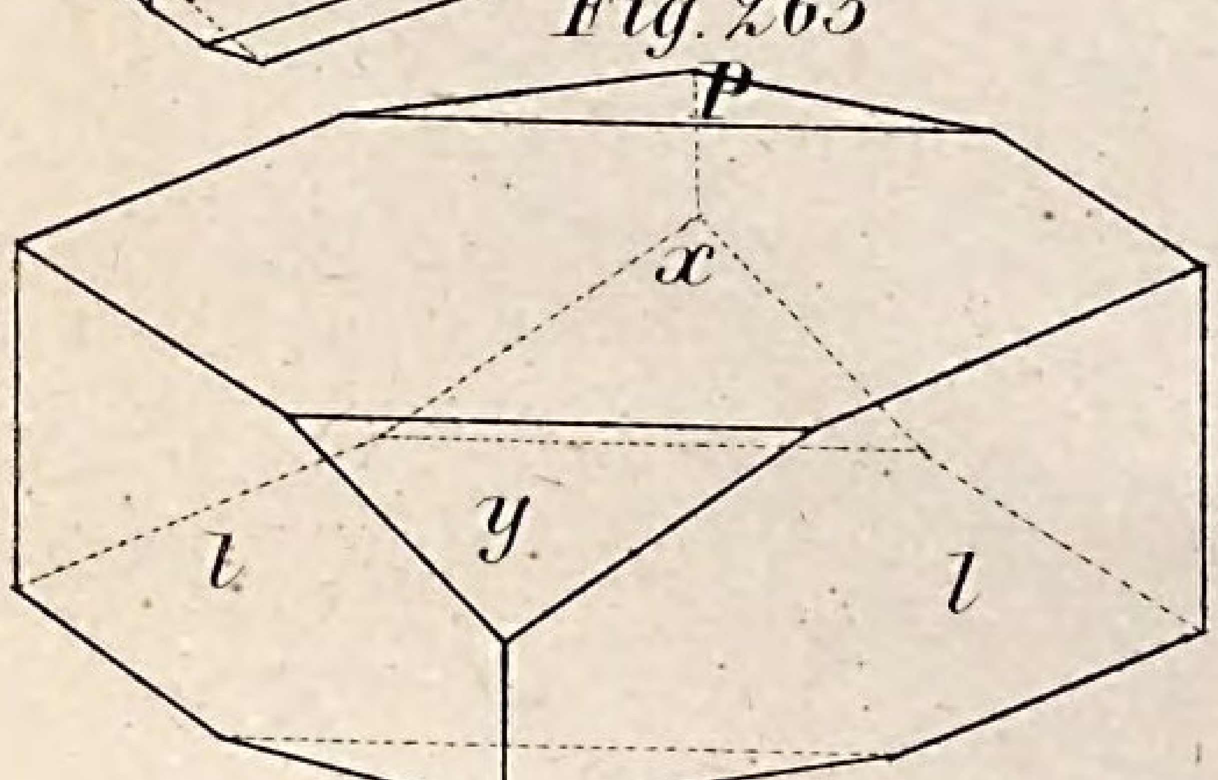


Fig. 267.

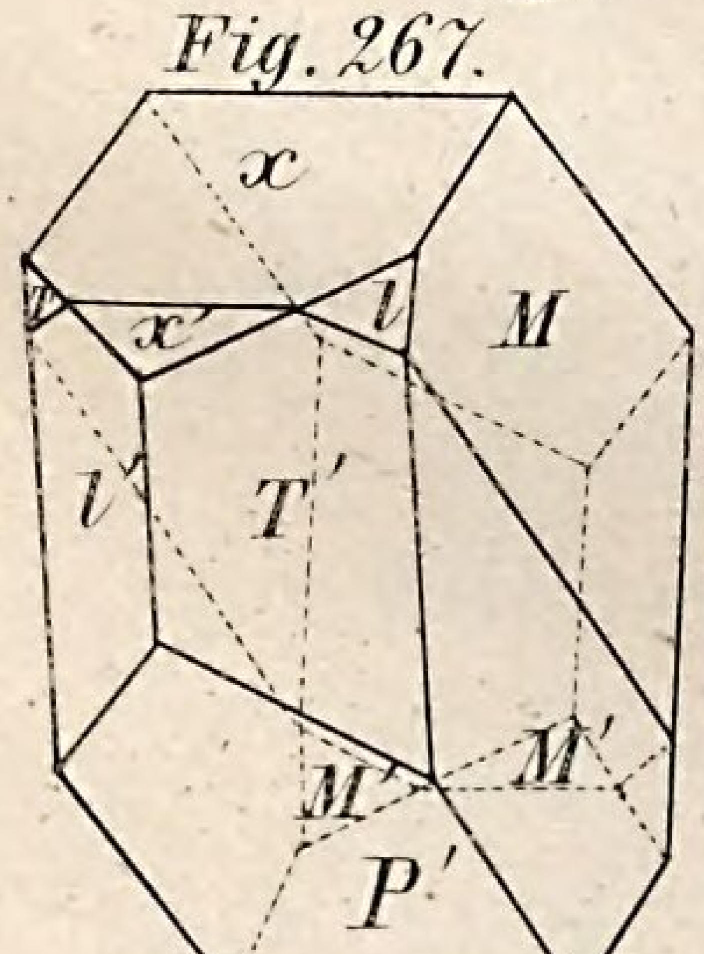


Fig. 268

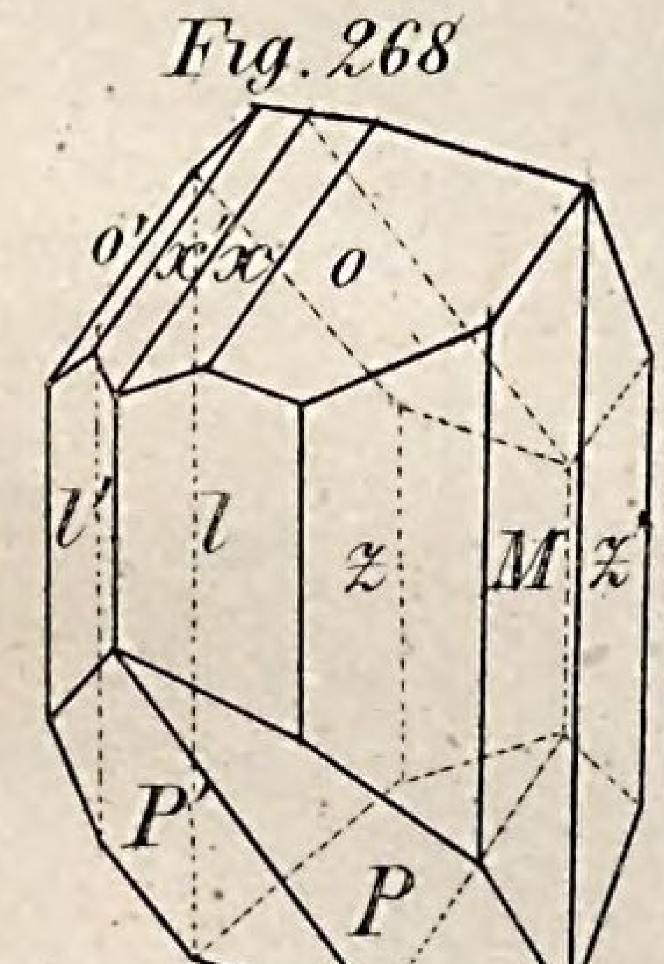


Fig. 269.

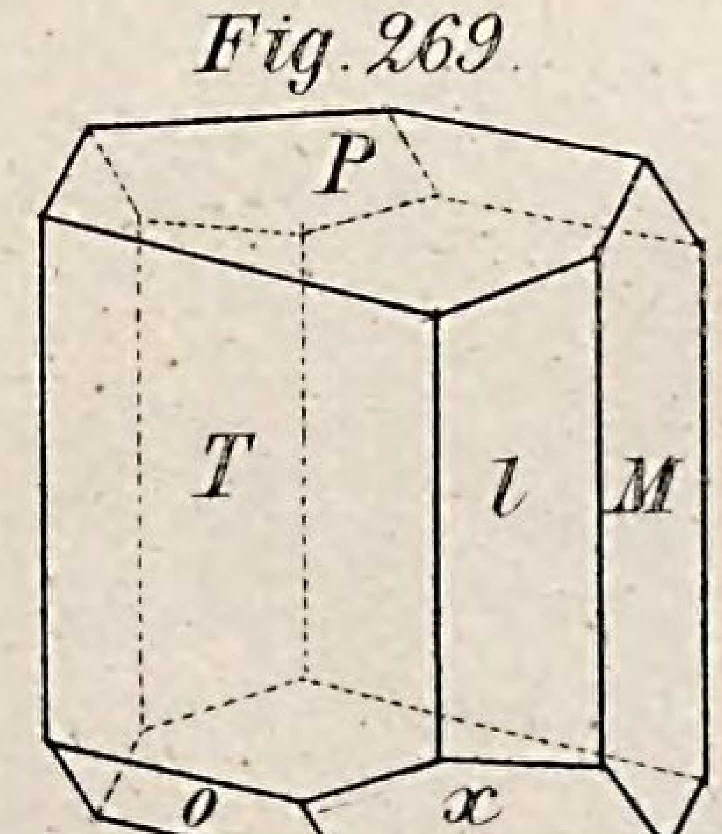
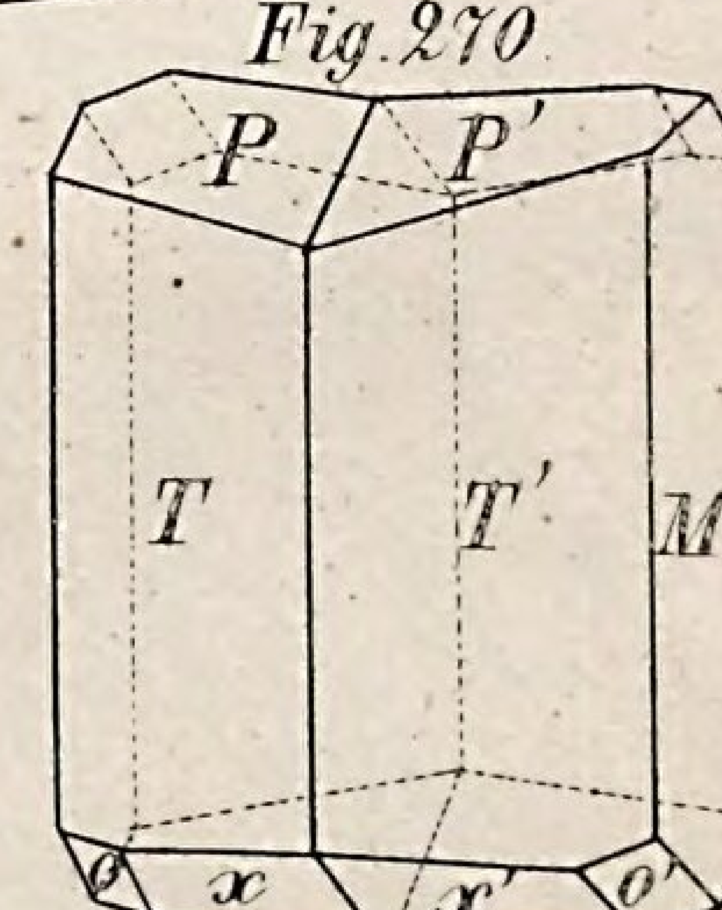


Fig. 270



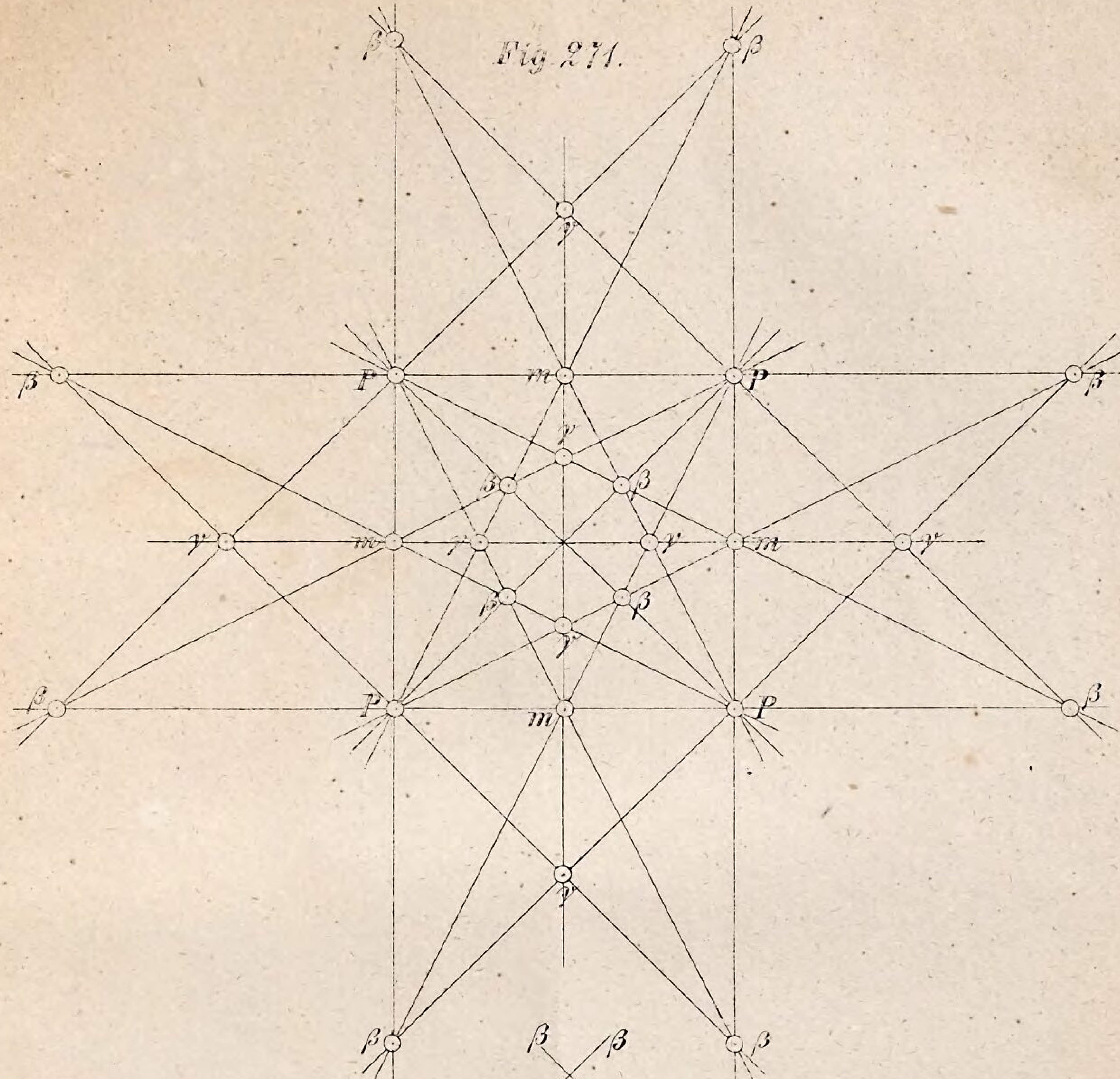


Fig. 271.

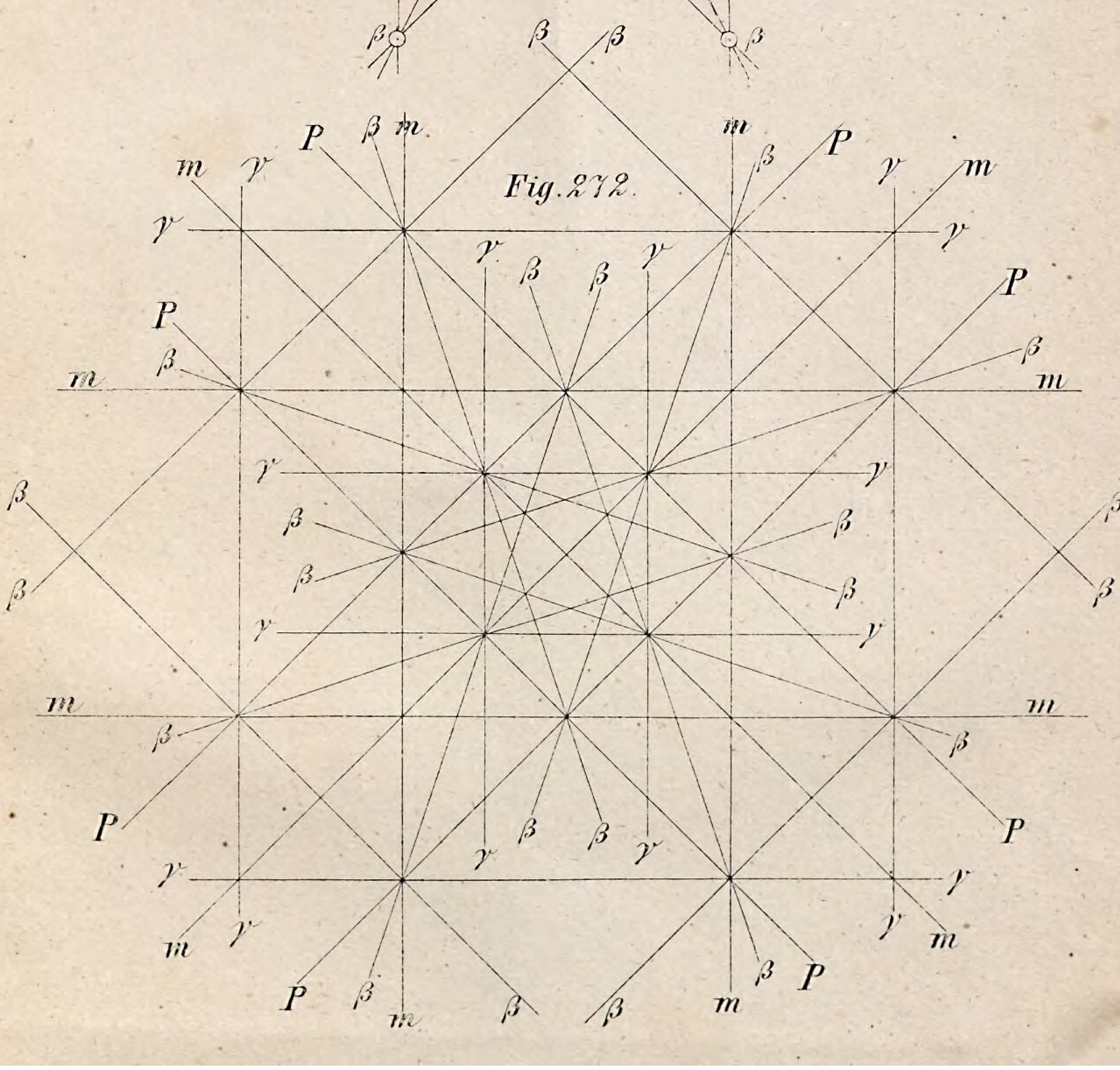


Fig. 272.

[illegible]

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Naumann, Carl Friedrich,

Anfangsgründe der Krystallographie

Leipzig 1854

Bamberg, Staatsbibliothek -- Min.o.80-a
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11741054-0